

# Planung und Analyse elektrischer Energieversorgungsnetze

## Teil 1.1

### Aufbau der Netze

Ausgabe 0.7, 03.07.2023

Autor: Stephan Rupp

Kontakt: [stephan.rupp@srupp.de](mailto:stephan.rupp@srupp.de)

Web: <https://www.srupp.de>

Veröffentlicht unter [CC-BY-SA](https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/)



# Inhaltsverzeichnis

<b>1. Grundlagen.....</b>	<b>5</b>
1.1. Leistungsübertragung und Wirkungsgrad.....	5
1.2. Leistung bei Gleichstrom und Wechselstrom.....	7
1.3. Zeigerdarstellung.....	9
1.4. Drehstrom.....	11
1.5. Scheinleistung, Wirkleistung und Blindleistung.....	13
1.6. Wechselspannung und Gleichspannung.....	14
1.7. Zwei Spannungsquellen im Netz.....	15
1.8. Transientes Verhalten einer induktiven Last.....	17
<b>2. Leitungen.....</b>	<b>21</b>
2.1. Ersatzschaltbild der Leitung.....	21
2.2. Verhalten von Leitungen im Netz.....	22
2.3. Impedanz längs einer Leitung.....	24
2.4. Wellenausbreitung auf der Leitung.....	29
2.5. Anpassung an die Leitungseigenschaften.....	30
2.6. Transiente Vorgänge bei endlicher Leitung.....	31
2.7. Eingeschwungener Zustand bei Wechselspannung.....	34
2.8. Effekte der Wellenausbreitung im Netz.....	36
<b>3. Transformatoren.....</b>	<b>37</b>
3.1. Funktionsprinzip.....	37
3.2. Transformator als Wandler.....	39
3.3. Ersatzschaltung des Transformators.....	40
3.4. Parallelbetrieb von Transformatoren.....	42
3.5. Transformatoren im Netz.....	44
3.6. Phasenschieber-Transformatoren.....	44
<b>4. Maschinen und Umrichter.....</b>	<b>46</b>
4.1. Synchronmaschinen.....	46
4.2. Betriebsarten der Synchronmaschine.....	48
4.3. Stabiler Betriebsbereich der Synchronmaschine.....	49
4.4. Anlagen mit Wechselrichtern.....	50
4.5. Funktionsweise von Maschinen und Umrichtern.....	51
4.6. Universelle Ersatzschaltung für Maschinen und Umrichter.....	52
<b>5. Betrieb von Anlagen am Netz.....</b>	<b>53</b>
5.1. Bezugsanlagen.....	53
5.2. Erzeugungsanlagen.....	55
5.3. Anlagen im Niederspannungsnetz.....	57
5.4. Anlagen im Mittelspannungsnetz.....	58

5.5. Anlagen am Hochspannungsnetz.....	59
5.6. Hochspannungs-Gleichstrom-Übertragung.....	60
5.7. Verbraucher und Antriebe.....	61
5.8. Punktlast.....	61
5.9. Mischlast.....	62
5.10. Lastverhalten.....	63
<b>6. Spannungsregelung.....</b>	<b>64</b>
6.1. Regelbare Transformatoren.....	65
6.2. Spannungsregler.....	65
6.3. Regelbare Ortsnetztransformatoren.....	66
6.4. Verteilte Regelung.....	67
<b>7. Leistungsregelung.....</b>	<b>69</b>
7.1. Primärregelung.....	69
7.2. Sekundärregelung.....	70
7.3. Regelung im Verbundnetz.....	71
7.4. Regelzonen im Verbundnetz.....	72
7.5. Auswirkungen erneuerbarer Energien im Netz.....	73
<b>8. Klausuraufgaben.....</b>	<b>74</b>
8.1. Kompensation.....	74
8.2. Transformatoren im Netz.....	74
8.3. Synchrongenerator.....	76
8.4. Serien- und Parallelkompensation.....	77
8.5. Motorbetrieb einer Synchronmaschine.....	79
8.6. Maschinentransformator.....	81
8.7. Maschinen und Umrichter.....	82
8.8. ....	85

# 1. Grundlagen

In Abschnitt 1 werden die Grundlagen zur Berechnung von Netzwerken mit Spannungsquellen, Stromquellen, R, L und C wiederholt. Die Grundlagen umfassen die relevanten Methoden der Elektrotechnik, wie z.B. die Knotenregel, Maschenregel, Gleichstrom, Wechselstrom, Drehstrom, Differenzialgleichungen, komplexe Wechselstromrechnung und Zeigerdiagramme. In der elektrischen Energieversorgung spielt vor allem die Übertragung von Leistung eine Rolle. Stichworte hierzu sind Leistungsmaximum, Wirkungsgrad, Scheinleistung, Wirkleistung und Blindleistung.

## 1.1. Leistungsübertragung und Wirkungsgrad

Eine Spannungsquelle mit Innenwiderstand  $R_1$  versorgt eine Last  $R_2$ . Eine solche Anordnung ist recht universell und finden sich mit den angegebenen Werten z.B. in der Audiotechnik beim Anschluss eines Lautsprechers an einen Verstärker. In der elektrischen Energieversorgung wäre die Spannungsquelle das Stromnetz, das am Anschlusspunkt die Spannung bereit stellt. Der Einfachheit halber wird von einer Gleichspannung ausgegangen.

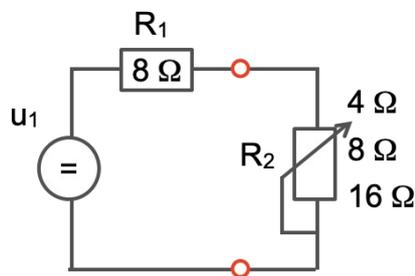


Abbildung 1.1.1 Spannungsquelle mit Innenwiderstand und Lastwiderstand

Frage 1.1.1: Berechnen Sie die von der Last  $R_2$  aufgenommene Leistung.

Lösung:  $P_2 = u_2 \cdot i = u_2^2 / R_2$ .

Die Spannung  $u_2$  errechnet sich aus dem Spannungsteiler  $u_2 / u_1 = R_2 / (R_1 + R_2)$ .

Somit erhält man:  $P_2 = u_1^2 R_2 / (R_1 + R_2)^2$ .

Frage 1.1.2: Leistungsmaximum. Gegeben sind  $u_1$  und  $R_1$ . Welchen Wert muss  $R_2$  annehmen, damit die von der Last aufgenommene Leistung  $P_2$  maximal wird? Wie verteilt sich im Leistungsmaximum die von der Quelle abgegebene Leistung auf  $R_1$  und  $R_2$ ? Wie groß ist folglich der Anteil der von  $R_2$  aufgenommenen Leistung? Berechnen Sie ggf. zur Veranschaulichung den Verlauf von  $P_2(R_2)$  in einer Tabellenkalkulation.

Lösung: Das Maximum ist erreicht, wenn  $R_2 = R_1$  ist. In diesem Fall wird in  $R_1$  und  $R_2$  jeweils die Hälfte der von  $u_1$  aufgenommenen Leistung. Somit erreicht die Hälfte der von  $u_1$  abgegebenen Leistung den Lastwiderstand  $R_2$ . Tabellenkalkulation und Grafik: siehe folgende Frage.

Frage 1.1.3: Wirkungsgrad. Als Wirkungsgrad definiert man das Verhältnis der in der Last umgesetzten Leistung  $P_2$  zur Gesamtleistung  $P_1$ . Hierbei bezeichnet  $P_1$  die von der Quelle  $u_1$  insgesamt an den Innenwiderstand und den Lastwiderstand abgegebene Leistung. Berechnen Sie den Wirkungsgrad in Abhängigkeit von  $R_1$  und  $R_2$ . Wann ist der Wirkungsgrad maximal? Berechnen Sie zur Veranschaulichung den Verlauf des Wirkungsgrades  $\eta(R_2)$  in einer Tabellenkalkulation.

Lösung:  $P_1 = u_1 \cdot i = u_1^2 / (R_1 + R_2)$ .

Mit  $P_2(R_2)$  aus Frage 1.1.2 erhält man für das Verhältnis:

$$\eta = P_2 / P_1 = R_2 / (R_1 + R_2)$$

Der Wirkungsgrad ist umso größer, je geringer der Innenwiderstand  $R_1$  im Verhältnis zum Lastwiderstand  $R_2$  ist. Im Sinne des Wirkungsgrades wird man also eine Quelle mit verhältnismäßig kleinem Innenwiderstand einsetzen.

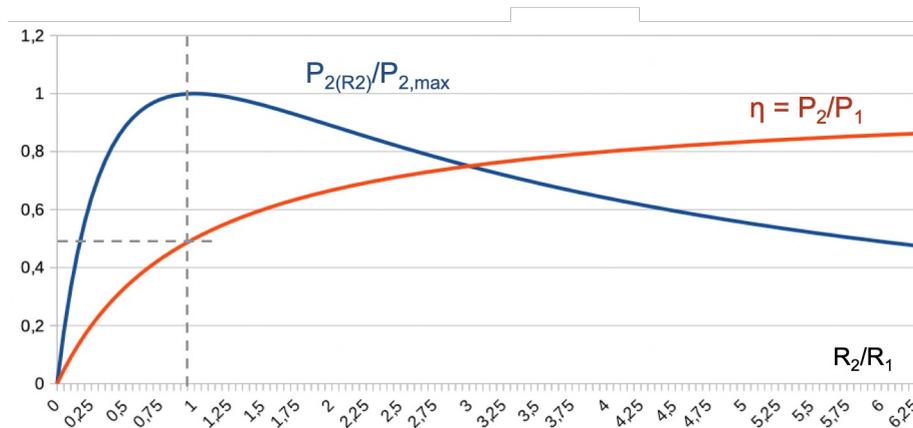


Abbildung 1.1.2 Leistungsmaximum und Wirkungsgrad

Der Wirkungsgrad wird maximal, wenn  $R_2 \rightarrow \infty$ . Grund für diesen physikalischen Unsinn ist die Definition des Wirkungsgrades als Verhältnis von Nutzen ( $P_2$ ) zum Aufwand ( $P_1$ ). Bei offener Leitung wird keine Leistung übertragen,  $P_2 = 0$ ; es gibt keinen Nutzen. Allerdings ist der Aufwand ebenfalls Null, daher der Grenzwert 1. Der Vergleich mit dem Verlauf der Leistungskurve  $P_2(R_2)/P_{2,max}$  zeigt, dass auch bei  $R_2 \gg R_1$  noch ein relevanter Anteil der maximal möglichen Leistung übertragen wird.

Frage 1.1.4: Übersetzen Sie diesen Zusammenhang auf die Netze zur elektrischen Energieversorgung. Als Quelle (Erzeuger) dient hierbei ein Generator, die Rolle der Last spielen die Verbraucher. Zwischen Erzeuger und Verbraucher befindet sich das Leitungsnetz. Skizzieren Sie eine Ersatzschaltung mit Generator, Leitungsnetz und Verbraucher. Was würde man in der elektrischen Energieversorgung anstreben: maximale Leistung  $P_2$  oder maximalen Wirkungsgrad?

Lösung: Der Generator spielt die Rolle der Spannungsquelle  $u_1$ . Die Generatorimpedanz, sowie alle Impedanzen im Netz bis zum Anschlusspunkt der Last  $R_2$  werden in der Impedanz  $\underline{Z}_1$  bzw.  $R_1$  der Quelle zusammengefasst.

In der elektrischen Energieversorgung strebt man einen maximalen Wirkungsgrad an, d.h.  $R_1 \ll R_2$ . Das Leistungsmaximum ist hier keine realistische Option, da einerseits die Verluste bei der Übertragung zu groß werden, andererseits der Generator für eine Leistung  $P_1$  bei  $R_2 = R_1$  gar nicht ausgelegt ist.

Eine Anpassung an das Leistungsmaximum ist nur in der Nachrichtentechnik, Hochfrequenztechnik bzw. Audiotechnik üblich. Hier ist das Ziel die maximale Wirkung (z.B. Lautstärke beim Verstärker) bzw. die möglichst effektive Ausnutzung der Signalquellen (z.B. Empfangssignale, Eingangssignale).

Frage 1.1.5: Zählpfeile. Spannung und Strom lassen sich als Zählpfeile in Schaltungen einzeichnen. Hierbei markiert die Richtung des Spannungspfeils die Richtung des Spannungsabfalls, die Richtung des Strompfeils die Richtung des Stroms. Die physikalische Orientierung von Strom und Spannung ist hierdurch nicht vorgegeben: Strom und Spannung können negative Werte angeben. Was ist der Nutzen der Zählpfeile?

Lösungsbeispiel: Die Knotenregel und die Maschenregel werden in der Orientierung der Zählpfeile interpretiert. Hierdurch wird der Zusammenhang zwischen der Ersatzschaltung und der Berechnung hergestellt.

Frage 1.1.6: Verbraucherzählpfeilsystem. Die elektrische Leistung berechnet sich aus dem Produkt aus Strom und Spannung:  $P = U I$ . Im Verbraucherzählpfeilsystem wird eine positive Leistung ( $P > 0$ ) als Leistungsaufnahme interpretiert, eine negative Leistung ( $P < 0$ ) als Leistungsabgabe. Wen-

den Sie diese Interpretation auf die Ersatzschaltung oben an. Wo wird Leistung aufgenommen, wo wird Leistung abgegeben?

Lösung: An einem elektrischen Widerstand ist  $P$  immer größer als Null, da wegen  $U = R I$  Strom und Spannung die gleiche Orientierung haben. Der Spannungsquelle  $u_1$  wird der Strom  $i$  entnommen, hier wird Leistung abgegeben. Hinweis: Es zählen die Vorzeichen aus der Berechnung, nicht die Orientierung der willkürlich wählbaren Zählpfeile. In der Praxis kann sich die Stromrichtung umkehren, die Zählpfeile wird man hierdurch nicht ändern.

## 1.2. Leistung bei Gleichstrom und Wechselstrom

Die elektrische Leistung berechnet sich aus dem Mittelwert des Produktes aus Strom und Spannung:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) \cdot i(t) dt \quad (1.2.1)$$

Bei Gleichstrom gelten  $u(t) = \hat{u}$  und  $i(t) = \hat{i}$ , so dass sich die elektrische Leistung einfach aus dem Produkt aus den konstanten Werten von Strom und Spannung ergibt:  $P = \hat{u} \hat{i}$ .

Bei Wechselspannung lässt sich folgender Ansatz verwenden:

$$u(t) = \hat{u} \cos(\omega t) \quad (1.2.2)$$

$$i(t) = \hat{i} \cos(\omega t + \varphi) \quad (1.2.2)$$

Spannung und Strom sind harmonische Signale mit den der Kreisfrequenz  $\omega = 2\pi f$ , und den Scheitelwerten  $\hat{u}$  und  $\hat{i}$ . Der Strom folgt der Spannung mit der Phasendifferenz  $\varphi$ .

Frage 1.2.1: Berechnen Sie den zeitlichen Verlauf der elektrische Leistung  $p(t) = u(t) i(t)$ . Interpretieren Sie das Ergebnis.

Lösung: 
$$\begin{aligned} p(t) &= u(t) i(t) = \hat{u} \cos(\omega t) * \hat{i} \cos(\omega t + \varphi) \\ &= \hat{u} \hat{i} \cos(\omega t) \cos(\omega t + \varphi) \end{aligned}$$

Aus einer Formelsammlung entnimmt man:

$$\cos(\alpha) \cos(\beta) = \frac{1}{2} \cos(\alpha - \beta) + \frac{1}{2} \cos(\alpha + \beta)$$

Somit erhält man für den Zeitverlauf der elektrischen Leistung:

$$p(t) = \frac{1}{2} \hat{i} \hat{u} \cos(\varphi) + \frac{1}{2} \cos(2\omega t + \varphi)$$

Der zeitliche Verlauf der der elektrischen Leistung hat einen konstanten Anteil, sowie einen periodischen Anteil mit der doppelten Kreisfrequenz. Einen Beitrag zum Mittelwert liefert nur der konstante Anteil. Der periodische Anteil lässt sich physikalische als Leitung interpretieren, die zum Laden und Entladen von Energiespeichern dient.

Frage 1.2.2: Berechnen Sie den Mittelwert  $P = \int p(t) dt$  der elektrischen Leistung.

Lösung: Der Mittelwert der elektrischen Leistung ergibt sich aus der Formel bzw. Diagramm oben zu

$$P = \frac{1}{2} \hat{i} \hat{u} \cos(\varphi)$$

Die Leistung entspricht somit der Hälfte des Produktes aus den Scheitelwerten, gewichtet mit dem Leistungsfaktor  $\cos(\varphi)$ . Je nach Phasenwinkel  $\varphi$  zwischen Strom und Spannung stellt sich ein Leistungsfaktor im Wertebereich  $\{-1 \text{ bis } 1\}$  ein. Negatives Vorzeichen bedeutet hierbei Umkehr der Stromrichtung. Einen Leistungsfaktor von  $\cos(\varphi)=0$  erhält man bei einer Phasenverschiebung von  $\pm\pi/2$  (bzw. bei  $\pm 90$  Grad): Wenn Strom und Spannung zueinander orthogonal sind, gibt es keinen Leis-

tungsbeitrag. Bemerkung: Orthogonal ist hierbei so definiert, dass das Zeitintegral von Strom und Spannung Null ergibt. Diese Definition entspricht dem Skalarprodukt bei Vektoren.

Frage 1.2.3: Führen Sie für Strom und Spannung Effektivwerte  $U$  und  $I$  ein, so dass gilt  $P = U I$ .

Lösung: Wenn man die Effektivwerte so definiert, dass:

$$U = \hat{u} / \sqrt{2}$$

$$I = \hat{i} / \sqrt{2}$$

Errechnet sich die mittlere Leistung wieder zu  $P = U I = \hat{u} \hat{i} / 2$ . Als Effektivwerte verwendet man also die auf Wurzel 2 normierten Scheitelwerte. Der Effektivwert kennzeichnet, welchen Betrag zur Leistung (= Effekt) Strom und Spannung liefern.

Frage 1.2.4: Skizzieren Sie den zeitlichen Verlauf der elektrischen Leistung  $p(t)$  zusammen mit dem Mittelwert  $P$  in einem Diagramm. Untersuchen Sie speziell die Abhängigkeit vom Phasenwinkel  $\phi$  zwischen Strom und Spannung. Hinweis: Verwenden Sie zur Veranschaulichung das [Tabellenwerk zur Vorlesung, https://www.srupp.de/ENT/ENT\\_Vorlage.xlsx](https://www.srupp.de/ENT/ENT_Vorlage.xlsx).

Lösung: siehe Abbildung unten.

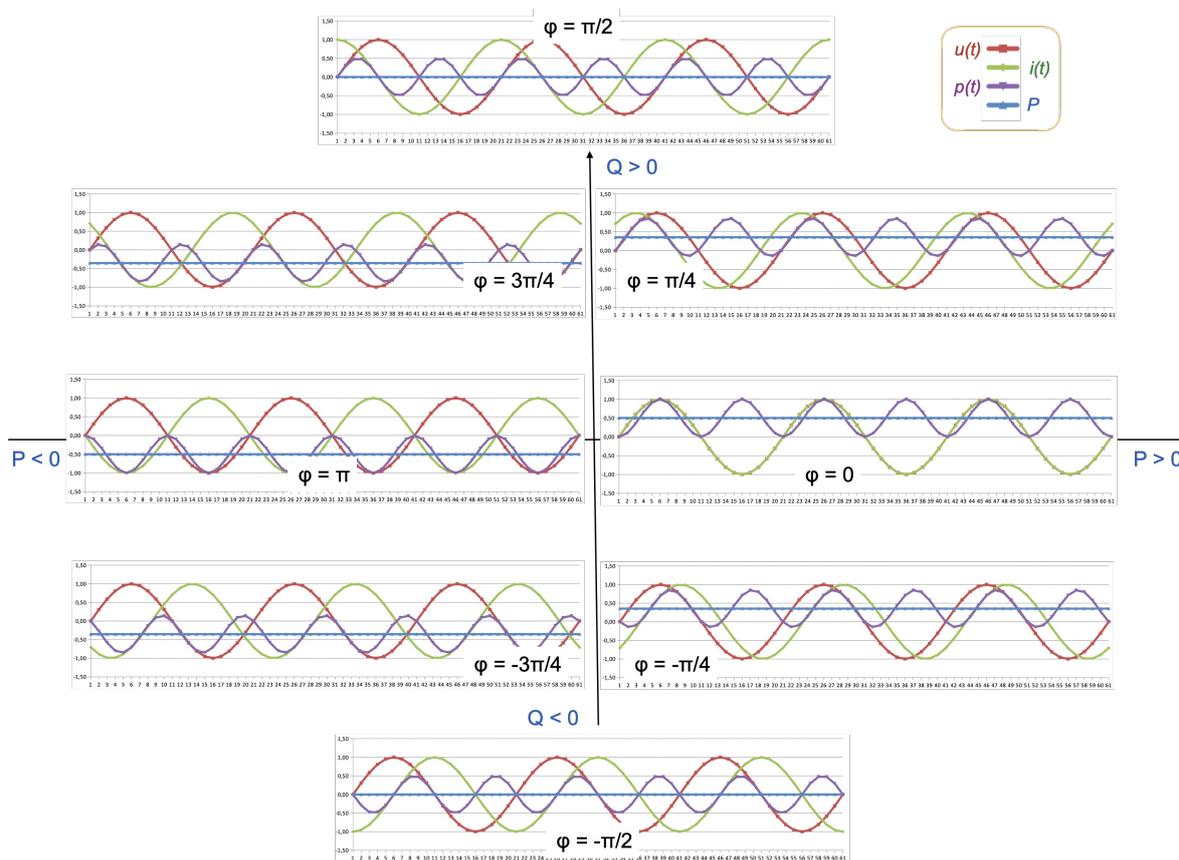


Abbildung 1.2.1 Einfluss des Stromwinkels auf die mittlere Leistung

In allen Fällen ist der zeitliche Verlauf der Leistung  $p(t)$  ein Signal mit doppelter Kreisfrequenz. Der Mittelwert  $P$  hängt gemäß vom Leistungsfaktor  $\cos(\phi)$  ab und beträgt maximal den halben Wert des Produkts aus den Scheitelwerten von Strom und Spannung (bzw. dem Produkt aus den Effektivwerten von Strom und Spannung).

Die Schwankungen des zeitlichen Verlaufs von  $p(t)$  bleiben erhalten, unabhängig vom Phasenwinkel  $\phi$ . Eine Blindleistung  $Q$  ist physikalisch nicht zu erkennen, ließe sich aber abhängig vom Stromwinkel

aus der Beziehung  $\sin(\varphi)$  definieren. Eine solche Größe kennzeichnet nur die Anwesenheit von Strömen, auch wenn keine Leistung  $P$  übertragen wird. Das Vorzeichen der Blindleistung reflektiert die Phasenlage des Stroms relativ zur Spannung ( $Q > 0$  für  $\varphi > 0$  im Intervall  $-\pi < \varphi \leq \pi$ ).

Frage 1.2.5: In einem Niederspannungsnetz wird eine Spannung mit Effektivwert  $U_2 = 230$  V vom Leiter zum Nulleiter verwendet. Welche Leistung (bzw. Energie) kann das Netz an eine Last  $R_L$  übertragen? Welche Leistung könnte ein Gleichspannungsnetz mit  $U_2 = 230$  V übertragen? Wie groß sind die Scheitelwerte der Spannung jeweils?

Lösung: Die von der Last aufgenommene Leistung beträgt in beiden Fällen:

$$P_2 = U_2 \cdot I = U_2^2 / R_L.$$

Der Scheitelwert der Gleichspannung entspricht dem Effektivwert der Gleichspannung. Bei Wechselspannung ist der Scheitelwert um  $\sqrt{2}$  größer als der Effektivwert.

Frage 1.2.6: Betriebsmittel im Netz (wie Leitungen, Transformatoren, Generatoren, Lasten) werden auf den Scheitelwert der Spannung (elektrische Isolation) und Effektivwerte der Ströme (thermische Beanspruchung) bemessen. Vergleichen Sie Leistung, die ein so bemessenes Wechselspannungsnetz übertragen kann mit der Leistung, die so bemessenes Gleichspannungsnetz übertragen kann. Welches Netz würden Sie zur elektrischen Energieversorgung empfehlen?

Lösung: Im Gleichspannungsnetz lässt sich bei gleichen Scheitelwerten für die Spannung und gleichen Effektivwerten für die Ströme eine um einen Faktor  $\sqrt{2}$  höhere Leistung übertragen, d.h. annähernd 50% mehr.

## 1.3. Zeigerdarstellung

Elektrische Schaltungen werden durch Differenzialgleichungen beschrieben. Beim Betrieb mit sinusförmigen Signalen fester Frequenz (harmonische Schwingung, erzwungene Schwingung) ist die Lösung der Differenzialgleichung ebenfalls ein sinusförmiges Signal. Für die Lösung der Differenzialgleichung kann man somit folgende Annahme treffen:

$$u(t) = \hat{u} \cos(\omega t + \phi_u) \quad (1.3.1)$$

Hierbei bedeuten  $\hat{u}$  die Amplitude des Signals  $u(t)$  und  $\phi_u$  den Phasenwinkel des Signals mit Kreisfrequenz  $\omega$ . Für die Phasorenschreibweise wird das Signal mit Hilfe eines Imaginärteils zu einer komplexen Funktion ergänzt.

$$\underline{u}(t) = \hat{u} \cos(\omega t + \phi_u) + j \hat{u} \sin(\omega t + \phi_u) \quad (1.3.2)$$

Diese Konstruktion dient der Vereinfachung der Berechnung. Das ursprüngliche Signal  $u(t)$  im Zeitbereich erhält man aus dem Realteil der komplexen Funktion, d.h.  $u(t) = \text{Re}\{\underline{u}(t)\}$ . Die komplexe Schreibweise lässt sich nun mit Hilfe der Eulerschen Beziehung  $e^{j\theta} = \cos(\theta) + j \sin(\theta)$  wie folgt umwandeln.

$$\underline{u}(t) = \hat{u} e^{j\omega t} e^{j\phi_u} = \hat{u} e^{j\phi_u} e^{j\omega t} \quad (1.3.3)$$

Letzterer Ausdruck  $e^{j\omega t}$  beschreibt als Zeitfaktor eine Kreisbewegung mit der Frequenz  $\omega$  im Einheitskreis (wegen  $|e^{j\omega t}| = 1$ ). Ersterer Ausdruck beschreibt die Amplitude und Phasenlage des Signals, somit den komplexen Zeiger (bzw. Phasor)  $\underline{U}$ .

$$\underline{u}(t) = \hat{u} e^{j\phi_u} e^{j\omega t} = \underline{U} e^{j\omega t} \quad (1.3.4)$$

Folgende Abbildung illustriert die Erweiterung des Zeitsignals mit einem Imaginärteil als komplexe Zahl. Der komplexe Zeiger  $\underline{U}$  enthält die Amplitude und Phasenlage; er dreht sich mit dem Ausdruck  $e^{j\omega t}$ . Aus der Projektion des drehenden Zeigers auf die reelle Achse erhält man das ursprüngliche Zeitsignal.

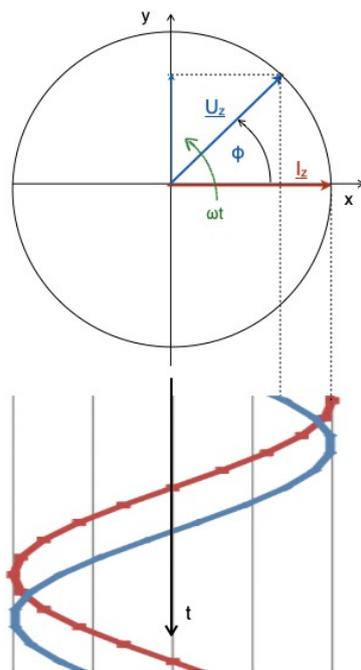


Abbildung 1.3.1 Erweiterung des Zeitsignals zu einem komplexen Zeiger

Der komplexe Zeiger  $\underline{U}$  enthält keinerlei Zeitabhängigkeit mehr, sondern beschreibt Amplitude und Phasenlage des Signals als komplexe Amplitude.

$$\underline{U} = \hat{u} e^{j\phi_0} \quad (1.3.5)$$

Setzt man die Schreibweise

$$u(t) = \underline{U} e^{j\omega t} \quad (1.3.6)$$

in eine Differenzialgleichung ein, so lässt sich die Zeitabhängigkeit eliminieren, da diese einheitlich der Beziehung  $e^{j\omega t}$  entspricht. Die Differenzialgleichung reduziert sich dann auf eine algebraische Gleichung, die sich mit algebraischen Mitteln lösen lässt.

Frage 1.3.1: Differenzialgleichungen. Beschreiben Sie die Schaltungen in folgender Abbildung (mit den Fällen A, B und C) durch Differenzialgleichungen (Muster  $u_L(t) = L di(t)/dt$ ).

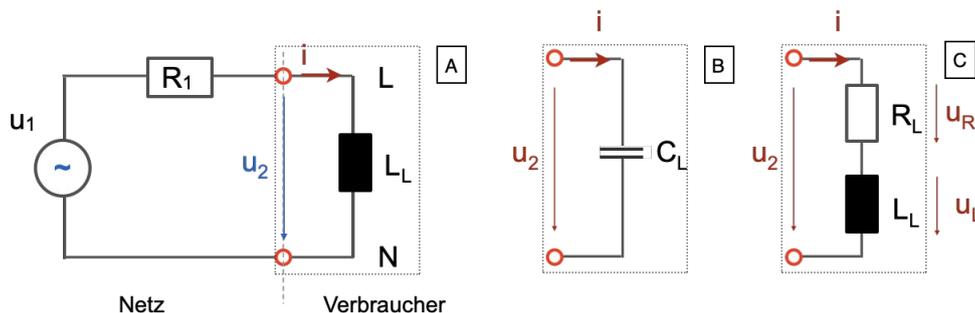


Abbildung 1.4.1 Elektrische Schaltungen

Frage 1.3.2: Algebraische Gleichungen in komplexer Wechselstromrechnung. Beschreiben Sie die Schaltungen in der Abbildung durch algebraische Gleichungen, wie in der komplexen Wechselstromrechnung üblich (Muster:  $\underline{U}_L = j\omega L I$ ).

Frage 1.3.3: Zeigerdiagramme. Skizzieren Sie die Zeigerdiagramme der drei Schaltungsvarianten A, B und C. Wie sind die Zeiger zu interpretieren?

Frage 1.3.4: Vergleich Differenzialgleichung und komplexe Wechselstromrechnung. Vergleichen Sie die Gleichungen der komplexen Wechselstromrechnung aus Frage 1.3.2 mit der Differenzialgleichung aus Frage 1.3.1. Worin bestehen die Unterschiede? Durch welchen Ansatz geht die komplexe Wechselstromrechnung aus der Differenzialgleichung hervor? Wann reicht die komplexe Wechselstromrechnung aus, wann wird die Differenzialgleichung benötigt?

## 1.4. Drehstrom

Drehstrom wird traditionell durch die Maschinen erzeugt, deren Rotor bei Antrieb durch eine Turbine ein Spannung in den Wicklungen des Stators erzeugt. Ist der Umfang des Stators auf die drei Statorwicklungen aufgeteilt, sind die induzierten Spannungen ebenfalls bei jeder Umdrehung um  $1/3$  des Kreisumfangs phasenversetzt. Ein Drehstromnetz lässt sich durch drei phasenversetzte Spannungsquellen mit Innenwiderständen darstellen, wie in folgender Abbildung gezeigt.

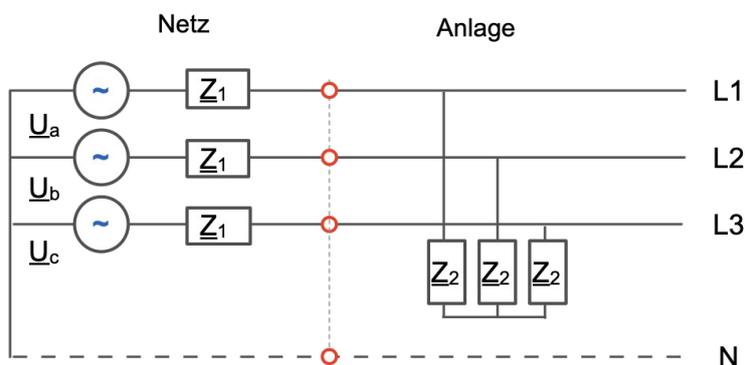


Abbildung 1.4.1 Drehstromsystem

In der Abbildung ist Bezugspunkt der drei Spannungsquellen der Sternpunkt, von dem aus ein Neutralleiter heraus geführt werden kann. Niederspannungsnetze werden mit 4 Leitern ausgeführt. In allen anderen Spannungsebenen besteht das Netz vorwiegend aus 3 Leitern. Folgende Abbildung zeigt die Spannungen im Drehstromsystem.

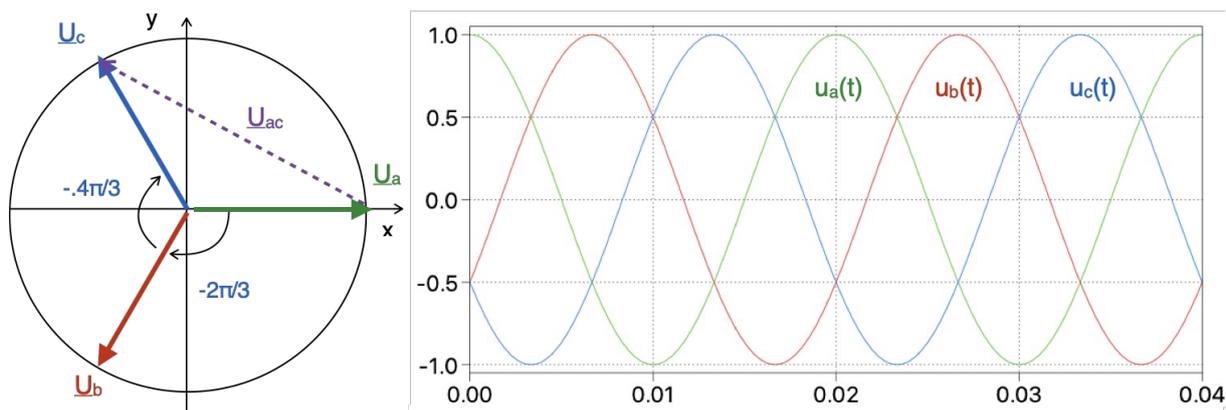


Abbildung 1.4.2 Spannungen im Drehstromsystem

Frage 1.4.1: Abgebildet sind die drei Spannungen vom Leiter zum Neutralleiter. Skizzieren Sie die Spannungen zwischen den 3 Leitern nach Betrag und Phase (Zeigerdiagramm). Wie groß ist die verkettete Spannung, d.h. der Betrag der Spannung zwischen zwei Leitern, im Vergleich zur Spannung zwischen Leiter und Neutralleiter (bzw. Sternpunkt).

**Lösung:** Mit Hilfe der Trigonometrie findet sich ein rechtwinkliges Dreieck auf halber Strecke  $U_{ac}$  zum Koordinatenursprung (man denke sich dort eine Hilfslinie). Hier gilt  $U_{ac}/2 = U_a \cos(30 \text{ Grad}) = \sqrt{3} U_a/2$ . Somit erhält man  $U_{ac} = \sqrt{3} U_a$ .

Frage 1.4.2: Folgende Abbildung zeigt einige Strommasten mit Freileitungen. Welche Systeme werden hier übertragen? Versuchen Sie die Spannungsebene zu identifizieren.



Abbildung 1.4.3 Systeme auf Freileitungen

Frage 1.4.3: Anlagen lassen sich entweder in Sternschaltung oder Dreieckschaltung an die drei Leiter des Drehstromsystems anschließen, wie in folgender Abbildung dargestellt. Berechnen Sie für eine Lastimpedanz  $Z_L$  jeweils die umgesetzte Leistung in beiden Fällen. Begründen Sie Ihre Aussage.

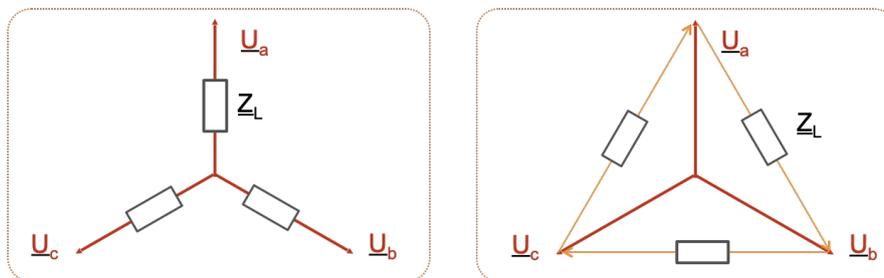


Abbildung 1.4.4 Stern- und Dreieckschaltung

Frage 1.4.4: Physikalische Leistung. Für ein dreiphasiges System lässt sich die physikalische Leistung aus der Summe der Produkte von Strom und Spannung in jeder Phase berechnen:

$$p(t) = \sum_{k=1}^3 u_k(t) \cdot i_k(t)$$

Wohin führt dieser Ansatz, wenn man für Spannungen und Ströme die Zeitsignale annimmt und symmetrische Systeme voraussetzt? Wie groß ist die mittlere Leistung? Hinweis: Symmetrische Spannungen bzw. Ströme: jeweils gleiche Beträge in allen Phasen, Phasenlagen jeweils  $1/3$  des Kreisumfangs zueinander versetzt.

**Lösungsansatz: Spannungen und Ströme**

- $u_a(t) = U_a \cos(\omega t),$   $i_a(t) = I_a \cos(\omega t + \phi)$
- $u_\beta(t) = U_a \cos(\omega t + 2\pi/3),$   $i_a(t) = I_a \cos(\omega t + \phi + 2\pi/3)$
- $u_\beta(t) = U_a \cos(\omega t - 2\pi/3),$   $i_a(t) = I_a \cos(\omega t + \phi - 2\pi/3)$

Für die Summe der Produkte erhält man hiermit (siehe Abschnitt 1.2):

$$p(t) = 3 U_a I_a \cos(\phi) + 3 U_a I_a (\cos(2(\omega t + \phi)) + \cos(2(\omega t + \phi + 2\pi/3)) + \cos(2(\omega t + \phi - 2\pi/3)))$$

Da die zeitabhängigen Anteile (mit  $2\omega t$ ) die Projektion eines Drehstromsystems darstellen, heben diese sich hinweg (wie man an der Summe der komplexen Zeiger erkennen kann). Es verbleibt somit:

$$p(t) = 3 U_a I_a \cos(\phi)$$

Dieser Wert ist konstant und repräsentiert bereits die mittlere elektrische Leistung.

## 1.5. Scheinleistung, Wirkleistung und Blindleistung

Verbleibt man in der komplexen Schreibweise, so lässt sich als komplexe Leistung die elektrische Scheinleistung wie folgt definieren:

$$\underline{S} = \underline{U} \cdot \underline{I}^* \quad (1.5.1)$$

Der Stern beim Stromzeiger deutet auf den konjugiert komplexen Wert hin, d.h. die Phase des Stroms wird invertiert, damit man im Produkt aus Spannung und Strom den Phasenwinkel  $\phi = \phi_U - \phi_I$  zwischen Strom und Spannung als Differenz der jeweiligen Phasenwinkel erhält. Andernfalls wäre die Summe der Phasenwinkel das Ergebnis, was keine physikalische Relevanz hat.

Für Spannung und Strom werden angenommen:

$$\underline{U} = U e^{j\phi_U} \quad (1.5.2)$$

$$\underline{I} = I e^{j\phi_I} \quad (1.5.3)$$

Frage 1.5.1: Berechnen Sie die Scheinleistung gemäß Gleichung (1.5.1) mit dem Ansatz (1.5.2) und (1.5.3). Interpretieren Sie das Ergebnis

Lösung:

$$\underline{S} = U \cdot I \cdot \cos(\phi_U - \phi_I) + j U \cdot I \cdot \sin(\phi_U - \phi_I) = P + jQ$$

Ergebnis ist die Wirkleistung  $P$  als mittlere Leistung, sowie ein komplexer Anteil  $Q$ , der sich als Blindleistung interpretieren lässt. Letztere hat keine physikalische Relevanz, sondern stellt einen Indikator dar für Ströme ohne Beitrag zur Wirkleistung (d.h. Blindströme).

Frage 1.5.2: Stromwinkel  $\phi = \phi_U - \phi_I$ . Skizzieren Sie ein Zeigerdiagramm durch Vorgabe von Spannung und Strom, einschließlich des Stromwinkels  $\phi$ . Stellen Sie Wirkleistung und Blindleistung durch Projektion des Stromzeigers auf den Spannungszeiger dar. Zusatzfrage: Könnte man umgekehrt auch den Spannungszeiger auf den Stromzeiger projizieren?

Lösung: siehe folgende Abbildung

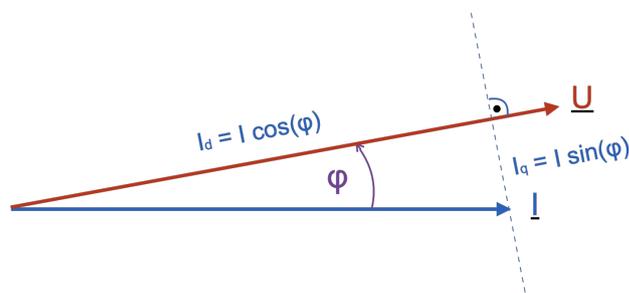


Abbildung 1.5.1 Wirkstrom und Blindstrom

Durch Komponentenerlegung lässt sich der Strom in einen Anteil aufteilen, der in Phase mit der Spannung ist (Wirkstrom  $I_d$ ), und einen Anteil orthogonal zur Spannung (Blindstrom  $I_q$ ).

Frage 1.5.3: Berechnen Sie Wirkleistung und Blindleistung für folgende Ersatzschaltungen am Verbraucher. Zur Veranschaulichung stellen Sie Strom und Spannungen als Zeigerdiagramme dar. Hinweis: Vor der Rechnung prüfen Sie bitte auf physikalische Plausibilität: Kann es in den Schaltungsvarianten A und B am Verbraucher eine Wirkstrom geben? Wie unterscheiden sich die Blindströme und folglich die Blindleistungen in diesen beiden Schaltungsvarianten? Wie lässt sich die Blindleistung in diesen beiden Fällen physikalisch interpretieren?

Wechselspannungsnetz

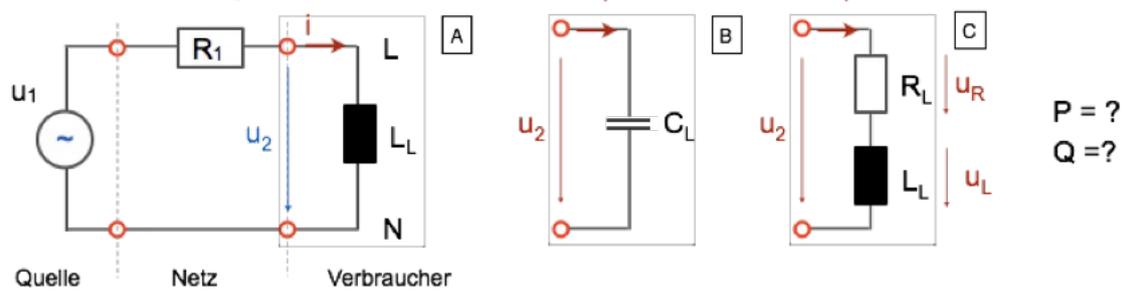


Abbildung 1.5.2 Einphasige Ersatzschaltungen

Frage 1.5.4: Einphasige Ersatzschaltbilder. Die Schaltungen aus der vorausgegangenen Frage sollen als einphasige Ersatzschaltbilder eines dreiphasigen Systems interpretiert werden. Hierbei sollen als Bezugsgrößen für die Spannung  $U$  die verkettete Spannung eingesetzt werden, und für den Strom  $I$  der Leiterstrom. Wie groß sind Scheinleistung, Wirkleistung und Blindleistung bei einem dreiphasigen System? Begründen Sie Ihre Aussage.

Lösung: Mit der Spannung  $U_a$  vom Leiter zum Sternpunkt und dem Leiterstrom  $I$  wäre der Betrag der Scheinleistung für ein dreiphasiges System insgesamt  $S = 3 U_a I$ . Da ohne Sternpunkt die Spannung  $U_a$  schwer zu messen ist, ist für Drehstromsysteme die verkettete Spannung  $U$  charakteristisch, d.h. die Spannung zwischen zwei Leitern.

Die für unterschiedliche Spannungsebenen genannte Spannung ist üblicherweise die verkettete Spannung. Für die verkettete Spannung gilt:  $U = \sqrt{3} U_a$ . Somit erhält man für den Betrag der Scheinleistung insgesamt  $S = \sqrt{3} U I$ . Wirkleistung  $P$  und Blindleistung  $Q$  berechnen sich sinngemäß.

## 1.6. Wechselspannung und Gleichspannung

Folgende Abbildung zeigt ein Drehstromnetz im Vergleich zu einem Wechselspannungssystem.

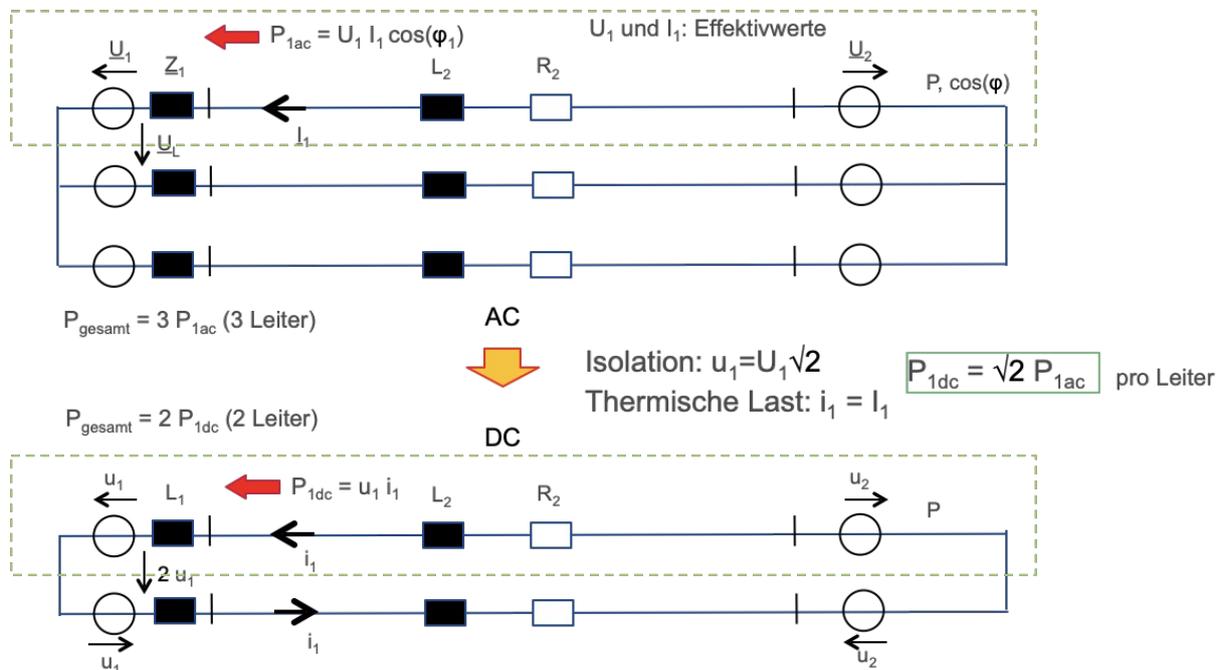


Abbildung 1.6.1 Vergleich AC- und DC-Systeme

Das Drehstromnetz wird von 3 Spannungsquellen bereit gestellt. Die dreiphasige Ersatzschaltung zeigt außerdem die Impedanzen der Spannungsquellen, eine Übertragungsleitung mit ohmscher

und induktiver Impedanz, sowie ein zweites Netz. Es ist angenommen, dass zwischen den Netzen ein Strom fließt, so dass Leistung von einem Netz in das andere Netz übertragen wird. Das Gleichspannungsnetz ist vergleichbar aufgebaut, besitzt jedoch wegen der verfügbaren Polaritäten  $+U_1$  und  $-U_1$  nur zwei Leiter.

Frage 1.6.1: Wechselspannungsnetz. Erläutern Sie den Stromfluss insgesamt. Wo ist der Rückleiter? Vergleichen Sie den Aufbau mit dem Wechselspannungsnetz.

Lösung: Die Summe der Ströme ist Null (Knotenregel, siehe Zeigerdiagramm der Ströme). Ebenso ist die Summe der Spannungen in jeder Masche Null.

Eine vergleichbare Darstellung einschließlich Zeigerdiagramm wäre beim Gleichspannungssystem möglich, allerdings nur mit zwei Polaritäten bzw. Phasenwinkel 0 für die positive Polarität und Phasenwinkel von 180 Grad für die negative Polarität. In diesem Fall wären der Spannungspfeil und der Strompfeil auf der unteren DC-Leitung umzukehren: die Richtung von Spannung und Strom würde dann durch das Vorzeichen reflektiert. Die eingezeichneten Richtungen geben die physikalischen Verhältnisse (mit positiven Spannungen und Strömen) wieder.

Im eingeschwungenen Zustand spielen im Gleichspannungssystem die Reaktanzen keine Rolle. Sie bleiben jedoch vorhanden und wirken sich auf Umschaltvorgänge und Störungen aus.

Frage 1.6.2: Transportleistung AC-System. Welche Leistung kann das AC-System transportieren, wenn folgende Werte vorgegeben werden:  $U_1$  = Effektivwert der Leiterspannung zum Sternpunkt,  $I_1$  = Effektivwert des Stroms in einem Leiter.

Lösung: Jeder Leiter transportiert  $P_{1,ac} = 3 U_1 I_1$ , somit beträgt die Kapazität insgesamt  $P_{ges,ac} = 3 U_1 I_1$ .

Frage 1.6.3: Transportleistung DC-System. Welche Leistung kann das DC-System transportieren, wenn folgende Werte vorgegeben werden:  $u_1$  = Leiterspannung zum Sternpunkt, wobei  $u_1 = \sqrt{2} U_1$ , entsprechend dem Scheitelwert der AC-Spannung, da das System auf die Scheitelspannung isoliert ist.  $I_1$  = Effektivwert des Stroms in einem Leiter. Der Strom bleibt identisch mit dem Effektivwert im AC-Fall, da sich andernfalls die thermische Belastung der Leitung erhöht (bedingt durch Leitungsverluste). Vergleichen Sie die Transportkapazität mit dem AC-System unter der vereinfachten Annahme, dass  $\sqrt{2} \approx 1,5$ .

Lösung: Jeder Leiter transportiert  $P_{1,dc} = \sqrt{2} U_1 I_1$ , somit beträgt die Kapazität insgesamt  $P_{ges,dc} = 2 \sqrt{2} U_1 I_1$ . Nimmt man näherungsweise  $\sqrt{2} \approx 1,5$ , so ergibt sich  $P_{ges,dc} \approx P_{ges,ac}$ .

Ein DC-System kann mit 3 Leitern grundsätzlich die gleiche Leistung transportieren wie ein vergleichbares AC-System mit 3 Leitern. Grund hierfür ist die bessere Ausnutzung der Scheitelspannung (=Effektivwert beim DC-System).

Frage 1.6.4: Verluste. Vergleichen Sie die Verluste in beiden Systemen. Welche Unterschiede ergeben sich bzgl. Wirkleistung und Blindleistung?

Lösung: Die Verluste sind proportional zum Strom:  $P_V = I_1^2 R$ , wobei  $R$  die Leitungsimpedanz bezeichnet. Die Leiterströme in beiden Systemen sind gleich. Da das DC-System nur zwei Leiter besitzt, fallen die Verluste um 1/3 geringer aus. Blindleistung spielt beim DC-System keine Rolle.

## 1.7. Zwei Spannungsquellen im Netz

Folgende Abbildung zeigt den Parallelbetrieb zweier Spannungsquellen, die über eine Serienimpedanz gekoppelt sind (hier: Serienwiderstand  $R$ ).

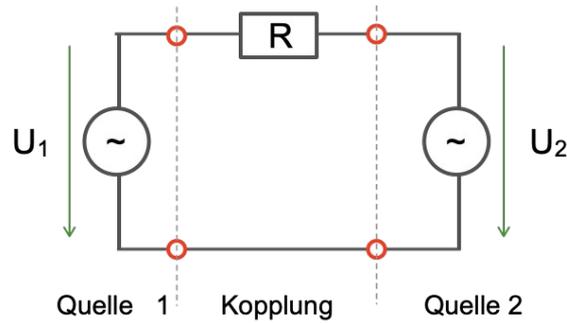


Abbildung 1.7.1 Parallelbetrieb zweier Spannungsquellen

Frage 1.7.1: Gleichspannung.  $U_1$  sei vorgegeben, für  $U_2$  stehen folgende Werte zur Auswahl:  $U_2 = \{U_1, 0.8 U_1, 1.2 U_1, -U_1\}$ . Welcher Lastfluss ergibt sich (in welche Richtung fließt der Strom, welche Quelle nimmt Leistung auf, welche Quelle gibt Leistung ab? Hinweis: Verwenden Sie das Verbraucherzählpfeilsystem.

Lösung: (1) kein Lastfluss; (2), (3) von der jeweils höheren Spannung ( $P < 0$ ) zur niedrigeren Spannung ( $P < 0$ ); Achtung: Der Lastfluss richtet sich nach dem Vorzeichen von  $U_1$ , nicht nach den Beträgen, also „hoch“ und „niedrig“ statt „groß“ und „klein“! (4) die Kopplung R wird als Last von zwei Quellen gespeist (beide Quellen geben Leistung ab,  $P < 0$ ).

Frage 1.7.2: Wechselspannung, gleiche Phasenlage. Es seien Spannungsquellen mit unterschiedlichen Amplituden gegeben:

$$\underline{U}_1 = U_1 e^{j\theta_v}; \quad \underline{U}_2 = U_2 e^{j\theta_v};$$

wobei ohne ohne Einschränkungen für die gleiche Phase  $\theta = 0$  angenommen werden kann. Welcher Lastfluss ergibt sich abhängig von den Beträgen  $U_1$  und  $U_2$ ? Wo wird Leistung abgegeben, wo wird Leistung aufgenommen? Skizzieren Sie ein Zeigerdiagramm.

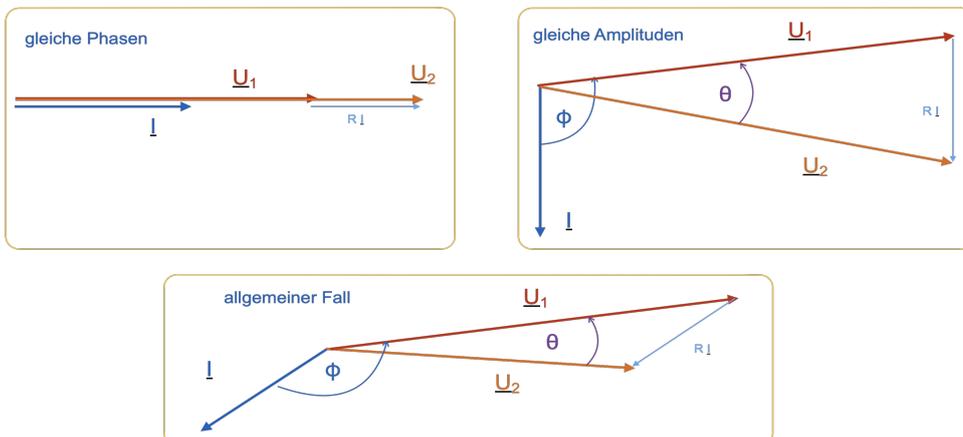
Frage 1.7.3: Wechselspannung, gleiche Amplituden. Es seien Spannungsquellen mit unterschiedlicher Phasenlage gegeben:

$$\underline{U}_1 = U_1; \quad \underline{U}_2 = U_1 e^{j\theta};$$

Welcher Lastfluss ergibt sich abhängig vom Phasenwinkel  $\theta$ ? Wo wird Leistung abgegeben, wo wird Leistung aufgenommen? Erstellen Sie die Maschengleichung und skizzieren Sie ein Zeigerdiagramm.

Frage 1.7.4: Zeigerdiagramm. Für den allgemeinen Fall seien die Wechselspannungen  $U_1$  und  $U_2$  vorgegeben. Skizzieren Sie ein Zeigerdiagramm. Welche Auswirkungen ergeben sich auf den Wirkstrom und Blindstrom?

Lösungsbeispiel: siehe Abbildung unten für  $\underline{U}_2 = \underline{U}_1 + R \underline{I}$ , mit Zählpfeil  $\underline{I}$  von  $\underline{U}_2$  nach  $\underline{U}_1$ .



Der Ausgleich der Spannungen findet über der Koppelimpedanz statt. Je nach Amplitude und Phasenlage der Spannungen ergeben sich Wirkströme und Blindströme. Die Amplitude beeinflusst den Wirkstrom, die Phasenlage den Blindstrom.

Die Zeigerdiagramme erscheinen unter Umständen einleuchtender, wenn man die Spannungsquellen zusammenfasst, d.h. die Maschengleichung interpretiert als  $\underline{U}_2 - \underline{U}_1 = R \underline{I}$ . In diesem Fall treibt die Spannungsdifferenz den Strom durch die Koppelimpedanz.

## 1.8. Transientes Verhalten einer induktiven Last

Eine Spannungsquelle mit Innenwiderstand  $R_0$  wird mit einer Wirklast  $R_b$  und einer induktiven Last  $L_b$  betrieben, wie in folgender Abbildung gezeigt. Die Schaltung wird mit Wechselspannung der Frequenz 50 Hz betrieben und im eingeschwungenen Zustand betrachtet.

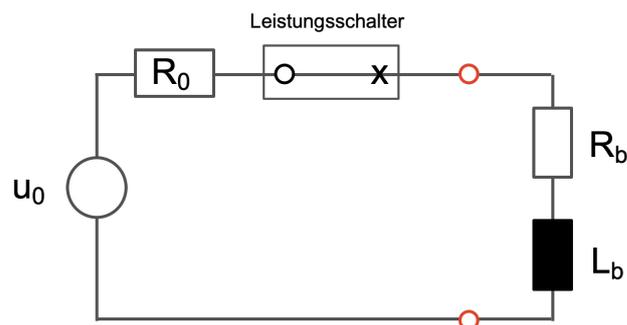


Abbildung 1.8.1 Ohmsch-induktive Last

Frage 1.8.1: Komplexe Wechselstromrechnung. Ergänzen Sie die Schaltung um Zählpfeile für Ströme und Spannungen. Erstellen Sie die Gleichung für Ströme und Spannungen in Phasorenschreibweise (d.h. in der üblichen komplexen Wechselstromrechnung). Stellen Sie die Spannung über der Last als Zeiger dar und berechnen Sie den Kosinus des Phasenwinkels ( $\cos(\phi)$ ) zwischen Strom und Spannung in Abhängigkeit von  $R_b$  und  $L_b$ .

Lösung: Bei Verwendung der Phasorenschreibweise ergibt sich anstelle der Differenzialgleichung eine algebraische Gleichung:

$$\underline{U}_0 = R_0 \underline{I} + R_b \underline{I} + j\omega L_b \underline{I}$$

Zeigerdiagramm siehe Vorlesungen und Übungen (Skript).

Frage 1.8.2: Transientes Verhalten. (1) Erstellen Sie die Differenzialgleichung der Schaltung. (2) Die Schaltung wird mit Gleichspannung betrieben, d.h.  $u_0 = \text{konstant}$ . Zum Zeitpunkt  $t_0$  wird der vorher offene Leistungsschalter geschlossen. Skizzieren Sie die Verläufe der Spannungen und des Stroms. Hinweis: Verwenden Sie den Startzeitpunkt und den eingeschwungenen Zustand zur Orientierung. (3) Die Schaltung ist mit geschlossenem Leistungsschalter eingeschwungen. Zum Zeitpunkt  $t_1$  wird der Leistungsschalter geöffnet. Skizzieren Sie die Verläufe der Spannungen und des Stroms.

Lösung:(1)

$$u_0(t) = R_0 i(t) + R_b i(t) + L_b \frac{di(t)}{dt}$$

(2) und (3) siehe Diagramm unten.

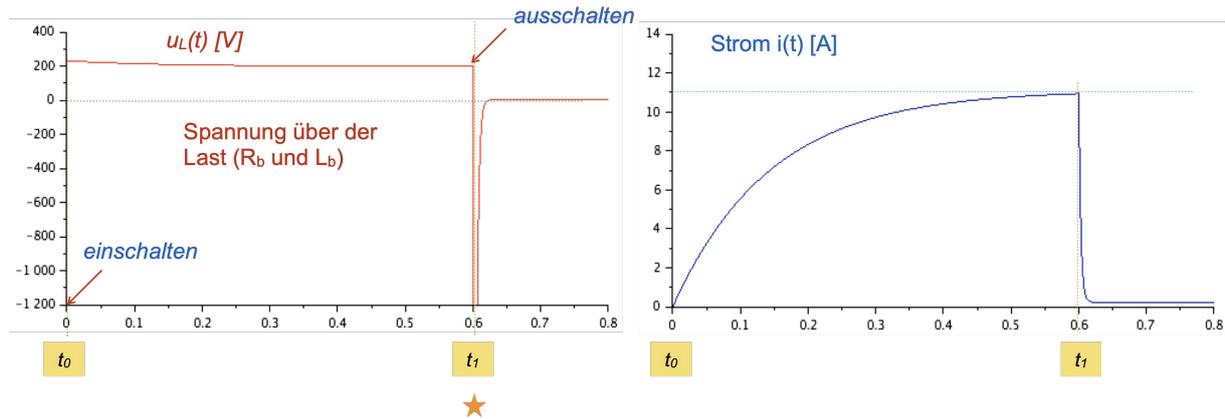


Abbildung 1.8.2 Zeitverläufe beim Einschalten und Ausschalten

Nach dem Einschalten ist im eingeschwungenen Zustand  $di(t)/dt = 0$ , es fließt ein konstanter Gleichstrom. Beim Ausschalten ist die Stromableitung nach der Zeit ein Problem: Beim Aufreißen des Stromkreises entsteht eine Spannung, die schließlich über einem Lichtbogen über dem Schaltkontakt führt.

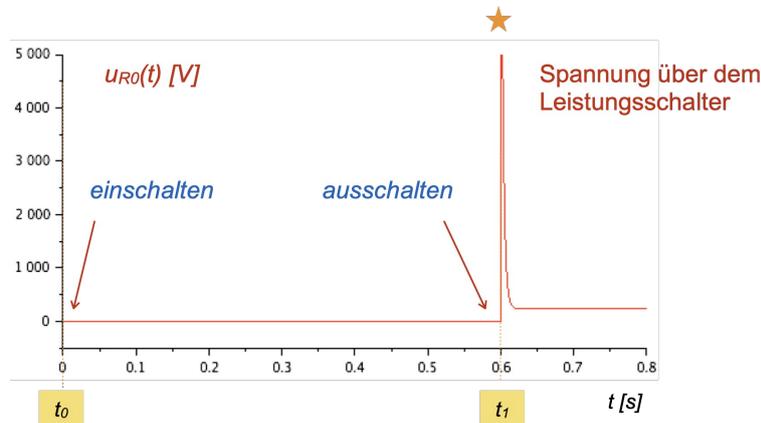


Abbildung 1.8.3 Spannung über dem Leistungsschalter

Auf diese Weise wird die in der Induktivität gespeicherte Energie abgebaut. In der Schaltung lässt sich hierfür ein Parallelwiderstand über dem Schalter annehmen. Bei Betrieb mit Wechselspannung sind diese transienten Vorgänge dem Wechselstrom überlagert. Nur im Nulldurchgang des Stromes ist die Zeitableitung harmlos.

Frage 1.8.3: Kompensation. Die mit der Last verbundene, aus dem Netz zu beziehende Blindleistung soll mit einer der beiden unten gezeigten Varianten A oder B kompensiert werden.

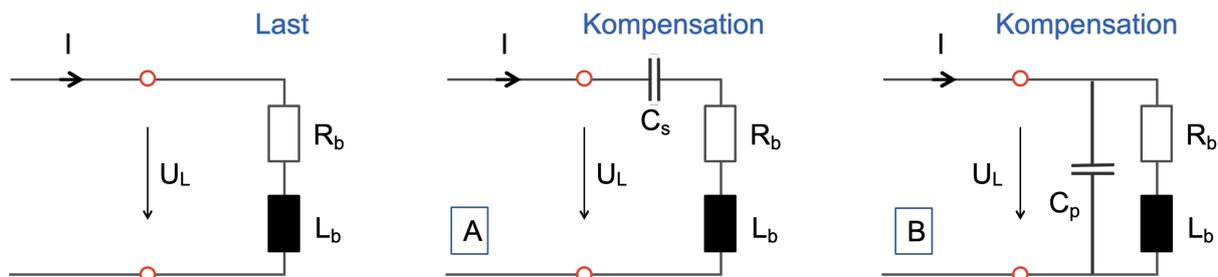


Abbildung 1.8.4 Serienkompensation und Parallelkompensation

Wählen Sie eine der Varianten aus. Erläutern Sie das Funktionsprinzip der Schaltung mit Hilfe einer Berechnung bzw. mit Hilfe eines Zeigerdiagramms. Welche Unterschiede ergeben sich zwischen den beiden Schaltungsvarianten?

Lösung: Siehe Vorlesung und Übungen.

Beispiel für Variante A mit Hilfe der Gleichung:  $\underline{U}_L = R_b \underline{I} + j\omega L \underline{I} + (1/j\omega C) \underline{I} = R_b \underline{I} + j(\omega L - 1/\omega C) \underline{I}$

Durch geeignete Wahl von C lässt sich bei gegebener Kreisfrequenz  $\omega$  der Imaginärteil (Blindleistungsanteil) kompensieren. Unterschiede und Funktionsprinzip: Serienschwingkreis bzw. Parallelschwingkreis. Die benötigte Blindleistung wird lokal erzeugt.

Frage 1.8.4: Anschlussleitung. Die Last soll nun mit Hilfe einer längeren, idealen Leitung an das Netz angeschlossen werden. In der elektrischen Energieversorgung spricht man von der natürlichen Leistung einer Leitung, wenn die Leitung mit einer Last der Größe ihres Wellenwiderstandes abgeschlossen ist, d.h.  $R_L = R_W$ . Folgende Abbildung zeigt hierzu eine Kompensation des induktiven Anteils der Last mit Hilfe einer Kapazität, so dass diese Bedingung erfüllt sei.

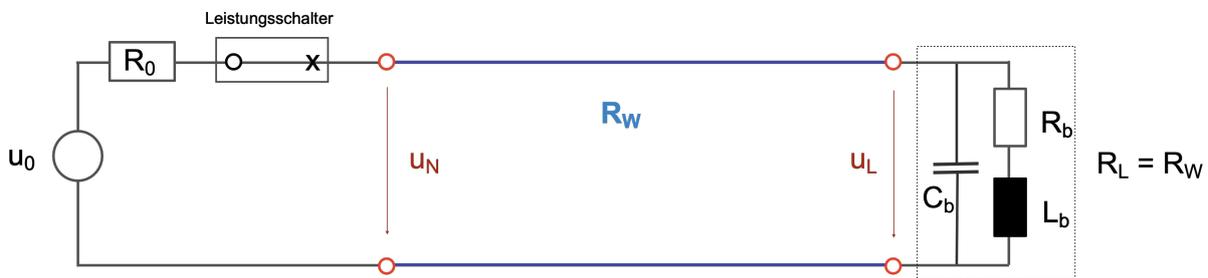


Abbildung 1.8.5 Last mit Anschlussleitung

Welche Leistung überträgt die Leitung in Abhängigkeit der Netzspannung  $U_N$  und des Wellenwiderstandes  $R_W$ ? Wie groß ist die Spannung  $U_L$  über der Last im Verhältnis zu  $U_N$ ? Wie groß ist der Leistungsfaktor  $\cos(\phi)$  (der Kosinus des Phasenwinkels zwischen Strom und Spannung) am Anfang der Leitung und am Ende der Leitung? Hinweis: Wenn Ihnen die Begriffe Wellenwiderstand und Anpassung nichts sagen, finden Sie Anleitungen und Übungen in Abschnitt 2 dieses Skripts.

Lösung: Bei Anpassung wird die Leitung mit ihrem Wellenwiderstand abgeschlossen. Als Ersatzschaltung erhält man somit ganz einfach:

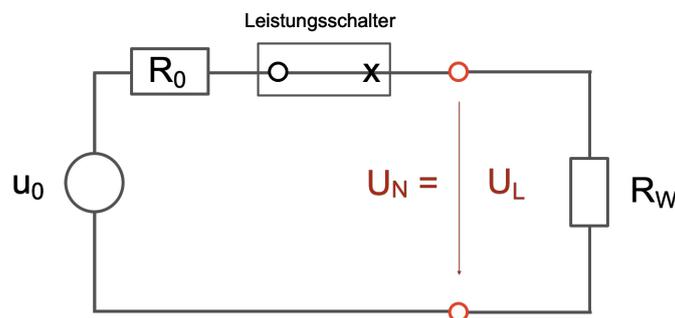


Abbildung 1.8.6 Vereinfachtes Ersatzschaltbild

Übertragen wird die sogenannte natürliche Leistung  $P_N = U_N^2 / R_W$ . Die Beträge der Netzspannung  $U_N$  am Anfang der Leitung und die Spannung  $U_L$  am Leitungsende sind gleich, da die Leitung als verlustlos angenommen wurde (bis auf einen Laufzeitunterschied, d.h. die Phasenlage der Spannungen). In komplexer Schreibweise wäre  $\underline{U}_L = \underline{U}_N e^{-j\beta l}$ , mit der Leitungslänge  $l$  und der Ausbreitungskonstanten  $\beta = 2\pi/\lambda$ . Die Laufzeit bewirkt eine Phasenverschiebung der Spannungen.

Wegen der Kompensation gibt es keine Blindleistung, der Leistungsfaktor beträgt  $\cos(\varphi) = 1$ . Strom und Spannung sind auf der Leitung stets in Phase zueinander. Laufzeitbedingt sind Ausgangsstrom (bzw. Ausgangsspannung) nicht in Phase mit dem Eingangsstrom (bzw. der Eingangsspannung).

## 2. Leitungen

In einem elektrischen Energieversorgungsnetz dienen die Leitungen dem Transport der Energie. Je nach Leitungstyp (Freileitung oder Kabel) und Geometrie (Aufhängung der Freileitung bzw. Aufbau des Kabels) haben Leitungen unterschiedliche elektrische Eigenschaften. Der Energietransport findet als Wellenausbreitung über den Leitungen statt. Daher spielen speziell bei größeren Entfernungen auch Welleneffekte eine Rolle, wie z.B. Reflexionen und Überlagerungen, die abhängig sind vom Leitungsabschluss.

### 2.1. Ersatzschaltbild der Leitung

Der Energietechniker verwendet für Leitungen vereinfachte Modelle und Begriffe wie natürliche Leistung, Blindleistung und Leistungsfaktor. Für die in aller Regel im Verhältnis zur Wellenlänge kurze Leitung wird folgendes vereinfachtes Ersatzschaltbild verwendet.

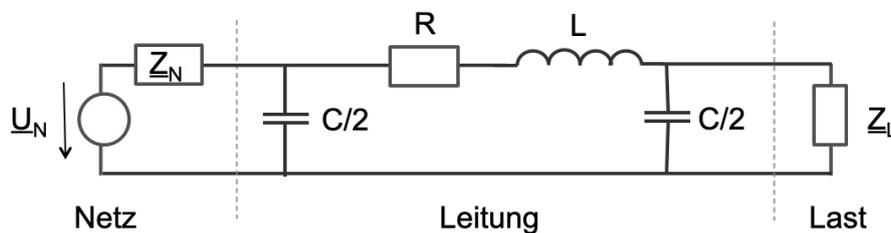


Abbildung 2.1.1 Ersatzschaltbild der Leitung mit Einspeisung und Last

Die Leitung hat den Widerstandsbelag  $R'$ , den Induktivitätsbelag  $L'$ , sowie den Kapazitätsbelag  $C'$ . Multipliziert mit der Leitungslänge  $l$  ergeben sich hieraus die Leitungsparameter  $R$ ,  $L$  und  $C$ . Die Kapazität ist in der PI-Ersatzschaltung zu gleichen Anteilen an den Leitungsenden angeordnet. Die Beträge  $R$ ,  $L$  und  $C$  erhöhen sich mit der Länge der Leitung. Die Leitung wird gespeist von einer Quelle  $\underline{U}_N$  mit dem Innenwiderstand  $\underline{Z}_N$  (wobei das Kürzel  $N$  für Netz steht). Die Leitung ist abgeschlossen mit der Lastimpedanz  $\underline{Z}_L$  (mit dem Kürzel  $L$  für Last).

Frage 2.1.1: Für die Leitung seien folgende Parameter angenommen: Länge  $l = 10$  km,  $R' = 0$  (verlustlose Leitung),  $C' = 15$  nF/km,  $L' = 800$   $\mu$ H/km. Skizzieren Sie das Ersatzschaltbild der verlustlosen Leitung.

Lösung:

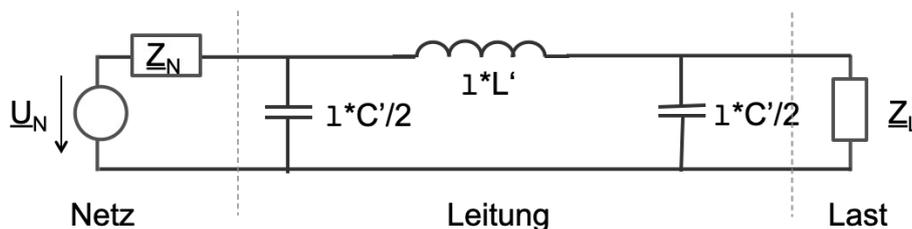


Abbildung 2.1.2 Ersatzschaltbild der verlustlosen Leitung

Frage 2.1.2: Die Last sei rein ohmsch, d.h.  $\underline{Z}_L = R_L$ . Es sollen folgender Betriebsfall untersucht werden: starke Last, d.h. hoher Laststrom. Wie vereinfacht sich das Ersatzschaltbild?

Frage 2.1.3: Die Last sei rein ohmsch, d.h.  $\underline{Z}_L = R_L$ . Als Betriebsfall soll schwache Last untersucht werden, d.h. geringer Laststrom. Wie vereinfacht sich das Ersatzschaltbild in diesem Fall?

Lösung (zu 2.1.2 und 2.1.3): siehe folgende Abbildung.

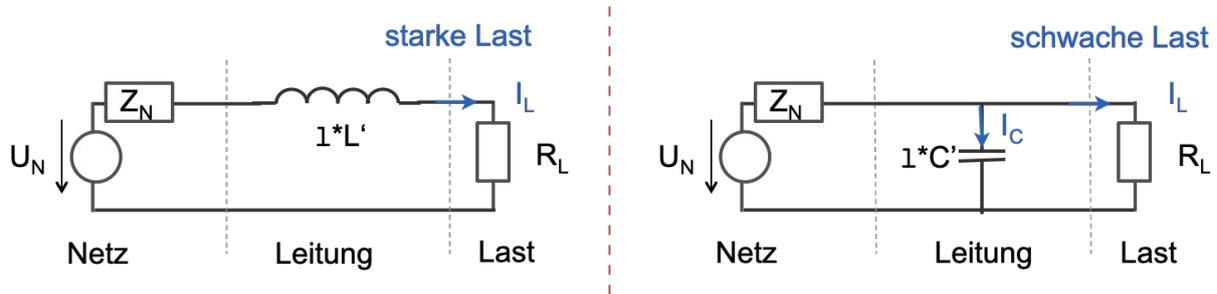


Abbildung 2.1.3 Ersatzschaltbilder bei starker und schwacher Last

Frage 2.1.4: Wie verhält sich in beiden Betriebsfällen der Strom am Anfang der Leitung im Verhältnis zur Netzspannung? Erstellen Sie Zeigerdiagramme für Ströme und Spannungen für beide Betriebsfälle. Eilt der Strom der Netzspannung vor oder umgekehrt? Hinweis: Verwenden Sie die vereinfachten Ersatzschaltbilder.

Lösung:

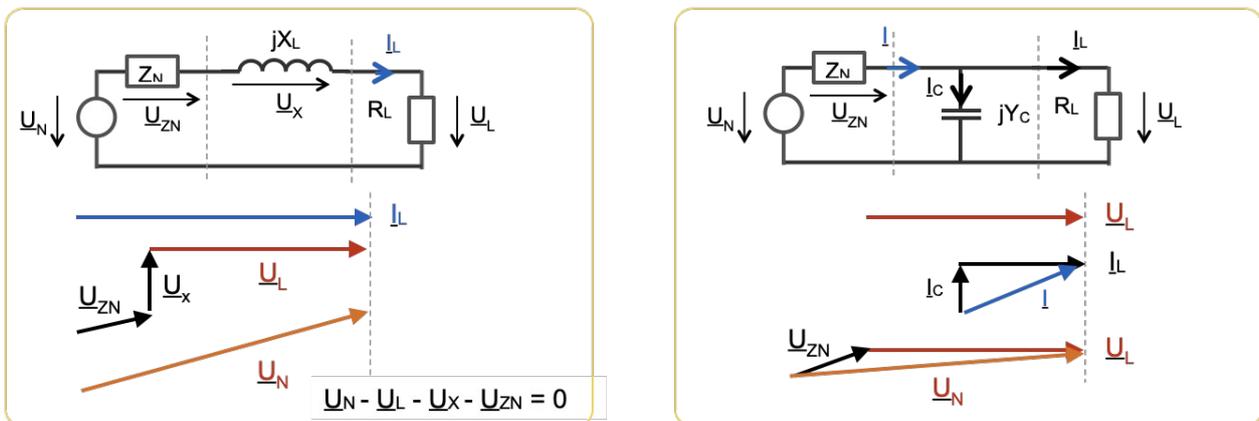


Abbildung 2.1.4 Zeigerdiagramme

Frage 2.1.5: Berechnen Sie den Wellenwiderstand  $R_w$  der Leitung. Skizzieren Sie das Ersatzschaltbild der verlustlosen Leitung mit Hilfe des Wellenwiderstandes.

Lösung: Die Leitungseigenschaften werden mit Hilfe des sogenannten Wellenwiderstandes beschrieben, der einfach neben dem Leitungssymbol genannt wird, siehe auch Aufgaben ab Abschnitt 2.3. Mit den dort eingeführten Methoden lassen sich die von der Last, bzw. vom Leitungsabschluss abhängigen Eigenschaften der Leitung (kapazitiv bzw. induktiv) plausibel abschätzen und auf die physikalischen Effekte zurück führen.

Frage 2.1.6: Als Lastfälle seien wiederum vorgegeben: (1) starke Last, d.h.  $R_L < R_w$ , (2) schwache Last, d.h.  $R_L > R_w$ . Wie verhält sich die Spannung am Leitungsanfang für die gegebenen Fälle? Argumentieren Sie mit Hilfe des Reflexionsfaktors (siehe auch Aufgaben ab Abschnitt 2.3).

## 2.2. Verhalten von Leitungen im Netz

Das Ersatzschaltbild der Leitung soll nun ohne Vereinfachungen aus folgenden Perspektiven betrachtet werden: (1) Aus Sicht des Netzes (die Leitung wird zur Last gerechnet), (2) aus Sicht der Last (die Leitung wird zum Netz gerechnet. Hierfür ergeben sich die folgenden Ersatzschaltbilder.

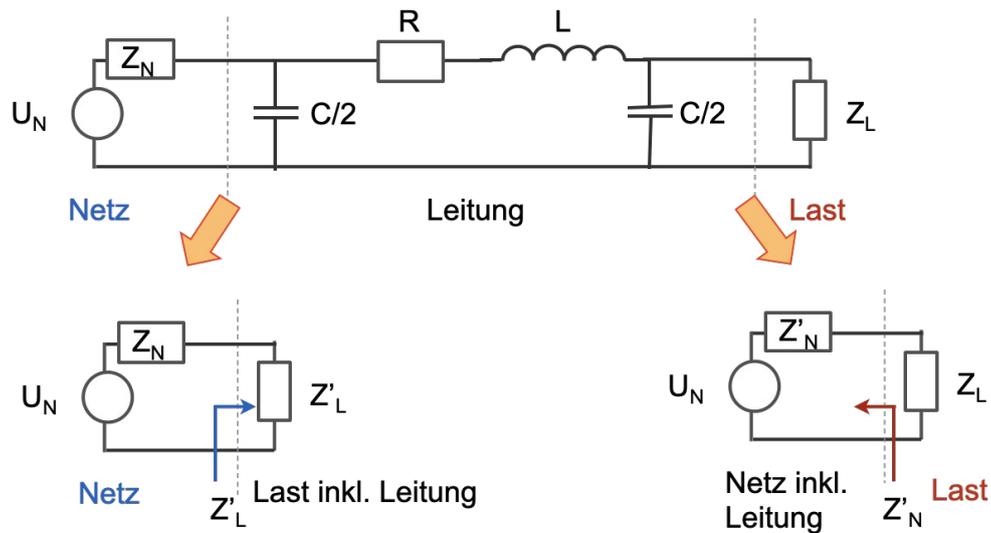


Abbildung 2.2.1 Leitung aus Sicht des Netzes und aus Sicht der Last

Frage 2.2.1: Sicht des Netzes. Berechnen Sie die Last  $Z'_L$  gemäß Ersatzschaltbild in Abhängigkeit der Leitungslänge. Hinweis: Die Last kann als ohmsche Last  $Z_L = R_L$  angenommen werden.

Lösung:  $Z'_L = (C' / 2) // (R + j\omega L' + (R_L // C'/2))$ , wobei „//“ für Parallelschaltung steht.

Der Lösungsweg bewegt sich von der Last zum Leitungsanfang, siehe folgende Abbildung.

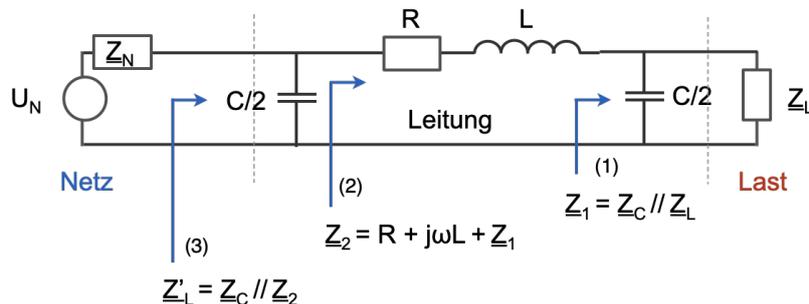


Abbildung 2.2.2 Lösungsweg für die Ersatzlast  $Z'_L$  am Leitungsanfang

Insgesamt ist die analytische Berechnung mühselig. Etwas einfacher geht es numerisch mit Hilfe einer Tabellenkalkulation mit Hilfe komplexer Rechnung (siehe Abschnitt 2.3). Der Lösungsweg bleibt gleich.

Frage 2.2.2: Sicht der Last. Berechnen Sie die Impedanz des Netzes Last  $Z'_N$  gemäß Ersatzschaltbild in Abhängigkeit der Leitungslänge. Hinweis: Der Innenwiderstand des Netzes kann als ohmsche Last  $Z_N = R_N$  angenommen werden.

Frage 2.2.3: Berechnen Sie den Einfluss der Leitungslänge (zunehmend längere Leitung) für die beiden Betriebsfälle Starklast und Schwachlast aus Sicht des Last. Stellen Sie das Ergebnis grafisch dar.

Frage 2.2.4: Wie benimmt sich eine Leitung unter Schwachlast bzw. Schwachlast? Diskutieren Sie das Verhalten und den Einfluss der Leitungslänge aus Sicht des Netzes und aus Sicht der Last.

Frage 2.2.5: Auf Seite der Last und auf Seite des Netzes spielt die Einhaltung der Spannung eine Rolle. Welchen Einfluss hat die Leitung auf die Spannung? Diskutieren Sie den Einfluss der Leitung auf die Spannung bei Schwachlast und Starklast.

Frage 2.2.6: Berechnen Sie die Wirkleistung, Blindleistung und Scheinleistung für beide Betriebsfälle. Verwenden Sie den Zusammenhang  $\underline{S} = P + jQ = \underline{U} \underline{I}^*$ , wobei  $\underline{I}^*$  den konjugiert komplexen Stromzeiger (Phasor) bezeichnet, und  $U$  und  $I$  die Effektivwerte von Spannung und Strom.

## 2.3. Impedanz längs einer Leitung

Für eine Betrachtung der Impedanz entlang der Leitung kann man sich die Leitung zusammengesetzt vorstellen als Kette kleiner Abschnitte der Länge  $\Delta l$  mit den Widerständen  $R_s = R' \Delta l$ , den Induktivitäten  $L = L' \Delta l$  und den Kapazitäten  $C = C' \Delta l$ . Folgende Abbildung zeigt dieses Leitungsmodell.

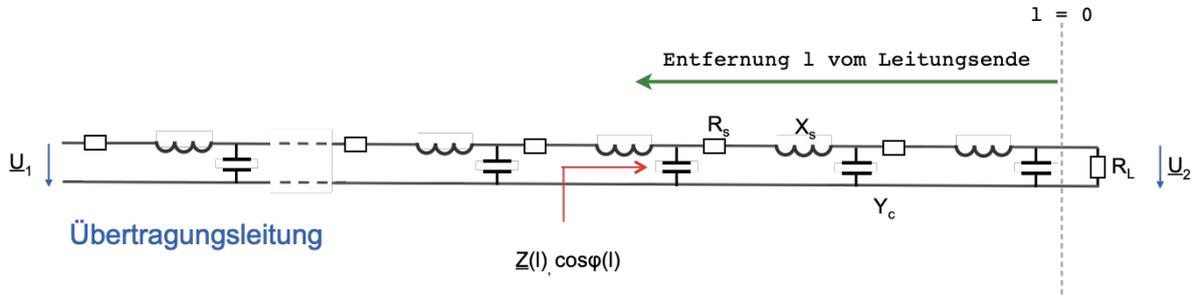


Abbildung 2.3.1 Leitungsmodell aus verketteten Leitungselementen

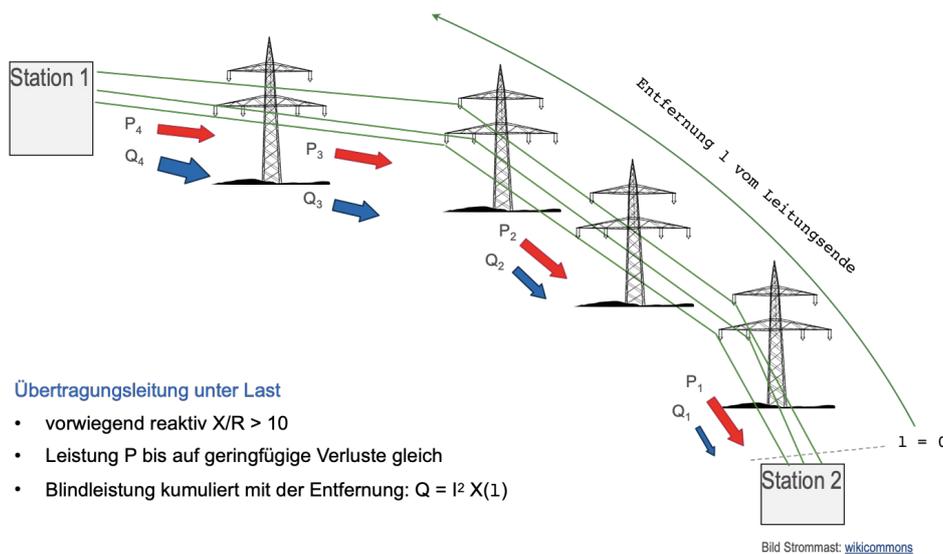
Die Impedanz  $Z(l)$  lässt sich nun in Abhängigkeit der Leitungslänge in Inkrementen von  $\Delta l$  numerisch berechnen. Da die Impedanz gemäß  $\underline{U}(l) = Z(l) \underline{I}(l)$  auch den Winkel  $\phi$  zwischen Strom und Spannung vorgibt, lässt sich auch der Leistungsfaktor  $\cos(\phi)$  berechnen. Die Leitung ist mit einem ohmschen Lastwiderstand abgeschlossen.

Charakteristisch für die Leitung ist das Verhältnis aus Induktivitätsbelag  $L'$  (in H/m bzw. Vs/Am) und Kapazitätsbelag  $C'$  (in F/m bzw. As/Vm). Dieses Verhältnis ist unabhängig von der Leitungslänge und besitzt die physikalische Einheit  $[L'/C'] = V^2/A^2$ . Aus der Wurzel dieses Verhältnisses errechnet man den sogenannten Wellenwiderstand der Leitung:

$$R_w = \sqrt{\left(\frac{L'}{C'}\right)} \quad (2.3.1)$$

Für das Verhalten der Leitung ist es ganz entscheidend, ob die Abschlussimpedanz  $Z_L$  bzw.  $R_L$  dem Wellenwiderstand  $R_w$  entspricht, bzw. größer oder kleiner ist. Ist der Abschluss größer als  $R_w$ , so wird die Leitung näher an der offenen Leitung bzw. im Bereich der Schwachlast betrieben. Ist der Abschluss kleiner als  $R_w$ , so wird die Leitung näher am Kurzschluss betrieben. Idealerweise entspricht der Abschluss  $R_L$  bei Nennlast dem Wellenwiderstand  $R_w$ .

Frage 2.3.1: Bei Nennlast überwiegen bei einer Übertragungsleitung die Induktivitäten in der Ersatzschaltung (die Lastimpedanz ist kleiner als der Wellenwiderstand).



### Übertragungsleitung unter Last

- vorwiegend reaktiv  $X/R > 10$
- Leistung  $P$  bis auf geringfügige Verluste gleich
- Blindleistung kumuliert mit der Entfernung:  $Q = I^2 X(l)$

Bild Strommast: [wikicommons](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Strommast.jpg)

Abbildung 2.3.2 Leitung im Nennbetrieb mit  $R_L < R_w$

Die Reaktanz  $X$  ist darüber hinaus bei einer 380kV-Leitung wesentlich größer als der ohmsche Widerstand ( $X/R \approx 10$ ). Beschreiben Sie qualitativ den Verlauf der Leitungsimpedanz mit wachsender Entfernung vom Abschluss der Leitung (Lastwiderstand). Welche Konsequenzen ergeben sich für die Wirkleistung  $P$  und für die Blindleistung  $Q$ ? Wie ändert sich folglich der Leistungsfaktor?

Lösung: Der Betrag der Lastimpedanz wächst, da der Imaginärteil (die Reaktanz) immer größer wird:

$$\underline{Z}(l) = R(l) + jX(l), \text{ wobei}$$

$$\underline{Z}(0) = R_L$$

Auch der Realteil wächst (zunehmender ohmscher Leistungswiderstand  $R_s$  mit der Länge), jedoch überwiegt wegen  $X/R_s \approx 10$  die Reaktanz. Der Betrag  $Z(l)$  errechnet sich zu  $Z(l) = \sqrt{(R(l))^2 + X(l)^2}$ . Bezogen auf den Abschlusswiderstand erhält man  $\underline{z}(l) = Z(l)/R_L = \sqrt{(R(l)^2 + X(l)^2)/R_L}$ .

Während die Wirkleistung mit wachsender Entfernung annähernd gleich bleibt (bzw. nur um die Leitungsverluste wächst), wird mit wachsender Entfernung vom Abschluss mehr Blindleistung aufgenommen. Dieser Zusammenhang ist ersichtlich aus:

$$P_V = I^2 R_s \quad \text{Verlustleistung über dem Leitungswiderstand } R_s$$

$$Q = I^2 X \quad \text{Blindleistung über der Leitungsreaktanz } X.$$

Frage 2.3.2: Parameter einer 380 kV Freileitung. Für eine 380kV Freileitung mit 4-er Bündeln an Leiterseilen finden sich folgende Parameter: Widerstandsbelag  $R' = 0,031 \Omega/\text{km}$ , induktiver Widerstandsbelag  $X' = 0,26 \Omega/\text{km}$ , Kapazitätsbelag  $6,5 \text{ nF}/\text{km}$ , thermische Grenzleistung: 1700 MVA. - Berechnen Sie hieraus (1) den Wellenwiderstand der Leitung, (2) die natürliche Leistung  $P_n$  der Leitung (bei Abschluss mit dem Wellenwiderstand), (3) den Abschlusswiderstand  $R_L$  bei thermischer Grenzleistung.

Lösung: (1)  $R_w = 240 \Omega$ ; (2)  $P_n = 602 \text{ MW}$ ; (3)  $R_L = 84 \Omega$ .

Die natürliche Leistung  $P_n$  erhält man bei Abschluss der Leitung mit dem Wellenwiderstand, d.h.  $R_L = R_w = 240 \Omega$ . Mit der Nennspannung  $U_2 = U_n = 380 \text{ kW}$  errechnet sich  $P_n = U_n^2/R_w$ . Da die natürliche Leistung sehr deutlich unter der Nennleistung bzw. thermischen Grenzleistung liegt, wird die Leitung übernatürlich betrieben, die Leistung nimmt Blindleistung auf.

Frage 2.3.3: Numerische Berechnungen. Das Tabellenwerk zur Vorlesung enthält ein Arbeitsblatt über Leitungseigenschaften für Freileitungen bis 380 kV, sowie ein Arbeitsblatt zur Berechnung der Impedanz längs der Leitung abhängig vom Abschlusswiderstand. Wie in Aufgabe 2.2 gezeigt, ist das Rechenschema rekursiv und lässt sich daher leicht in einer Tabellenkalkulation realisieren. Machen Sie sich mit der Unterlage vertraut und experimentieren Sie mit dem Tabellenwerk.

Lösung: siehe [Tabellenwerk zur Vorlesung](https://www.srupp.de/ENT/ENT_Vorlage.xlsx), [https://www.srupp.de/ENT/ENT\\_Vorlage.xlsx](https://www.srupp.de/ENT/ENT_Vorlage.xlsx)

Frage 2.3.4: Übernatürlicher Betrieb einer 380 kV Freileitung. Berechnen Sie den Impedanzverlauf beim übernatürlichen Betrieb der Freileitung mit den Parametern aus Frage 2.3.3.

Lösung: siehe folgende Abbildung. In normierter Darstellung  $|\underline{Z}(l)| / R_L$  erkennt man, dass der Betrag der Impedanz mit wachsender Entfernung zunimmt; bei 300 km Länge nimmt die Impedanz bereits über 40% zu. Gleichzeitig wird der Leistungsfaktor  $\cos(\varphi)$  immer schlechter.

Der Grund zeigt sich in der Darstellung nach Realteil und Imaginärteil der Impedanz  $\underline{Z}(l) = R + j X(l)$ : Der Imaginärteil wächst rasch und besitzt positives Vorzeichen, ist also induktiv. Bei 300 km Leitungslänge besitzt der Imaginärteil annähernd die Größe des Abschlusswiderstands  $R_L$ , somit wäre die Blindleistung annähernd gleich der Wirkleistung.

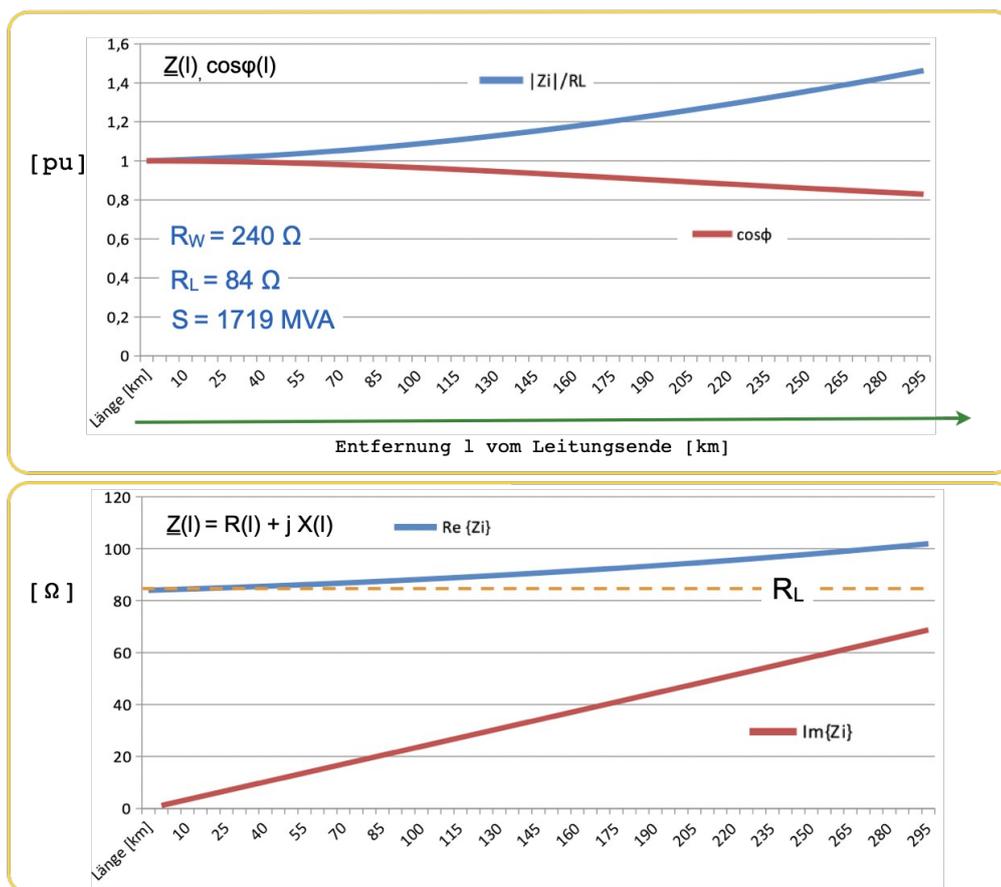


Abbildung 2.3.3 Betrieb der 380 kV-Leitung mit thermischer Grenzleistung

Frage 2.3.5: Natürlicher Betrieb einer 380 kV Freileitung. Verwenden Sie den Wellenwiderstand als Abschlusswiderstand. Vergleichen Sie mit dem Fall aus Frage 2.3.4. Wie erklärt sich das offensichtliche Verschwinden der Leitungsinduktivitäten? Welche Vorteile hat dieser Fall in der Praxis? Wieso nimmt man in der Praxis die Nachteile im übernatürlichen Betrieb in Kauf?

Lösung: siehe folgende Abbildung.

Bei Betrieb mit natürlicher Leistung zeigt sich von Leitungsinduktivitäten keine Spur: Die Leitungsimpedanz entspricht unabhängig von der Entfernung annähernd dem Abschlusswiderstand (= Wellenwiderstand der Leitung). Die Leitungslänge spielt keine Rolle mehr.

Der Leistungsfaktor bleibt folglich bei  $\cos(\varphi)=1$ : Es wird keine Blindleistung aufgenommen. Ein Blick auf den Realteil und Imaginärteil der Impedanz längs der Leitung betätigt, dass der Realteil annähernd auf dem Wert des Abschlusswiderstandes bleibt. Der leichte Anstieg erklärt sich durch den Widerstandsbelag der Leitung ( $R' = 0,031 \Omega/\text{km}$ , siehe Leitungsparameter oben).

Der Imaginärteil der Impedanz längs der Leitung bleibt bei Null. Die Leitung repräsentiert somit an jeder Stelle annähernd den Abschlusswiderstand, unabhängig von der Leitungslänge. Dennoch sind die induktiven und kapazitiven Leitungsbeläge ja nach wie vor vorhanden. Bei Abschluss mit dem Wellenwiderstand zeigen diese jedoch konstruktionsbedingt bzw. schaltungsbedingt keinen Einfluss. Diesen Effekt kann man mit Hilfe der Wellenausbreitung erklären und veranschaulichen (siehe folgender Abschnitt 2.4).

Der offensichtliche Vorteil dieser Betriebsart ist die fehlende Kumulation von Blindleistung mit der Leitungslänge. Die Leitungslänge spielt diesbezüglich keine Rolle, somit wären auch große Reichweiten im Übertragungsnetz realisierbar, über die hier berechneten 300 km hinaus.

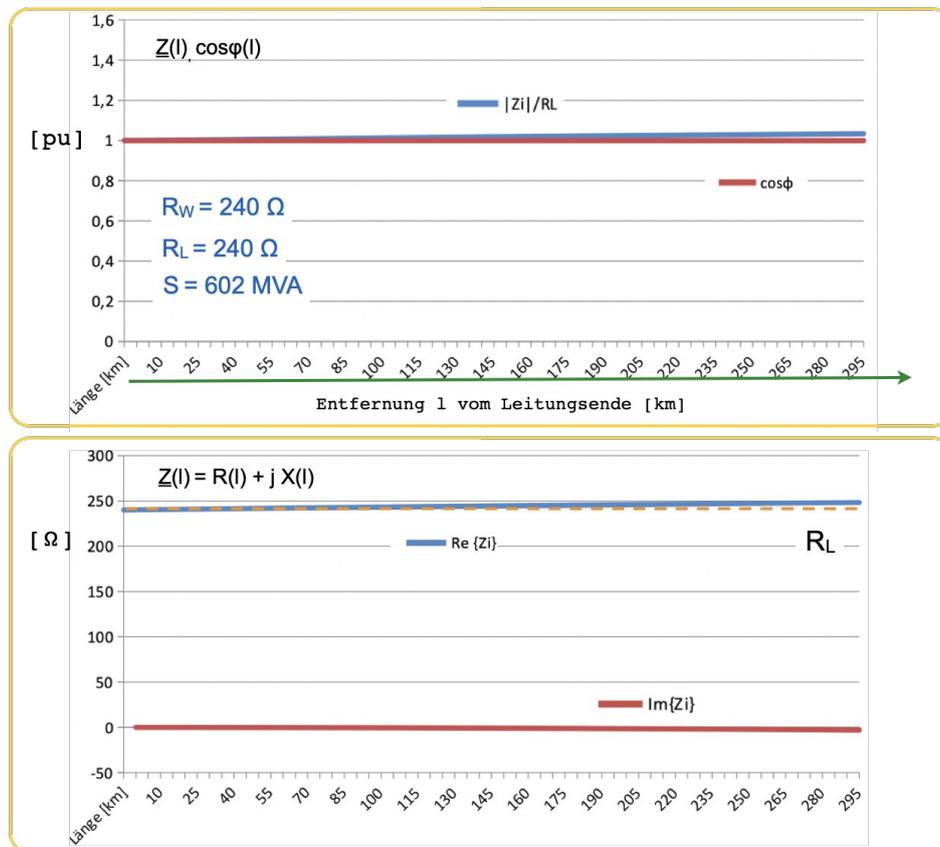


Abbildung 2.3.4 Betrieb der 380 kV-Leitung mit natürlicher Leistung

Der offensichtliche Nachteil der Methode ist die geringere Leistungsübertragung: Da die natürliche Leistung unter der thermischen Grenzleistung liegt, ist eine solche Leitung nur unzureichend ausgelastet. Um die thermische Grenzleistung als natürliche Leistung zu übertragen, müsste die Leitung einen Wellenwiderstand haben, der dem Abschlusswiderstand bei thermischer Grenzleistung entspricht, also  $R_w = R_L = 84 \text{ Ohm}$ .

Somit müsste der Wellenwiderstand deutlich geringer ausfallen. Mit Blick auf Gleichung 2.3.1 bestimmt den Wellenwiderstand das Verhältnis aus Induktivitätsbelag und Kapazitätsbelag der Leitung. Somit wäre eine Leitung mit geringerem Induktivitätsbelag bzw. mit höherem Kapazitätsbelag erforderlich. Beide Parameter sind vorwiegend durch die Geometrie bedingt und daher bei einer Freileitung nicht leicht zu ändern: Um die Kapazität zu erhöhen, könnte man die Leitung tiefer hängen, wogegen praktische Gründe sprechen.

Wegen der Transportleistung nimmt man somit die Nachteile des übernatürlichen Betriebs in Kauf. Die Blindleistung häuft sich längst der Leitung und kann vom Netz (Generatoren im Kraftwerk), bzw. von Kompensationsanlagen bereit gestellt werden.

Eine weitere, in der Praxis allerdings noch wenig erprobte Methode wäre eine verteilte Serienkompensation. Diese Methode findet sich zur Vertiefung im Tabellenwerk zur Vorlesung. Hierbei wird durch verteilte Serienkapazitäten (bzw. leistungselektronische Serienelemente) die Serienreaktanz der Leitung reduziert. Rechnet man den verbleibenden Reaktanzbelag zurück auf einen nunmehr reduzierten

Induktivitätsbelag, so würde sich durch diese Maßnahme der effektive Wellenwiderstand der Leitung reduzieren, die verteilt kompensierte Leitung wäre näher am Betrieb mit natürlicher Leistung.

Frage 2.3.6: Unternatürlicher Betrieb einer 380 kV Freileitung und Betrieb von Kabelstrecken. (1) Berechnen Sie den Impedanzverlauf beim Betrieb der Freileitung im Leerlauf (großer Abschlusswiderstand, z.B.  $R_L = 2000 \Omega$ ). (2) Analysieren Sie die Ergebnisse. Was sind die Konsequenzen in der Praxis? (3) Ähnliche Verhältnisse ergeben sich beim Betrieb von 380 kV-Kabelstrecken wegen deren vergleichsweise geringen Wellenwiderständen ( $R_{W,Kabel} = 50 \Omega$ ) auch bei Nennlast mit  $R_L = 84 \Omega$ . Welche Konsequenzen ergeben sich hieraus für die Nutzung von Kabelstrecken im Übertragungsnetz?

Lösung: siehe Abbildung unten.

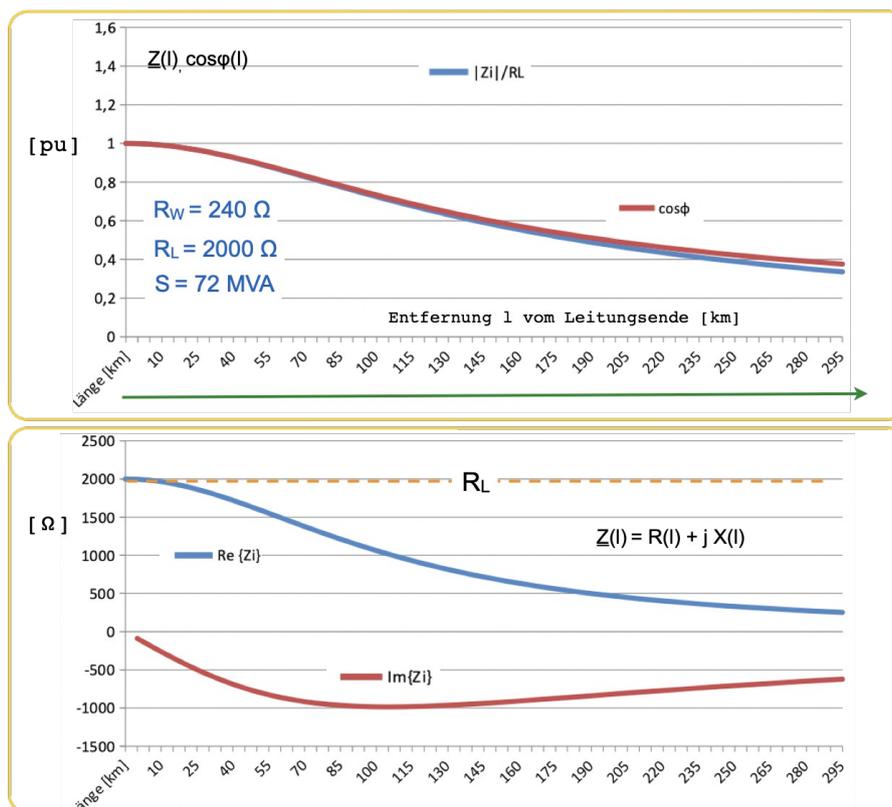


Abbildung 2.3.5 Betrieb der 380 kV-Leitung im Leerlauf

In dieser Betriebsweise wird kaum Leistung übertragen, daher ist dieser Fall nicht sonderlich spannend. Die Leitungsimpedanz repräsentiert bereits nach kurzen Entfernungen die Leitungskapazitäten: der Betrag der Leitungsimpedanz nimmt rasch ab, der Leistungsfaktor wird rasch sehr schlecht. Der Imaginärteil der Leitungsimpedanz wird rasch negativ, was den Einfluss der Leitungskapazitäten reflektiert.

Interessant sind diese Aussagen jedoch für den Betrieb von Kabelstrecken mit 380 kV: Solche Strecken besitzen wegen der vergleichsweise hohen Kapazitätsbelege der coaxialen Kabel geringe Wellenwiderstände (z.B.  $R_w = 50 \Omega$ , wie oben genannt). Wollte man mit einem 380 kV-System auf einer Kabelstrecke die gleiche Leistung übertragen, wie im Fall der 380 kV-Freileitung, wäre der Abschlusswiderstand bei  $R_L = 84 \Omega$ .

Somit wäre ein Kabelsystem näher am Leerlauf bzw. im unternatürlichen Betrieb (da die natürliche Leistung hier deutlich über der geforderten Übertragungsleistung liegt). Die Übertragung wäre mit sehr hoher kapazitiver Blindleistung verbunden. Aus diesem Grund ist der Betrieb von 380 kV Kabelsystemen

men im Übertragungsnetz über größere Entfernungen in der Praxis nicht möglich. Auf solchen Kabelsystemen wird daher auf die Hochspannungs-Gleichstrom-Übertragung ausgewichen (HGÜ). Diese Systeme finden überall dort Anwendung, wo 380 kV Freileitungen nicht möglich sind, d.h. auf See für Off-Shore Windanlagen, sowie an Land überall dort, wo Freileitungen keine Akzeptanz in der Öffentlichkeit finden.

## 2.4. Wellenausbreitung auf der Leitung

Mit Hilfe elektrischer Leitungen wird Leistung (bzw. Energie) über große Entfernungen transportiert. Die Leitung stellt das Medium für die Ausbreitung der elektrischen Spannung bzw. des elektrischen Stromes dar. Die Leitung transportiert jede Form von Spannungen und Strömen, das heisst auch Einschaltvorgänge, Störungen durch Blitzeinschlag, sowie Wechselspannung.

Für eine Wechselspannung breiten sich im eingeschwungenen Zustand die Spannungswelle und Stromwelle auf der Leitung aus, wie in der folgenden Abbildung dargestellt. Die gestrichelten Linien zeigen hierbei die zu einem späteren Zeitpunkt weiter fortgeschrittene Spannungswelle bzw. Stromwelle. Mit der Fortbewegung der Spannungswelle und Stromwelle transportiert die Welle Energie in Ausbreitungsrichtung.

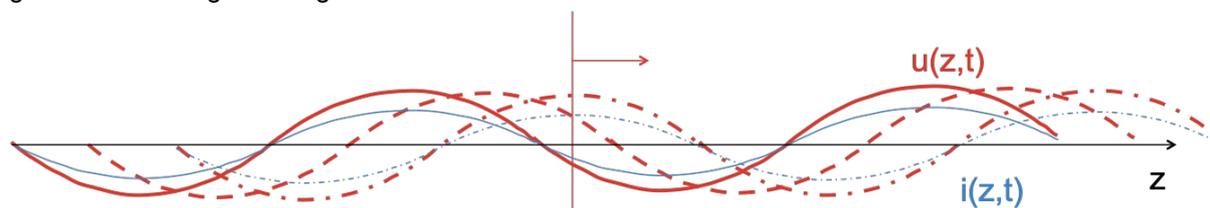


Abbildung 2.4.1 Ausbreitung der Spannungswelle und Stromwelle

Die ungestörte Ausbreitung der Spannungswellen und Stromwellen gilt unter der Annahme, dass das Ausbreitungsmedium unbegrenzt ist, also für unendlich lange Leitungen. In diesem Fall nimmt ein Generator, der wie in der Abbildung unten gezeigt, eine Spannung an den Anfang  $z = 0$  in die Leitung einspeist. Die Leitung wird hierbei repräsentiert durch ihren Wellenwiderstand  $R_w$ .

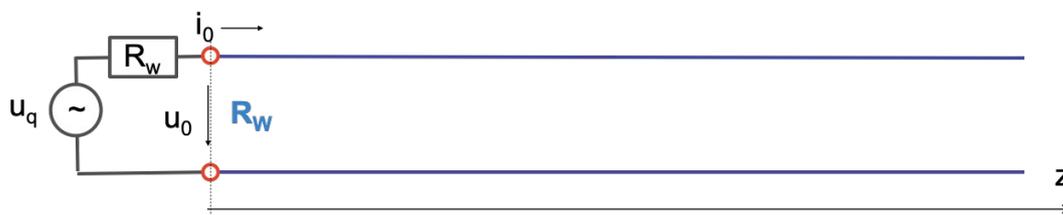


Abbildung 2.4.2 Gespeiste, unendlich ausgedehnte Leitung

Die Leitung wird in diesem Beispiel als verlustfrei angenommen. Der Wellenwiderstand ist eine Materialeigenschaft der Leitung. Er entspricht dem Verhältnis der Amplitude der Spannungswelle zur Amplitude der Stromwelle auf der Leitung. Berechnen lässt sich der Wellenwiderstand aus dem Kapazitätsbelag  $C'$  der Leitung (Kapazität pro Meter) und dem Induktivitätsbelag der Leitung  $L'$  (Induktivität pro Meter) aus:

$$R_w = \sqrt{\left(\frac{L'}{C'}\right)} \quad (2.4.1)$$

Aus den gleichen Materialeigenschaften berechnet sich die Ausbreitungsgeschwindigkeit zu:

$$v = \frac{1}{\sqrt{(L' C')}} \quad (2.4.2)$$

Frage 2.4.1: Materialeigenschaften. Eine Leitung hat einen Induktivitätsbelag  $L' = 800 \text{ mH/km}$  und einen Kapazitätsbelag von  $C' = 15 \text{ nF/km}$ . Berechnen Sie den Wellenwiderstand und die Ausbreitungsgeschwindigkeit.

Lösung:  $L' = 800 \text{ mH/km} = 800 \cdot 10^{-6} \text{ Vs/A km}$ ;  $C' = 15 \cdot 10^{-9} \text{ As/V km}$ . Hieraus erhält man:

$$L' / C' = (800 / 15) \cdot 10^3 \text{ V}^2/\text{A}^2$$

$$L' \cdot C' = 800 \cdot 15 \cdot 10^{-21} \text{ s}^2/\text{m}^2$$

Hieraus errechnen sich gemäß (2.4.1) und (2.4.2):

$$R_w = \sqrt{L' / C'} = 231 \Omega$$

$$v = 1 / \sqrt{L' \cdot C'} = 289 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

Im Vergleich zur Lichtgeschwindigkeit im Freiraum von  $c \approx 300 \cdot 10^6 \text{ m/s}$  breiten sich Wellen also etwas langsamer aus.

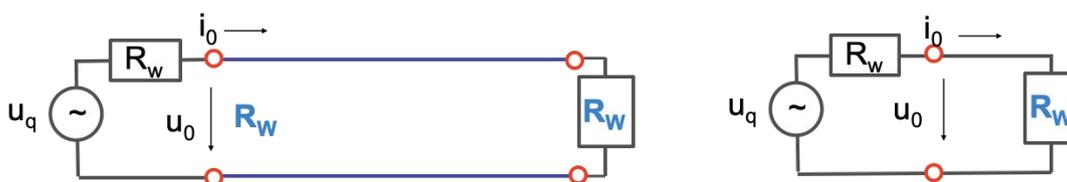
Frage 2.4.2: Einschaltvorgang. Zum Zeitpunkt  $t = 0$  wird die Spannung der  $u_q(t)$  Quelle von Null auf den konstanten Wert  $\hat{u}$  angehoben. Welcher Wert ergibt sich für  $u_o(t)$ ? Skizzieren Sie den zeitlichen Verlauf der Spannung über der Leitung  $u(t, z)$ .

Frage 2.4.3: Spannungspuls. Zum Zeitpunkt  $t = 0$  wird ein kurzer Spannungspuls der Höhe  $\hat{u}$  auf die Leitung gegeben. Welcher Wert ergibt sich für  $u_o(t)$ ? Skizzieren Sie den zeitlichen Verlauf der Spannung über der Leitung  $u(t, z)$ .

Frage 2.4.4: Harmonische Spannung. Zum Zeitpunkt  $t = 0$  wird eine periodische Spannung  $u_q(t) = \hat{u} \sin(\omega t)$  auf die Leitung gegeben. Welcher Wert ergibt sich für  $u_o(t)$ ? Skizzieren Sie den zeitlichen Verlauf der Spannung über der Leitung  $u(t, z)$ .

## 2.5. Anpassung an die Leitungseigenschaften

Der Idealfall einer unendlich langen Leitung lässt sich durch ein Ersatzschaltbild wiedergeben, bei dem die unendlich lange, verlustlose Leitung durch ihren Wellenwiderstand repräsentiert ist. Als Folgerung sollten sich also auch Verhältnisse nachbilden lassen, bei denen die Leitung endlich ist und durch einen Lastwiderstand abgeschlossen ist. Zunächst wird vorausgesetzt, dass als Abschlusswiderstand eine ohmsche Last der Größe des Wellenwiderstandes verwendet wird. Die Leitung besitzt die gleichen Eigenschaften wie in Abschnitt 2.4.



*Ersatzschaltbild der Leitung im angepassten Fall (Abschlusswiderstand gleich Wellenwiderstand)*

Frage 2.5.1: Laufzeit. Die Länge der Leitung beträgt 28,9 km. Wie lange benötigt ein Signal, um von einem Ende der Leitung bis zum anderen Ende zu laufen? Wäre diese Laufzeit messbar?

Frage 2.5.2: Einschaltvorgang. Zum Zeitpunkt  $t = 0$  wird die Spannung der  $u_q(t)$  Quelle von Null auf den konstanten Wert  $\hat{u}$  angehoben. Welcher Wert ergibt sich für  $u_o(t)$ ? Skizzieren Sie den zeitlichen Verlauf der Spannung über der Leitung  $u(t, z)$ . Ist das Ende der Leitung von der Welle aus gesehen erkennbar? Was genau geschieht am Ende der Leitung?

Frage 2.5.3: Spannungspuls. Zum Zeitpunkt  $t = 0$  wird ein kurzer Spannungspuls der Höhe  $\hat{u}$  auf die Leitung gegeben. Welcher Wert ergibt sich für  $u_o(t)$ ? Skizzieren Sie den zeitlichen Verlauf der Spannung über der Leitung  $u(t, z)$ . Was genau geschieht am Ende der Leitung?

Frage 2.5.4: Wenn man an den Laufzeiten kein Interesse hat, lässt sich die Ersatzschaltung wie links in der Abbildung vereinfachen. Erläutern Sie, wie dieses Ersatzschaltbild die Leitung für folgende Fälle repräsentiert: (1) aus Sicht der Einspeisung (Eingangsimpedanz), (2) aus Sicht der Last (Netzimpedanz).

Frage 2.5.5: Harmonische Spannung. Zum Zeitpunkt  $t = 0$  wird eine periodische Spannung  $u_q(t) = \hat{u} \sin(\omega t)$  auf die Leitung gegeben. Welcher Wert ergibt sich für  $u_0(t)$ ? Skizzieren Sie den zeitlichen Verlauf der Spannung über der Leitung  $u(t, z)$ .

Frage 2.5.6: Harmonische Spannung. Welchen Einfluss hat die willkürlich gewählte Entfernung  $z$  auf die Phasenlage der Spannung  $u(t, z)$  am Leitungsanfang zur Stelle  $u(t, 0)$ ? Welcher Phasenunterschied ergibt sich zwischen Ende und Anfang der Leitung? Wie ändert sich dieser Phasenunterschied mit der Leitungslänge? Welcher Unterschied der Phasenlage ergibt sich zwischen Spannung und Strom, z.B. am Ende der Leitung?

## 2.6. Transiente Vorgänge bei endlicher Leitung

Folgende Abbildung zeigt die Anordnung für einen Einschaltvorgang bei einer endlichen Leitung. Die Leitung besitzt den Wellenwiderstand  $R_w$  und am Endpunkt  $b$  ist abgeschlossen mit der Last  $R_L$ . Der Leitungsanfang an der Stelle  $a$  wird gespeist von einer Quelle mit Innenwiderstand  $R_1$ .



Abbildung 2.6.1 Endliche Leitung mit Abschlusswiderstand und Innenwiderstand der Quelle

Es wird ein Satellitenkabel der Länge 246 m verwendet. Im Datenblatt sind als Wellenwiderstand  $R_w = 75 \text{ Ohm}$  und als Ausbreitungsgeschwindigkeit  $v = 82\%$  der Lichtgeschwindigkeit im Freiraum angegeben. Außerdem finden sich als Kapazitätsbelag ein Wert von  $53 \text{ pF/m}$ . Der Innenwiderstand der Quelle beträgt  $R_1 = 10 \text{ Ohm}$ , ebenso der Lastwiderstand  $R_L = 10 \text{ Ohm}$ .

Frage 2.6.1: Welche Laufzeit  $T$  hat die Signalfanke beim Einschalten von  $a$  nach  $b$ ?

Lösung: Die Ausbreitungsgeschwindigkeit beträgt

$$v = 82\% c = 0,82 \cdot 300 \cdot 10^6 \text{ m/s} = 246 \cdot 10^6 \text{ m/s.}$$

Somit benötigt der Durchlauf von 246 m eine Mikrosekunde, d.h.  $T = 1 \text{ } \mu\text{s}$ .

Frage 2.6.2: Welcher Signalpegel  $u_b(t)$  ergibt sich am Leitungsende im eingeschwungenen Zustand (d.h. für  $t \gg T$ )? Hinweis: Was erwartet der Praktiker?

Lösung: Der Praktiker erwartet beim Anschluss einer Last von  $10 \text{ } \Omega$  an einer Gleichspannungsquelle mit Innenwiderstand  $10 \text{ } \Omega$  über eine wie immer geartete, verlustlose Leitung nach der Spannungsteilerregel eine Spannung von  $u_a = u_b = u_1 / 2$ . Auf diesen Wert schwingt sich der Spannungspegel ein.

Frage 2.6.3: Welchen Signalpegel hat die Spannung  $u_a(t)$  unmittelbar nach dem Einschalten?

Lösung: Unmittelbar nach dem Einschalten (d.h.  $0 < t < T$ ) ist das Ende der Leitung noch nicht absehbar. Die einlaufende Spannungswelle sieht den Wellenwiderstand der Leitung von  $75 \text{ } \Omega$ . Nach der Spannungsteilerregel ( $R_w / (R_1 + R_w)$ ) beträgt  $u_a(t)$  unmittelbar nach dem Einschalten somit

$$u_a(t) = 75 / 85 u_1 = 0,88 u_1$$

Frage 2.6.4: Auf welche Weise kommt der Übergang von Zustand unmittelbar nach dem Einschalten bis zum eingeschwungenen Zustand zustande? Hinweis: An den Leitungsenden treten Reflexionen auf. Erklären Sie hiermit den Übergang.

Lösung: Der Übergang kommt durch fortgesetzte Reflexionen zustande.

Zunächst wird die einlaufende Spannungswelle (mit Pegel  $0,88 u_1$ , siehe oben) am Ausgang reflektiert. Da der Abschlusswiderstand  $R_L < R_w$  ist, ist das Leitungsende näher am Kurzschluss, die Spannungswelle wird daher mit umgekehrten Vorzeichen reflektiert.

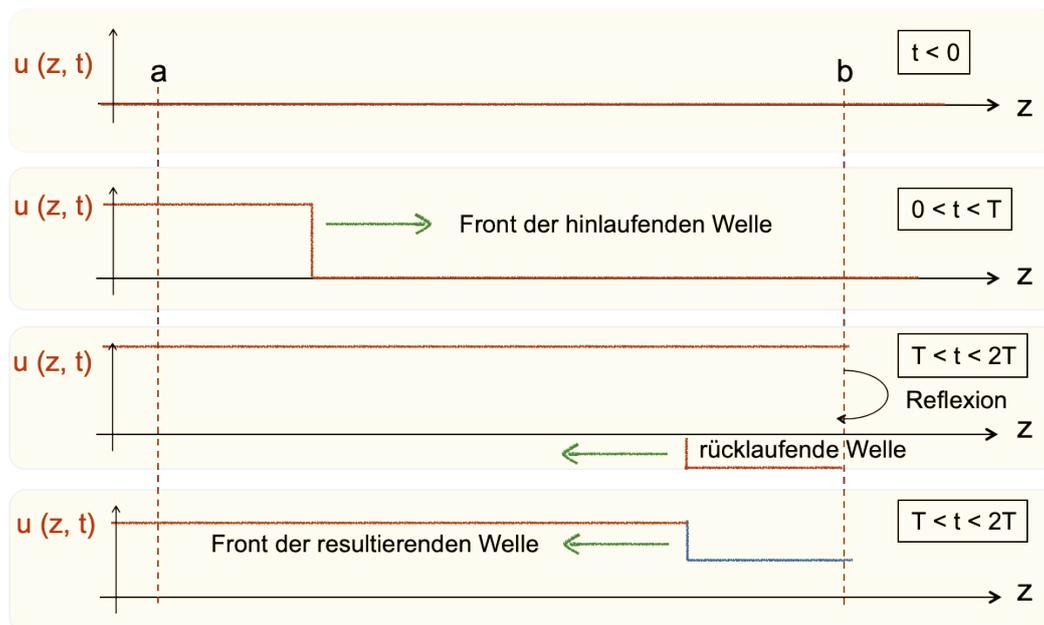


Abbildung 2.6.2 Reflexion der einlaufenden Spannungswelle am Ausgang

Somit folgt die Spannung auf der Leitung der rücklaufenden Spannungswelle mit insgesamt kleinerem Wert als die hinlaufende Spannung. Durch fortgesetzte Reflexionen wird der nach der Spannungsteiler-Regel erwartete Spannungspegel im eingeschwungenen Zustand erreicht (siehe Frage 2.6.2).

Frage 2.6.5: Unter dem Reflexionsfaktor versteht man den Anteil der reflektierten Spannungswelle im Verhältnis zur einlaufenden Spannungswelle, siehe folgende Abbildung.



Abbildung 2.6.3 Reflexionsfaktor am Ausgang

Der Reflexionsfaktor für die Spannungswelle am Ende der Leitung ergibt sich aus dem Abschlusswiderstand  $R_b$  und dem Wellenwiderstand  $R_w$  der Leitung:

$$r_b = \frac{R_L - R_W}{R_L + R_W} \quad (2.6.1)$$

Für die reflektierte Spannungswelle am Leitungsanfang errechnet sich der Reflexionsfaktor:

$$r_a = \frac{R_1 - R_W}{R_1 + R_W} \quad (2.6.2)$$

Berechnen Sie die Reflexionsfaktoren am Leitungsende und am Leitungsanfang. Skizzieren Sie den zeitlichen Verlauf der Spannungen am Leitungsanfang und Leitungsende vom Zeitpunkt des Einschaltens bis zum eingeschwungenen Zustand.

Lösung: Der Reflexionsfaktor ergibt sich in beiden Fällen zu  $r_b = r_a = -0,76$ . Jeweils dieser Anteil wird reflektiert. Die neue Wellenfront ergibt sich aus der Überlagerung der einlaufenden und reflektierten Anteile. Für die Spannungen am Eingang und Ausgang ergibt sich im Intervall T folgende Reihe bis zum eingeschwungenen Zustand:

Intervall:	Spannungen:	
$0 < t < T$	$u_a / u_1 = 0,88 \Rightarrow$	$u_b / u_1 = 0$
$T < t < 2T$	$u_a / u_1 = 0,88 \Leftarrow$	$u_b / u_1 = 0,21$
$2T < t < 3T$	$u_a / u_1 = 0,63 \Rightarrow$	$u_b / u_1 = 0,21$
$3T < t < 4T$	$u_a / u_1 = 0,63 \Leftarrow$	$u_b / u_1 = 0,58$
...	...	...
$t \gg T$	$u_a / u_1 = 0,5$	$u_b / u_1 = 0,5$

Zum Experimentieren finden sich hier ein Excel-Kalkulationsblatt: [Tabellenwerk zur Vorlesung, https://www.srupp.de/ENT/ENT\\_Vorlage.xlsx](https://www.srupp.de/ENT/ENT_Vorlage.xlsx), siehe Arbeitsblatt „Reflexionen an Leitungen“.

Frage 2.6.6: Welcher Anteil der Spannungswelle wird am Ende einer kurzgeschlossenen Leitung reflektiert? Wie groß ist die resultierende Wellenfront? Welcher Anteil der Stromwelle wird in diesem Fall reflektiert? Wie groß ist die resultierende Wellenfront? Welchen Wert erhält man im eingeschwungenen Zustand? Beantworten Sie die gleichen Fragen für den Fall einer am Ende offenen Leitung.

Frage 2.6.7: Übertragen Sie die Verhältnisse auf eine Leitung im Übertragungsnetz der elektrischen Energieversorgung. Verwenden Sie folgende Parameter: Netzimpedanz  $R_1 = 5 \Omega$ ,  $R_w = 240 \Omega$ ,  $R_L = 84 \Omega$ , Ausbreitungsgeschwindigkeit  $v = 290 \cdot 10^6 \text{ m/s}$ , Länge der Leitung  $l = 290 \text{ km}$ . Untersuchen Sie das transiente Verhalten mit Hilfe der Tabellenkalkulation.

Lösungsbeispiel: siehe folgende Abbildung.

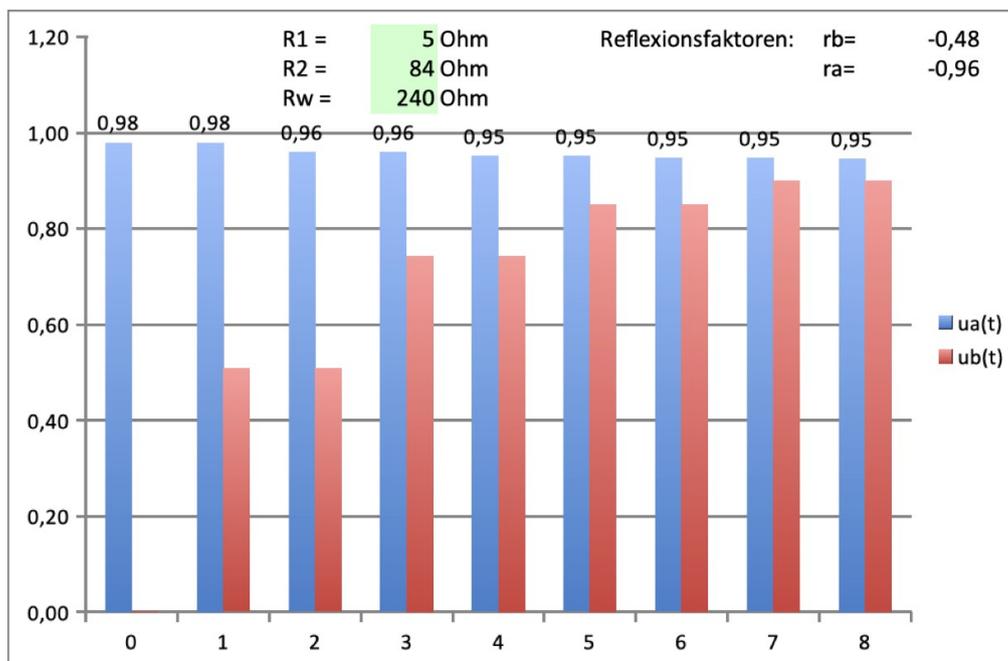


Abbildung 2.6.7 Reflexionen nach dem Einschalten der Netzspannung

Wenn man die o.g. Parameter in das Tabellenwerk einsetzt, ergeben sich die dargestellten Spannungsverläufe  $u_a(t)$  und  $u_b(t)$  an den beiden Leitungsenden a (Eingang mit Spannungsquelle und  $R_1$ ) und b (Abschluss  $R_L$ ):

- **Blaue Balken:** Die aus hinlaufender und rücklaufender Welle summierte Spannung  $u_a(t)$  am Leitungsanfang nimmt mit jeder Reflexion etwas ab und bewegt sich auf den Wert laut Spannungsteilerregel zu. Startwert ist der Spannungsteiler mit dem Wellenwiderstand  $R_w$ .
- **Rote Balken:** Die aus hinlaufender und rücklaufender Welle summierte Spannung  $u_b(t)$  am Leitungsende nimmt mit jeder Reflexion etwas ab und bewegt sich auf den Wert laut Spannungsteilerregel zu. Startwert ist hier Null, da die hinlaufende Welle zum Zeitpunkt  $t = 0$  das Leitungsende noch nicht erreicht hat.

Beide Enden der Leitung sind fehlangepasst, wie die im Tabellenwerk berechneten Reflexionsfaktoren zeigen:

- $r_b = -0,48$  am Leitungsende (Abschluss mit  $R_L$ ): Fast die Hälfte der auf den Ausgang zulaufenden Welle wird mit umgekehrtem Vorzeichen reflektiert.
- $r_a = -0,96$  am Leitungsanfang (Abschluss mit  $R_1$ ): Nahe an einer Totalreflexion im Kurzschlussfall; fast die gesamte auf den Eingang zulaufende Welle wird mit umgekehrtem Vorzeichen reflektiert.

Aus Sicht der summierten Spannung ist dieser Fall (mit  $R_1 < R_w$  und  $R_L < R_w$ ) unkritisch. Die Transienten überlagern sich der Wechsellspannung und sind nach etwa 10 Reflexionen (d.h. insgesamt  $2 \cdot 10 \cdot \Delta t = 20$  ms) eingeschwungen.

Anders verläuft der Fall bei schwacher Last bzw. bei offener Leitung, d.h.  $R_L > R_w$  bzw.  $R_L \gg R_w$ : hier wird der Reflexionsfaktor  $r_b > 0$  und erreicht einen Wert von bis zu  $r_b = 1$ . Dieser Fall ist mit Spannungsüberhöhungen verbunden; die Spannung kann den doppelten Wert erreichen.

Frage 2.6.8: Reflexionen an Leitungen im Übertragungsnetz. (1) Wegen der Verluste wird man in einem Energieversorgungsnetz den Innenwiderstand  $R_1$  des Netzes immer klein halten im Verhältnis zum Wellenwiderstand  $R_w$  der Leitung und zum Lastwiderstand  $R_L$ . An dieser Stelle ist die Übertragung also immer fehlangepasst; der Reflexionsfaktor am Leitungsanfang immer in der Nähe von  $r_a \approx -1$ . (2) Der Lastwiderstand  $R_L$  bei Freileitungen ist in der Regel kleiner als der Wellenwiderstand  $R_w$ , was ebenfalls zu Fehlanpassungen führt. Was sind die Konsequenzen und arrangiert man sich in der Praxis hiermit?

Lösung: (1) Wenn das Leitungsende angepasst ist, entstehen keine rücklaufenden Wellen, die am Eingang annähernd totalreflektiert werden könnten. Bei annähernder Anpassung am Leitungsende kann man somit mit der Fehlanpassung an der Stelle der Einspeisung leben. Da der Eingangsreflexionsfaktor  $r_a$  negativ ist, entstehen auch bei Fehlanpassung keine Spannungsprobleme.

(2) Der Ausgang ist ebenfalls fehlangepasst, was allerdings nicht zu Spannungsproblemen führt, da in der Regel  $R_L < R_w$  und somit der Ausgangsreflexionsfaktor  $r_b$  negativ. Die Fehlanpassung führt zu einer Anhäufung von Blindleistung längs der Leitung, wie in Abschnitt 2.3 untersucht. Diesen Effekt nimmt man wegen der höheren Übertragungsleistung bei gegebenem Wellenwiderstand  $R_w$  in Kauf.

## 2.7. Eingeschwungener Zustand bei Wechsellspannung

Bei der Reflexion und Überlagerung von harmonischen Spannungswellen (bzw. Stromwellen) ergibt sich eine Mischung aus stehende Wellen und fortschreitenden Wellen. Bei Totalreflexion ist der Anteil der fortschreitenden Wellen gleich null, man erhält nur stehende Wellen.

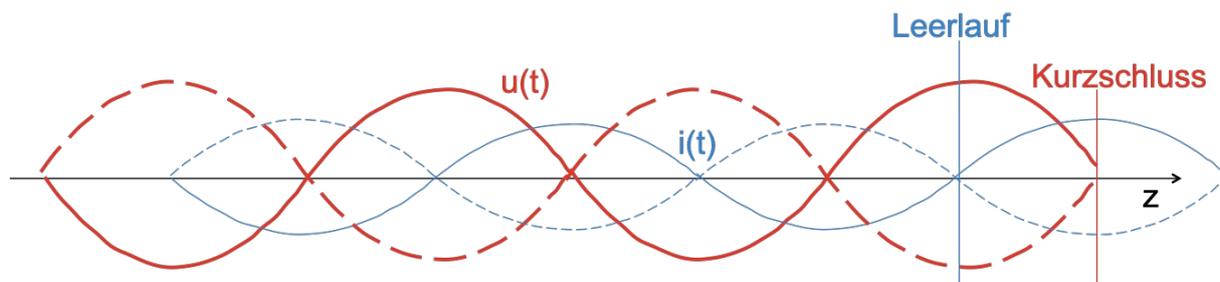


Abbildung 2.7.1 Reflexionen bei offener und kurzgeschlossener Leitung

Frage 1.10.1: Totalreflexion am Kurzschluss. Welchen Wert hat die resultierende Spannung am Leitungsende? Was folgt hieraus für den Betrag der hinlaufenden und reflektierten Spannungswelle, sowie für den Reflexionsfaktor? Welchen Wert hat der resultierende Strom am Leitungsende? Was folgt hieraus für den Betrag der hinlaufenden und reflektierten Stromwelle?

Lösung: Spannung: Bei Kurzschluss am Leitungsende ist die resultierende Spannung  $u_b(t)$  an dieser Stelle gleich Null. Es entsteht ein Spannungsnoten. Für die Überlagerung der reflektierten Spannungswelle mit der eintreffenden Spannungswelle bedeutet dies, dass sich beide an dieser Stelle auslöschten: die reflektierte Welle hat also umgekehrtes Vorzeichen wie die einlaufende Welle. Hieraus errechnet sich der Reflexionsfaktor  $r_b = -1$  (da dieser als Verhältnis der Amplituden von reflektierter zur eintreffenden Spannungswelle definiert ist).

Strom: Bei Kurzschluss am Leitungsende ist der resultierende Strom  $i_b(t)$  an dieser Stelle maximal. Im Sinne einer stehenden Welle entsteht ein Wellenbauch. Für die Überlagerung der reflektierten Stromwelle mit der eintreffenden Stromwelle bedeutet dies, dass sich beide an dieser Stelle verstärken: die reflektierte Welle hat also gleiches Vorzeichen wie die einlaufende Welle, die Amplitude an dieser Stelle verdoppelt sich.

Frage 1.10.2: Totalreflexion an der offenen Leitung. Welchen Wert hat die resultierende Spannung am Leitungsende? Was folgt hieraus für den Betrag der hinlaufenden und reflektierten Spannungswelle, sowie für den Reflexionsfaktor? Welchen Wert hat der resultierende Strom am Leitungsende? Was folgt hieraus für den Betrag der hinlaufenden und reflektierten Stromwelle?

Lösung: Spannung: Bei offenem Leitungsende ist die resultierende Spannung  $u_b(t)$  an dieser Stelle maximal. Es entsteht ein Spannungsbauch im Sinne einer stehenden Welle. Für die Überlagerung der reflektierten Spannungswelle mit der eintreffenden Spannungswelle bedeutet dies, dass sich beide an dieser Stelle verstärken: die reflektierte Welle hat also gleiches Vorzeichen wie die einlaufende Welle. Hieraus errechnet sich der Reflexionsfaktor  $r_b = 1$ . Strom: folgt sinngemäß als Stromknoten, d.h. am offenen Ende der Leitung ist der resultierende Strom gleich Null.

Frage 1.10.3: Reflexion mit gegebenem Reflexionsfaktor. Der Reflexionsfaktor  $r_b$  für die Spannungswelle am Leitungsende bewegt sich irgendwo zwischen den Extremen  $r_b = -1$  (Kurzschluss) und  $r_b = 1$  (offene Leitung). Nehmen Sie einen beliebigen Wert für  $r_b$  an. Skizzieren Sie den Verlauf der Überlagerung der resultierenden stehenden Welle mit der fortschreitenden Welle über dem Leitungsabschnitt für den Fall, dass man mit Hilfe einer Spannungssonde zeitliche Mittelwerte erfasst. Zusatzfrage: Welche Verhältnisse ergeben sich für den Fall  $r_b = 0$ ? Wie lässt sich dieser spezielle Fall durch Beschaltung am Leitungsende realisieren?

Frage 1.10.4: Änderung der Eingangsimpedanz durch Reflexionen am Leitungsende. Für den Fall, dass man die zeitlichen Mittelwerte von Spannung  $U_a$  und Strom  $I_a$  am Leitungsanfang messtechnisch ermitteln könnte, schätzen Sie die hieraus errechnete Impedanz  $R_a = U_a / I_a$  für die folgenden Fälle: (1) Kurzschluss am Leitungsende, (2) offene Leitung. Verwenden Sie folgende Annahmen: (a) im Verhältnis zur Wellenlänge  $\lambda$  sehr kurze Leitung der Länge  $l = \lambda/100$ , (b) Leitung der Länge einer Viertelwelle, d.h.  $l = \lambda/4$ . Hinweis: Verwenden Sie zur qualitativen Abschätzung die Abbildung oben und detaillieren Sie den Verlauf am Leitungsende.

## 2.8. Effekte der Wellenausbreitung im Netz

In der Energietechnik wird Wechselstrom mit einer Frequenz von 50 Hz (in Europa) oder 60 Hz (in Amerika) eingesetzt. Diese Frequenz ist von Anwendungen aus der Hochfrequenz weit entfernt. Dennoch entstehen im Leitungsnetz Effekte der Wellenausbreitung, da die Leitungen gemessen an der Wellenlänge ebenfalls sehr lang sind. Solche Effekte ergeben sich immer, wenn die technische Realisierung eines Gerätes oder Netzes in die Größenordnung der Wellenlänge (bzw. der Viertelwellenlänge) kommt.

Frage 1.11.1: Berechnen Sie die Wellenlänge der Wechselspannung mit 50 Hz mit einer Ausbreitungsgeschwindigkeit von  $290 \cdot 10^6$  m/s für die Leitung.

Frage 1.11.2: Bei welchen Leitungslängen rechnen Sie mit Effekten der Wellenausbreitung? Welche Effekte vermuten Sie?

Frage 1.11.3: Eine mit 50 Hz betriebene Übertragungsleitung hat die Länge  $\lambda/4$ . Am Ende der Leitung ist ein Kurzschluss entstanden. Welche Eingangsimpedanz misst man am Anfang der Leitung?

Frage 1.11.4: Eine mit 50 Hz betriebene Übertragungsleitung hat die Länge  $\lambda/4$ . Die Leitung läuft leer, d.h. die Last am Ende der Leitung hat eine im Verhältnis zum Wellenwiderstand der Leitung sehr hohe Impedanz. Welche Eingangsimpedanz misst man am Anfang der Leitung?

Frage 1.11.5: Welche Länge hätte eine  $\lambda/4$  - Leitung in der elektrischen Energieversorgung? Welche Effekte ergeben sich für die Eingangsimpedanz bereits bei kürzeren Leitungen? Wie hängen diese Effekte von der Lastsituation ab (geringe Last, bzw. hohe Last)? Wie lassen sich diese Effekte vermeiden?

Frage 1.11.6: Hätte man in einem Gleichstromnetz die gleichen Effekte? Wenn nein, was spricht gegen Gleichstromnetze in der elektrischen Energieversorgung? Wo werden Gleichstrom-Strecken sinnvoll eingesetzt?

### 3. Transformatoren

Die Ströme im Leitungsnetz sind begrenzt. Um größere Leistungen zu transportieren, verwendet man daher höhere Spannungen. Die Leistung in einem Drehstromsystem lässt sich aus dem Leiterstrom und der Spannung zwischen zwei Leitern (verkettete Spannung) wie folgt berechnen:  $S = \sqrt{3} I U$ . Somit steigt die Transportkapazität linear mit dem Spannungsniveau.

Mit ca. 600 A Strom pro Leiter lässt sich die Transportkapazität folgender Faustformel bestimmen:  $S = \sqrt{3} I U \approx 1000A U$ . Bei einem 20 kV System beträgt die Transportkapazität somit ca. 20 MVA, bei 110 kV ca. 110 MVA. In den oberen Netzebenen (220 kV und 380 kV) werden zudem Leiterbündel aus 2 oder 4 Leitern verwendet. Hiermit ergeben sich Transportkapazitäten von ca. 440 MVA bzw. ca. 1600 MVA. Die Fixierung der Ströme fixiert außerdem die Leitungsverluste: Die Transportnetze sind hochohmig, die Verluste im Verhältnis zur Transportleistung geringen.

Schlüsselkomponenten der Stromnetze sind die Transformatoren, die zwischen den Spannungsebenen eingesetzt werden.

#### 3.1. Funktionsprinzip

Zwischen Primärwicklung und Sekundärwicklung befindet sich ein Eisenkern zur Führung des magnetischen Flusses. Letzterer wird durch einen Strom in einer der Wicklungen erzeugt, beispielsweise in der Primärwicklung. Bei Betrieb mit Wechselstrom ist auch der magnetische Fluss zeitlich veränderlich. Die Flussänderung induziert eine Spannung in der Sekundärwicklung.

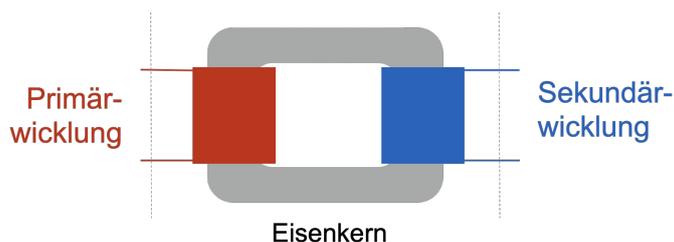


Abbildung 3.1.1 Aufbau eines Transformators

Das Verhalten ist abhängig vom Abschluss der Sekundärwicklung: Bei offener Sekundärwicklung bleibt es bei einer induzierten Spannung, es fließt kein Strom. Bei Abschluss mit einem Lastwiderstand oder im Kurzschlussfall kann ein Strom fließen.

Frage 3.1.1: Betrieb mit offener Sekundärwicklung (Leerlauf). Es sei angenommen, dass in der Primärwicklung ein Strom fließt, beispielsweise durch Anlegen einer Primärspannung, wie in folgender Abbildung dargestellt. Erläutern Sie die Funktionsweise und das in der Abbildung ganz rechts dargestellt elektrische Ersatzschaltbild. Wie kommt die Induktivität in dieser Ersatzschaltung zustande?

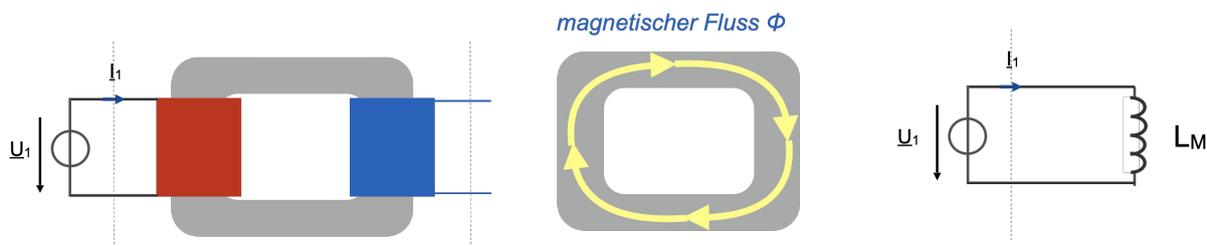


Abbildung 3.1.2 Betrieb im Leerlauf

**Lösung:** Im Leerlauf spielt die Sekundärwicklung keine Rolle. Von der Primärwicklung aus betrachtet funktioniert der Transformator als Spule. Die Induktivität ist definiert als der magnetischen Fluss im

Verhältnis zum Strom (d.h. als Nutzen/Aufwand). Wegen des Eisenkerns fällt der durch den Strom erzeugte Fluss recht groß aus, somit auch an der Primärseite gemessene Induktivität  $L_M$ . Als Ersatzschaltung dient diese Induktivität.

Eine induzierte Sekundärspannung lässt sich zwar messen, hat aber weiter keinen Einfluss. Es findet keine Leistungsübertragung statt.

Frage 3.1.2: Betrieb mit kurzgeschlossener Sekundärwicklung. Es sei angenommen, dass in der Primärwicklung ein Strom fließt, beispielsweise durch Anlegen einer Primärspannung, wie in folgender Abbildung dargestellt. Um eine Zerstörung des Transformators zu vermeiden, wird die Primärspannung vorsichtig erhöht, bis maximal der Bemessungsstrom fließt. Erläutern Sie die Funktionsweise und das in der Abbildung ganz rechts dargestellte elektrische Ersatzschaltbild. Wie kommt die Induktivität in dieser Ersatzschaltung zustande? Welche Leistung wird übertragen?

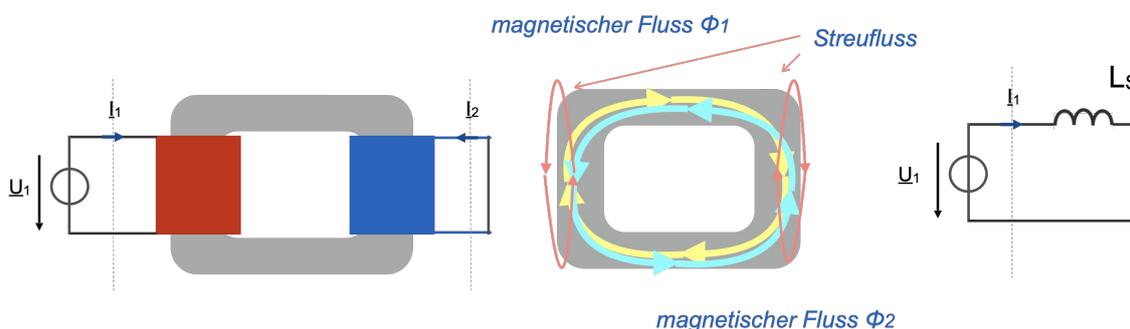


Abbildung 3.1.3 Betrieb im Kurzschluss

Lösung: Der Stromfluss auf der Primärseite erzeugt einen magnetischen Fluss im Eisenkern. Dieser induziert auf der Sekundärseite wiederum ein elektrisches Feld. Durch den kurzgeschlossenen Sekundärkreis fließt ein Strom (Wirbelstrom), der wiederum einen magnetischen Fluss im Eisenkern erzeugt. Dieser magnetische Fluss wirkt seiner Ursache entgegen: beide Flüsse neutralisieren sich.

Vo der Primärseite aus betrachtet, fällt die Induktivität als der magnetischen Fluss im Verhältnis zum Strom (d.h. als Nutzen/Aufwand) somit sehr gering aus: Es existiert nur ein Streufluss jeweils um die Primärwicklung und die Sekundärwicklung.

Die auf diese Art gemessene Streuinduktivität  $L_S$  begrenzt den Primärstrom, wie die Ersatzschaltung zeigt. Der Kurzschluss auf der Primärseite transformiert sich auf die Sekundärseite, es verbleibt nur die Streuinduktivität. Die Streureaktanz lässt sich aus dem Verhältnis der Primärspannung zum Strom bestimmen. Es finden keine Leistungsübertragung statt.

Frage 3.1.3: Vergleich der Induktivitäten. Welche der in beiden Fällen auf der Primärseite gemessenen Induktivitäten fällt größer aus: die im Leerlauf gemessene Induktivität  $L_M$ , oder die im Kurzschluss gemessene Induktivität  $L_S$ ? Begründen Sie Ihre Aussage.

Lösung: Es gilt  $L_S \ll L_M$ .  $L_S$  repräsentiert nur den Streufluss, der je nach Bauart des Transformators sehr viel kleiner ausfällt als die Gesamtinduktivität  $L_M$ .

Frage 3.1.4: Anzahl Windungen. Welchen Einfluss hat die Anzahl der Windungen der Primärwicklung? Wieso lässt sich durch das Verhältnis der Windungen der Primärwicklung und Sekundärwicklung das Übersetzungsverhältnis  $\ddot{u}$  einstellen?

Lösung: Die Windungen der Primärwicklung vervielfachen für den magnetischen Fluss den Strom, es gilt  $\Phi \sim n_1 I_1$ . Auf der Sekundärseite gilt sinngemäß  $\Phi \sim n_2 I_2$ . Somit folgt  $n_1 I_1 = n_2 I_2$ , bzw.  $I_2 = \ddot{u} I_1$  mit  $\ddot{u} = n_1/n_2$ .

## 3.2. Transformator als Wandler

An dieser Stelle wird ein Wandler unabhängig vom Funktionsprinzip betrachtet. Diese Betrachtung gilt für alle Schaltungen mit folgenden Eigenschaften:

- (1) Bei Betrieb an einer Spannung  $U_1$  auf der Primärseite gilt:  $U_1 = \ddot{u} U_2$ .
- (2) Der Wandler ist annähernd verlustfrei und kann keine Energie erzeugen: es gilt  $P_1 = P_2$ .

Diese Eigenschaften lassen sich auf eine Reihe von Wandlern anwenden, sowohl für Wechselstrom als auch für Gleichstrom, wie in folgender Abbildung dargestellt. Gewandelt wird die Spannung nach Gleichung (1) oben. Die Energie bzw. Leistung wird nicht gewandelt: Sie bleibt elektrisch und wird nur übertragen.

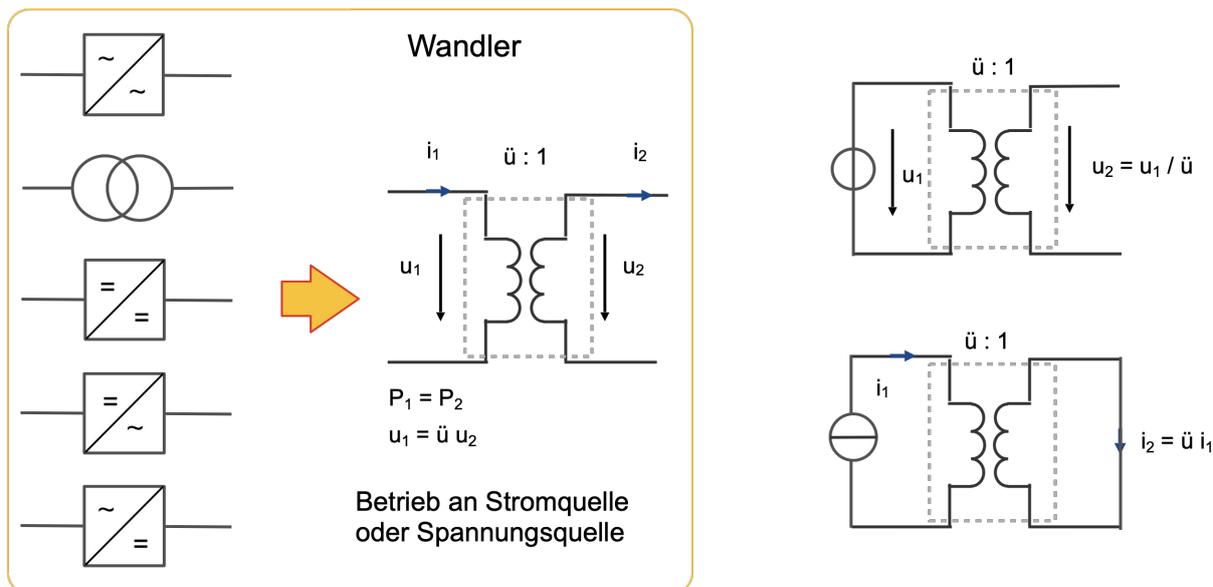


Abbildung 3.2.1 Idealer Transformator

Als Ersatzschaltbild wird ein idealer Transformator verwendet: die beiden angedeuteten Spulen sind nur als Andeutung des Funktionsprinzips zu verstehen, es gibt keinerlei Induktivitäten, das Symbol kann auch für Gleichspannung verwendet werden.

Frage 3.2.1: Was folgt aus den Beziehungen (1)  $U_1 = \ddot{u} U_2$  und (2)  $P_1 = P_2$  für die Ströme primärseitig und sekundärseitig? Begründen Sie Ihre Aussage.

**Lösung:** Wegen  $P_1 = U_1 I_1 = U_2 I_2 = P_2$  folgt für das Verhältnis der Ströme  $I_2/I_1 = U_1/U_2 = \ddot{u}$  und somit  $I_2 = \ddot{u} I_1$ . Diese Beziehung folgt aus dem Energieerhaltungssatz und ist universell für alle Wandler.

Frage 3.2.2: Spannungsquelle oder Stromquelle. Die Abbildung oben rechts zeigt einen idealen Transformator im Betrieb mit einer Spannungsquelle oder einer Stromquelle. Welche Übersetzungsverhältnisse stellen sich ein? Lässt sich der Transformator auch rückwärts betreiben (d.h. mit einer sekundärseitigen Quelle)?

**Lösung:** Das Übersetzungsverhältnis  $\ddot{u}$  für die Ströme folgt dem Übersetzungsverhältnis  $\ddot{u}$  für die Spannungen aus dem Leistungsgleichgewicht, siehe Frage 3.2.2. Umgekehrt würde bei Vorgabe des Übersetzungsverhältnisses für die Ströme das der Spannungen folgen. Sekundärseitige Quellen sind möglich, wobei das Übersetzungsverhältnis  $\ddot{u}$  erhalten bleibt.

Frage 3.2.3: Impedanztransformation. Was geschieht im Betrieb mit einer Lastimpedanz  $R_2$  für die Ersatzschaltbilder oben rechts? Welche Impedanz  $R_2$  würde man am Eingang messen? Was versteht man mit den Begriffen „hochohmig“ bzw. „niederohmig“ zu beschreiben?

Lösung: Bei Betrieb an einer Lastimpedanz  $R_2$  gilt  $U_2 = R_2 I_2$ . Die Lastimpedanz setzt Strom und Spannung zueinander in Beziehung. Es kann eine Übertragung von Leistung aus der Quelle in die Last erfolgen. Die Eingangsimpedanz definiert (bzw. misst) man aus dem Verhältnis  $R_1 := U_1/I_1$ .

Wegen (1)  $U_1 = \dot{u} U_2$  und (2)  $I_2 = \dot{u} I_1$  folgt hieraus  $R_1 = \dot{u}^2 R_2$ .

Die Impedanz auf der Sekundärseite wird mit dem Quadrat des Übersetzungsverhältnisses auf die Sekundärseite transformiert. Dieser Zusammenhang ist nützlich, um Ersatzschaltbilder in einer Spannungsebene zu rechnen, und Impedanzen zu vergleichen.

Ein Wandler bzw. Transformator für Spannung oder Strom stellt somit einen Impedanzwandler dar: Er transformiert niederohmige Impedanzen auf der Sekundärseite (Lautsprecher bei Audio Anwendungen, Niederspannung im Stromnetz) in hochohmige Impedanzen auf der Primärseite (Verstärker bzw. eine höhere Spannungsebene im Stromnetz). Der Begriff „niederohmig“ drückt aus, dass das Verhältnis von Spannung und Strom klein ist ( $R_1 = U_1/I_1$ , es gibt vergleichsweise große Ströme). Sinngemäß bezeichnet der Begriff „hochohmig“ ein großes Verhältnis von Spannung und Strom (es gibt vergleichsweise kleine Ströme).

### 3.3. Ersatzschaltung des Transformators

Ein Transformator besitzt den in folgender Abbildung gezeigten Aufbau. Der Eisenkern führt den magnetischen Fluss zwischen den beiden Wicklungen. Ausserdem bilden sich an den Wicklungen Streufelder. Im Ersatzschaltbild wird die Kopplung der Felder durch den Eisenkern mit Hilfe der Kopplinduktivität  $M$  wiedergegeben.  $L_1 - M$  und  $L_2 - M$  bezeichnen die Streuinduktivitäten der Wicklungen.

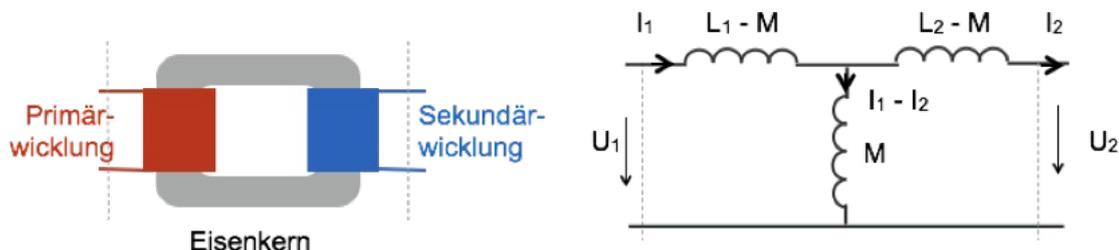


Abbildung 3.3.1 Aufbau und physikalische Ersatzschaltung

Hierbei wurden vereinfachend Verluste durch die ohmschen Widerstände der Wicklungen sowie durch Wirbelströme im Kern vernachlässigt. Je nach Verwendungszweck kann eine hohe Streuinduktivität erwünscht sein (Klingeltransformator, kurzschlussfest). In der Energieversorgung versucht man, Streufelder zu minimieren.

Frage 3.3.1: Unter der Kurzschluss-Spannung eines Transformators versteht man die Spannung, die an der Primärseite anliegt, wenn man die Sekundärseite kurzschließt und die Spannung auf der Primärseite von Null soweit erhöht, bis auf der primären bzw. sekundären Seite der Nennstrom des Transformators erreicht ist. Welchen Einfluss hat die Streuinduktivität auf die Kurzschluss-Spannung?

Frage 3.3.2: Beschreiben Sie die Systemgleichungen des Transformators: (1)  $U_1$  in Abhängigkeit von  $I_1$  und  $I_2$ , (2)  $U_2$  in Abhängigkeit von  $I_1$  und  $I_2$ . Hinweis: Verwenden Sie die übliche Phasorenschreibweise mit  $X = \omega L$  bzw.  $X = \omega M$ .

Frage 3.3.3: Die Primärwicklung besitzt  $w_1$  Windungen, die Sekundärwicklung  $w_2$  Windungen. Mit Hilfe der magnetischen Leitwerte  $\Lambda_1$  für die Primärwicklung (d.h. für Streuung und Kopplung),  $\Lambda_2$  für die Sekundärwicklung (ebenfalls für Streuung und Kopplung), sowie  $\Lambda_{12}$  für die Kopplung lassen sich die Induktivitäten  $L_1$ ,  $L_2$  und  $M$  folgendermassen beschreiben: (1)  $L_1 = w_1^2 \Lambda_1$ , (2)  $L_2 = w_2^2 \Lambda_2$ , (3)  $M = w_1 w_2 \Lambda_{12}$ . Berechnen Sie hieraus die Streureaktanz  $X_1$ , die Streureaktanz  $X_2$ , sowie die Reaktanz der Kopplung  $X_{12}$ . Wo befinden sich diese Reaktanzen in der Ersatzschaltung?

Frage 3.3.4: Einfluss der Wicklungen. Führen Sie nun das Wicklungsverhältnis  $\ddot{u} = w_1/w_2$  ein, sowie den Strom  $I'_2 = I_2 / \ddot{u}$  und die Spannung  $U'_2 = \ddot{u} U_2$ . Berechnen Sie nun mit Hilfe der Reaktanzen aus Aufgabe 3.3.3 die Spannungen  $U_1$  und  $U_2$ . Interpretieren Sie das Ergebnis mit Hilfe des Ersatzschaltbildes.

Lösung: Ersatzschaltung siehe folgende Abbildung

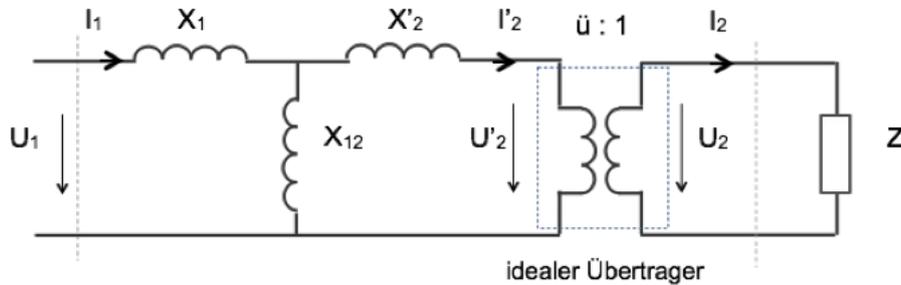


Abbildung 3.3.2 Ersatzschaltung des Transformators

$$U_1 = j \omega w_{12} \Lambda_{11} I_1 - j \omega w_{12} \Lambda_{12} I'_2, \quad U'_2 = j \omega w_{12} \Lambda_{12} I_1 - j \omega w_{12} \Lambda_{22} I'_2$$

$$X_1 = \omega w_{12} (\Lambda_{11} - \Lambda_{12}), \quad X'_2 = \omega w_{12} (\Lambda_{22} - \Lambda_{12}), \quad X_{12} = \omega w_{12} \Lambda_{12}$$

Das Ersatzschaltbild führt mit Hilfe des Verhältnisses  $\ddot{u}$  einen idealen Übertrager ein, der den Strom gemäß der Vorgabe  $I'_2 = I_2 / \ddot{u}$  transformiert, sowie die Spannung  $U'_2 = \ddot{u} U_2$ .

Frage 3.3.5: Impedanztransformation. Wie lässt sich die Lastimpedanz  $Z$  durch das Verhältnis  $\ddot{u}$  auf die Primärseite des Transformators übersetzen? Ist die Transformation der Impedanz durch die Übersetzung physikalisch plausibel erklärbar? Welchen Zweck erfüllt die Impedanztransformation bei der Berechnung von Schaltungen mit Transformatoren?

Lösung: Es gilt  $Z' = U'_2 / I'_2 = \ddot{u} U_2 / I_2 = \ddot{u}^2 Z$ .

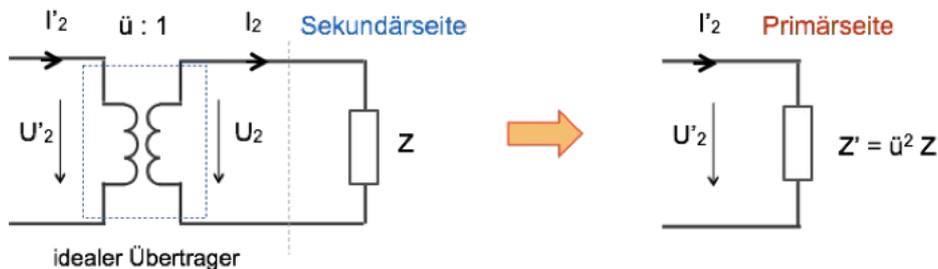


Abbildung 3.3.3 Impedanztransformation auf die Primärseite

Auf der Primärseite findet sich ein höheres Spannungsniveau. Wenn die Last  $Z$  auf der Sekundärseite die Scheinleistung  $S = U_2 I_2$  aufnimmt, so sollte sich dieser Wert bei der Transformation auf die Primärseite nicht verändern, d.h. es gilt  $S' = U'_2 I'_2 = S$ .

Die Impedanztransformation vereinfacht die Berechnung von Schaltungen dadurch, dass man sich entweder auf die primäre oder sekundäre Seite beziehen kann. Eine Verkettung von Transformatoren über mehrere Spannungsebenen lässt sich auf diese Weise ebenfalls vereinfachen.

Frage 3.3.6: Vereinfachtes Ersatzschaltbild. Für Transformatoren in der Energieversorgung strebt man geringe Streuverluste und eine möglichst große Hauptinduktivität an. Im idealen Fall ( $X_1 \rightarrow 0$ ,  $X_2 \rightarrow 0$ ,  $X_{12} \rightarrow \infty$ ) reduziert sich das Ersatzschaltbild dann auf den idealen Übertrager. Beim realen Transformator tritt dieses Verhalten nur im Leerlauf auf ( $I'_2 = 0$ ), wenn die Streuinduktivitäten gegenüber der Hauptinduktivität (Koppelinduktivität) zu vernachlässigen sind. Da der Leerlauf nicht den typischen Betriebsfall darstellt, werden in der Realität die Streuinduktivitäten nicht ver-

nachlässigt. Die Streuinduktivitäten lassen sich aus einer Kurzschluss-messung ermitteln. Es gilt  $X_k \approx U_{k1} / I_{r1} \approx X_1 + X_2'$ . Bei der Messung wird bei kurzgeschlossener Sekundärseite die Spannung am Eingang so lange erhöht, bis sich an der Primärseite der Bemessungsstrom  $I_{r1}$  einstellt. Hierbei bezeichnet  $U_{k1}$  die gemessene Spannung an der Primär-seite. Geben Sie ein vereinfachtes Ersatzschaltbild für den Transformator an.

Lösung: siehe folgende Abbildung.

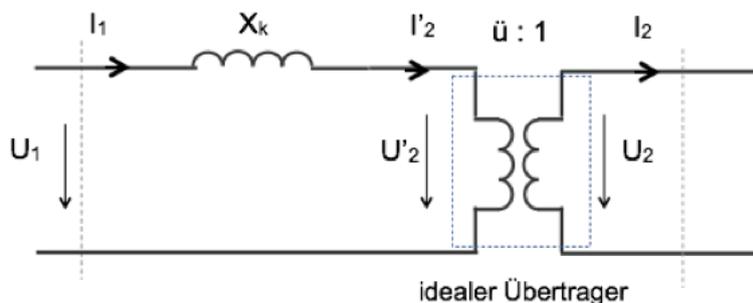


Abbildung 3.3.4 Vereinfachtes Ersatzschaltbild

Bemerkung: Beim realen Transformator wird für die Leerlaufübersetzung  $\ddot{u}_0$  nicht das reine Windungsverhältnis verwendet, sondern der unter Berücksichtigung der Induktivitäten im Leerlauf gemessene Wert. Für den Betrieb verwendet man die Bemessungsübersetzung  $\ddot{u}_T = U_{1T} / U_{2T}$ , wobei  $U_{1T}$  und  $U_{2T}$  die Bemessungsspannungen des Transformators bezeichnen.

Frage 3.3.7: Ermittlung der Kurzschlussreaktanz  $X_k$  aus dem Typenschild. Für einen Transformator sind folgende Kenngrößen gegeben: die Bemessungsspannung  $U_{rT}$ , die relative Kurzschluss-Spannung  $u_k$ , die Bemessungsleistung  $S_{rT}$ . Berechnen Sie die Kurzschlussreaktanz  $X_k$  des Transformators. Hinweis:  $u_k = U_{kT} / U_{rT}$ . Verwenden Sie das vereinfachte Ersatzschaltbild. Welcher Strom fließt bei der Kursschluss-Spannung  $U_k$ ?

Frage 3.3.8: Skizzieren Sie ein Zeigerdiagramm des Transformators basierend auf dem verein-fachten Ersatzschaltbild. Wie verhält sich ein Transformator im Netz?

### 3.4. Parallelbetrieb von Transformatoren

Zwei Transformatoren werden zwischen zwei Sammelschienen parallel betrieben. Die Unter-spannungsseite speist eine Last. Folgende Abbildung beschreibt die Anordnung

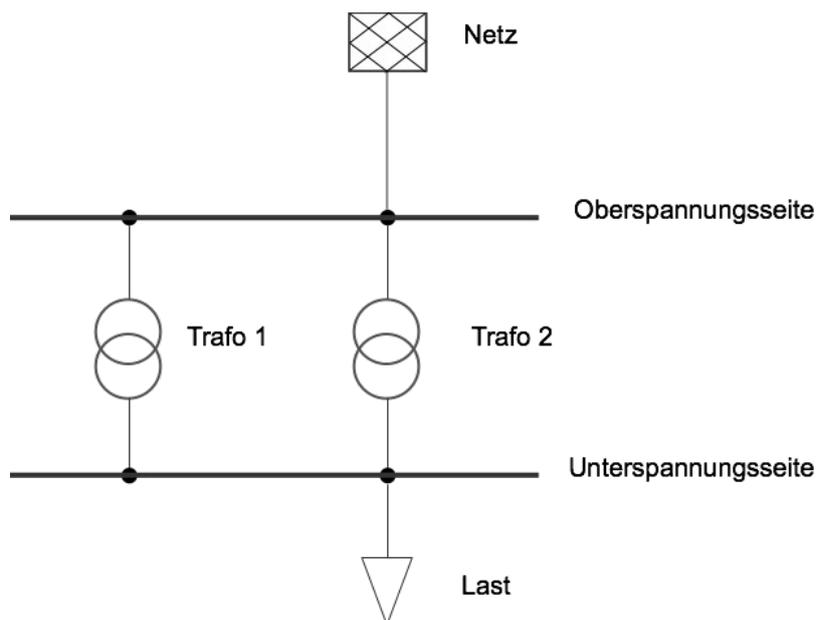


Abbildung 3.4.1 Parallelbetrieb von Transformatoren

Frage 3.4.1: Beschreiben Sie qualitativ, was passiert, wenn die beiden Transformatoren nicht exakt das gleiche Übersetzungsverhältnis haben. Welche Randbedingungen gelten an den Sammelschienen? Wie werden durch die unterschiedlichen Übersetzungsverhältnisse bedingte Unterschiede in den Spannungen der beiden Transformatoren ausgeglichen? Halten Sie den parallelen Betrieb von Transformatoren für in der Praxis sinnvoll?

Frage 3.4.2: Verwenden Sie das vereinfachte Ersatzschaltbild des Transformators, um die Anordnung in eine Ersatzschaltung zu übersetzen. Hinweis: Beschränken Sie sich auf die Sekundärseite. Prägen Sie unterschiedlichen Übersetzungen als Spannungsquellen  $U_{T1}$  (für Transformator 1) und  $U_{T2}$  (für Transformator 2) auf. Welchen Einfluss hat die Last?

Frage 3.4.3: Zerlegen Sie die Anordnung in zwei überlagerte Betriebsfälle für die Verteilung der Ströme: (1) Die Versorgung der Last aus zwei Spannungsquellen mit identischer Spannung, (2) den lastfreien Fall mit unterschiedlichen Spannungen der Quellen. Berechnen Sie die Ströme in beiden Betriebsfällen.

Lösung: siehe folgende Abbildung.

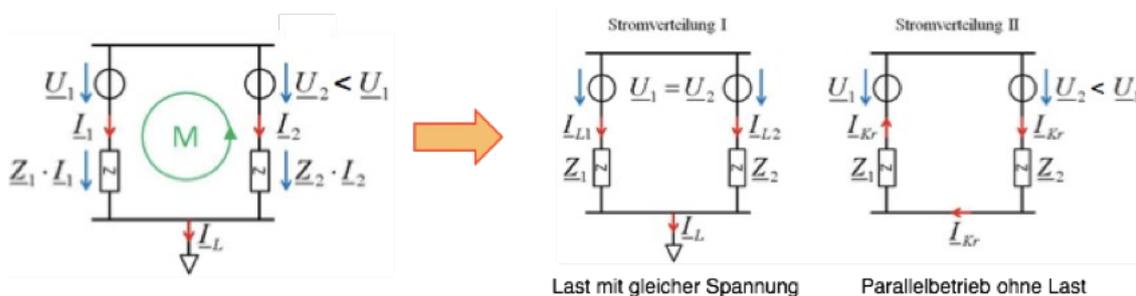


Abbildung 3.4.2 Anwendung des Überlagerungsprinzips

Frage 3.4.4: Berechnen Sie die Ströme  $I_1$  und  $I_2$  in den beiden Strängen. Hinweis: Verwenden Sie die Überlagerung der Betriebsfälle aus Frage 3.4.3.

### 3.5. Transformatoren im Netz

Folgende Abbildung zeigt ein Netz mit den Spannungsebenen  $U_{nN0}$  bis  $U_{nN4}$ . Zwischen den Sammelschienen befinden sich die Transformatoren  $T_1$  bis  $T_4$ . Die Last ist durch die Impedanzen  $Z_1$  bis  $Z_3$  gegeben. Zu den Transformatoren sind jeweils die Übersetzung, die Kurzschluss-Spannung, die Bemessungsspannung und die Bemessungs-Scheinleistung bekannt.

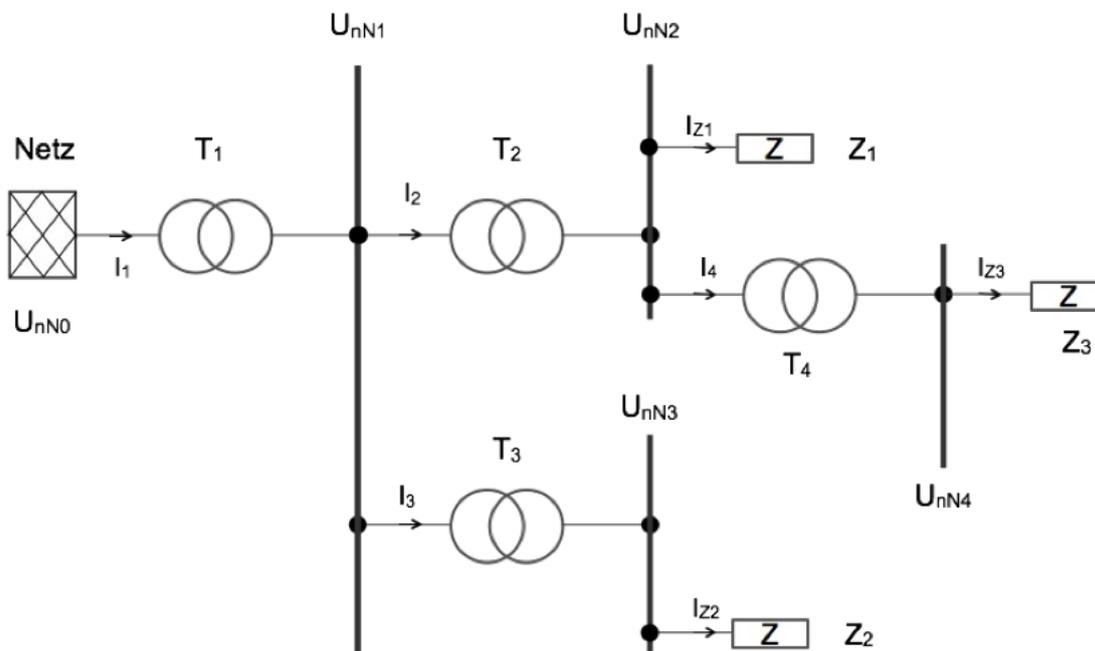


Abbildung 3.5.1 Netz mit Transformatoren

Frage 3.5.1: Berechnen Sie die Kurzschluss-Reaktanzen der Transformatoren.

Lösung:  $X_{kTi} = u_{ki} U_{rTi}^2 / S_{rTi}$  (bzw.  $X_{kTi} = u_{ki} U_{rTi}^2 \sqrt{3} / S_{rTi}$  in einem Drehstromsystem)

Frage 3.5.2: Skizzieren Sie ein Ersatzschaltbild des Netzes unter Verwendung des vereinfachten Ersatzschaltbildes der Transformatoren.

Frage 3.5.3: Transformieren Sie zur weiteren Vereinfachung die Impedanzen auf die Primärseite der Transformatoren. Skizzieren Sie das Ersatzschaltbild des Netzes.

Frage 3.5.4: Zur weiteren Vereinfachung sei angenommen, die Übersetzungen der Transformatoren entsprechen genau dem Verhältnis der Spannungsebenen im Netz, d.h.  $\dot{u}_1 = U_{nN0} / U_{nN1}$ ,  $\dot{u}_2 = U_{nN1} / U_{nN2}$  usw. Welche Vereinfachung ergibt sich hierdurch für die transformierten Impedanzen in der Ersatzschaltung?

Frage 3.5.5: Zur Erhöhung der Ausfallsicherheit soll zwischen die Sammelschienen  $U_{nN3}$  und  $U_{nN4}$  ein weiterer Transformator  $T_5$  geschaltet werden. Welchen Einfluss hat diese Maßnahme auf die Topologie des Netzes? Was sind die technischen Konsequenzen dieser Maßnahme?

Frage 3.5.6: Welchen Einfluss hat die Annahme aus Aufgabe 3.5.4 (Übersetzung = Verhältnis der Spannungsebenen) auf das Netz? Welchen Einfluss ergibt sich speziell auf die zusätzliche Vermaschung durch  $T_5$  in Aufgabe 3.5.5?

### 3.6. Phasenschieber-Transformatoren

Bei den bisher betrachteten einphasigen Ersatzschaltbildern wurde davon ausgegangen, dass sich die Ausgangsspannungen phasengleich in die Ausgangsspannungen übersetzen. Die Übersetzung  $\dot{u}$  war als reelle Zahl gegeben. Bei Drehstrom-Transformatoren müssen die Ausgangsspannungen nicht in Phase zu den Eingangsspannungen verlaufen, wenn z.B. die Primärseite als Sternschaltung (Y), und die Sekundärseite als Dreieckschaltung (d) ausgeführt ist, bzw. umgekehrt. In diesem

Fall lässt sich die Übersetzung als komplexe Zahl interpretieren, die auch die Phasenlage enthält (z.B.  $\underline{\hat{u}} = \underline{U}_{1UV} / \underline{U}_{2UV}$ ).

Eine spezielle Form von Transformatoren ist so gebaut, dass Sie eine einstellbare Zusatzspannung  $\Delta U_z$  erzeugen, die 90 Grad phasenversetzt zur Netzspannung ist. Wird ein solcher Transformator zwischen zwei Spannungsebenen in einem Parallelzweig parallel betrieben, so ergeben sich Ringströme. Da im Übertragungsnetz die Leitungen vorwiegend induktiv sind ( $X/R \approx 10$ ), sind diese in Phase mit der Spannung, und somit als Wirkströme den Strömen in den Leitungen überlagert. Auf diese Weise lässt sich die Auslastung zwischen den beiden Leitungen einstellen. Folgende Abbildung zeigt eine solche Anordnung.

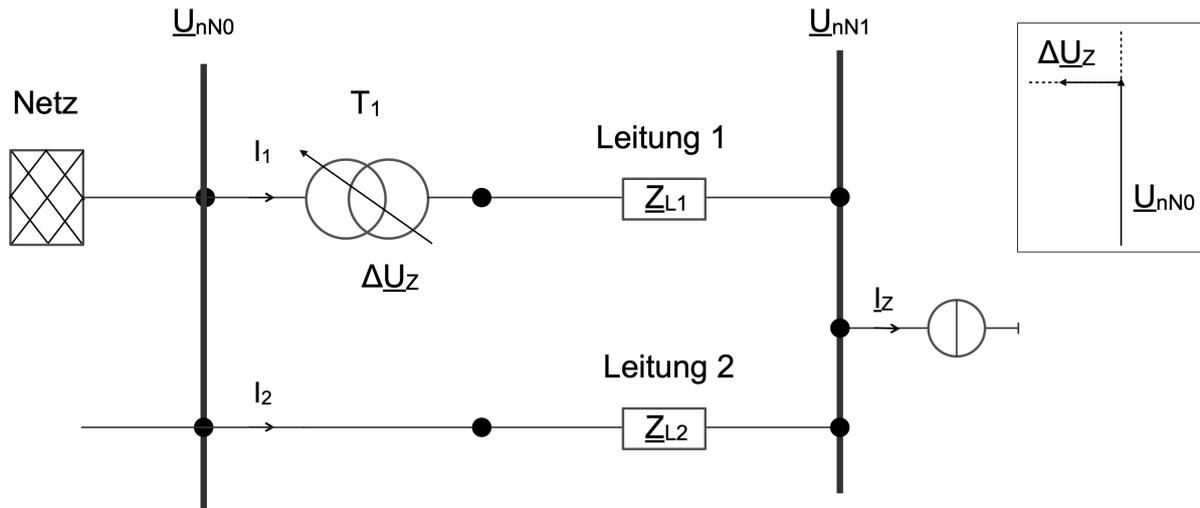


Abbildung 3.6.1 Phasenschiebertransformator in einem Leitungszweig

- Frage 3.6.1: Skizzieren Sie ein vereinfachtes Ersatzschaltbild der Anordnung. Welche Ausgleichsvorgänge finden statt?
- Frage 3.6.2: Überlagern Sie die Ringströme mit den Lastströmen. Welche Ströme ergeben sich in den beiden Zweigen insgesamt? Vergleichen Sie mit dem Parallelbetrieb von Transformatoren.
- Frage 3.6.3: Welchen Einfluss hat die einstellbare Spannung  $\Delta U_z$  auf die Ströme in den Leitungen?
- Frage 3.6.4: Wozu lässt sich dieser Mechanismus in der Praxis verwenden?

## 4. Maschinen und Umrichter

### 4.1. Synchronmaschinen

Der Großteil der elektrischen Energie in den Netzen wird durch Synchrongeneratoren bereit gestellt. Synchrongeneratoren lassen sich mit Dampfturbinen bzw. Gasturbinen antreiben, sowie durch Wasserkraft. Letztere zählt, wie der Betrieb mit Biogas bzw. Biomasse, zu den erneuerbaren Energien. Beim Synchrongenerator wird ein magnetisches Feld im Rotor erzeugt, das durch die Drehung im Stator die drei Spannungen im Drehstromsystem induziert. Die Wicklungen hierfür sind im Stator um jeweils  $120^\circ$  zueinander versetzt angebracht.

Die Leistung von Synchrongeneratoren in Wärmekraftwerken (d.h. den größten Kraftwerken) reicht bis zu 2000 MVA bei Ausgangsspannungen von 21 kV bis 27 kV. In Wasserkraftwerken werden langsamer laufende Maschinen (mit mehr Polen im Rotor) mit Leistungen bis 1000 MVA und 25 kV Ausgangsspannung eingesetzt. In Kleinkraftwerken sind Leistungen zwischen 10 kVA bis 10 MVA üblich (inkl. Dieselbetrieb, sowie einige Windkraftanlagen). Synchrongeneratoren in Windanlagen sind über Wechselrichter an das Netz gekoppelt, da die Drehzahl sich nach den Windverhältnissen richtet.

Charakteristisch für große Synchrongeneratoren ist die mit der Netzfrequenz synchrone Drehzahl. Alle Generatoren im Netzverbund sind über die Netzfrequenz miteinander gekoppelt. Last-änderungen führen zu Änderungen der Drehzahl und werden im Kollektiv der Generatoren ausgeregelt (die sogenannte Primärregelung). Der Verbund der Generatoren stabilisiert das Netz. Ein Wechselstromnetz wird auf diese Weise durch kinetische Energie getrieben (die Kreisbewegung der Generatoren erzeugt eine Hin- und Herbewegung der Elektronen).

Der durch die Drehung des Läufers (Rotors) erzeugte Fluß  $\Phi(t)$  induziert in der Ständerspule mit der Wicklungszahl  $N$  eine sinusförmige Wechselspannung  $u(t)$ :

$$u(t) = - N \frac{d\Phi(t)}{dt} = \hat{u} \sin(\omega t + \phi_0) \quad (4.1.1)$$

mit der durch die Drehzahl  $n$  (in Hz) und Polzahl  $p$  gegebenen Frequenz

$$f = n p = \omega / 2\pi \quad (4.1.2)$$

In komplexer Schreibweise mit dem Maximum bei  $t=0$  erhält man für die Statorspannung:

$$U = \hat{u} e^{j\phi_0} e^{j\omega t} = \hat{U} e^{j\omega t} \quad (4.1.3)$$

Die induzierte Spannung am Stator (die sogenannte Polradspannung)  $U_p$  errechnet sich hieraus als Effektivwert  $U_p = \hat{U} / \sqrt{2}$ .

Folgende Abbildung zeigt das vereinfachte Ersatzschaltbild des Synchrongenerators.  $U_p$  bezeichnet hierbei die induzierte Spannung am Stator (Polradspannung). Mit  $X_h$  ist die Reaktanz der Statorwicklung bezeichnet, mit  $X_\sigma$  die Reaktanz der Streuinduktivität. Ohmsche Verluste der Wicklung werden durch  $R$  wiedergegeben.

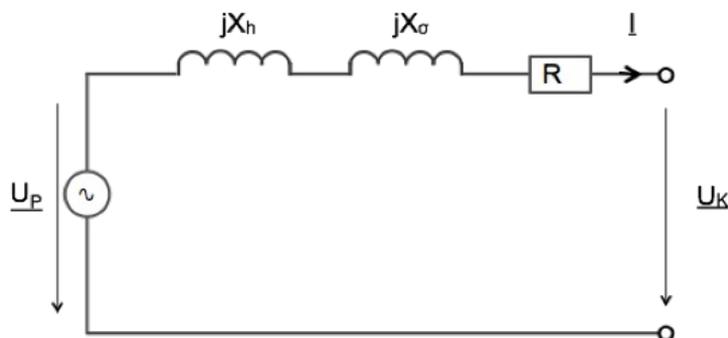


Abbildung 4.1.1 Elektrisches Ersatzschaltbild der Synchronmaschine

Die Klemmenspannung  $U_k$  des Stators hängt ab von der Last. Folgende Zeigerdiagramme zeigen den Betrieb des Generators mit ohmsch-kapazitiver und ohmsch-induktiver Last. Hierbei wird die

induzierte Spannung  $U_p$  (Polradspannung) als konstant angenommen. Die Größen der Reaktanzen und des ohmschen Widerstands wurden hierbei so gewählt, dass die Darstellung die wesentlichen Effekte deutlich zeigt. Für realistische Betriebsgrößen wird auf die Literatur verwiesen.

Die beiden Betriebsfälle stellen sich wie folgt dar:

- ohmsch-kapazitive Belastung (Fall a): Der Betrag der Klemmenspannung  $U_k$  übersteigt den der Polradspannung  $U_p$ .
- ohmsch-induktive Belastung: Der Betrag der Klemmenspannung  $U_k$  ist geringer als der Betrag der Polradspannung  $U_p$ .

Um die Klemmenspannung unabhängig von der Last auf einen definierten Wert einzustellen, ist somit eine Spannungsregelung am Generator erforderlich. Dies geschieht über die Erregerwicklung des Läufers. Bei induktiver Last wird über die Erregereinrichtung des Läufers die induzierte Polradspannung  $U_p$  erhöht: Der Generator befindet sich in einem übererregten Betriebszustand. Bei kapazitiver Last kann man mit Hilfe der Erregereinrichtung des Läufers die Polradspannung senken: Der Generator befindet sich dann in einem untererregten Betriebszustand. Die Erregereinrichtung ermöglicht die Einstellung des Erregerstroms (Gleichstrom), und somit des Erregerfeldes bzw. des Flusses  $\Phi$ . Sofern der Erregerstrom konstant gehalten werden muss, muss die Spannung im Maschinentransformator des Generators geregelt werden, über den der Generator ins Netz einspeist.

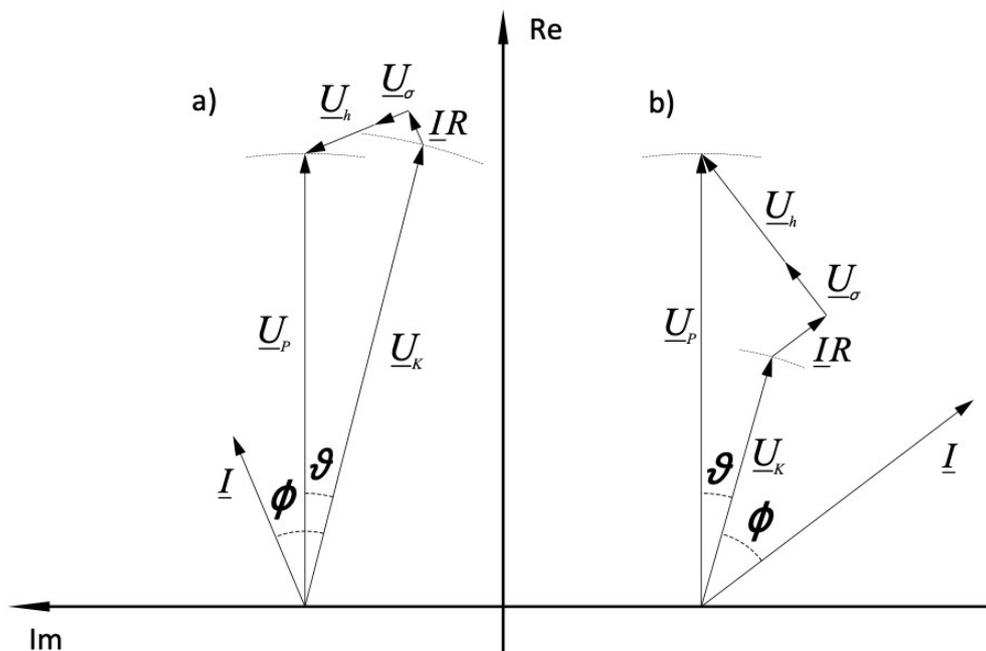


Abbildung 4.1.2 Zeigerdiagramm im Erzeugerzählpfeilsystem

Frage 4.1.1: Skizzieren Sie selbst auf Basis der vereinfachten Ersatzschaltung ein Zeigerdiagramm des Generators mit ohmsch-induktiver Last. Geben Sie hierzu den Leistungsfaktor  $\cos(\Phi)$  geeignet vor. Wie verändert sich das Diagramm in Abhängigkeit von  $\cos(\Phi)$  bzw.  $\Phi$ ? Wie verhält sich der Phasenwinkel  $\theta$  zwischen der Klemmenspannung und Polradspannung?

Frage 4.1.2: Skizzieren Sie selbst auf Basis der vereinfachten Ersatzschaltung ein Zeigerdiagramm des Generators mit ohmsch-kapazitiver Last. Geben Sie hierzu den Leistungsfaktor  $\cos(\Phi)$  geeignet vor. Wie verändert sich das Diagramm in Abhängigkeit von  $\cos(\Phi)$  bzw.  $\Phi$ ? Wie verhält sich der Phasenwinkel  $\theta$  zwischen der Klemmenspannung und Polradspannung?

Frage 4.1.3: Lässt sich der Generator auch zur Bereitstellung reiner Blindleistung verwenden? Wenn ja, auf welche Weise? Wäre ein Antrieb erforderlich? Wie ließe sich die Höhe der Blindleistung einstellen? Was bedeuten Abgabe induktiver Blindleistung bzw. Bezug kapazitiver Blindleistung? Wozu wäre ein solcher Betrieb sinnvoll?

Frage 4.1.4: Welche Konsequenzen hätte ein Verlust des synchronen Laufes des Generators mit der Netzfrequenz? Unter welchen Bedingungen kann ein neu angefahrener Generator ans Netz gehen? Hinweis: Berücksichtigen Sie Spannung, Frequenz und Phasenlage.

## 4.2. Betriebsarten der Synchronmaschine

Mit Hilfe des in der folgenden Abbildung gezeigten vereinfachtes Ersatzschaltbildes soll auf die Betriebsarten des Synchrongenerators näher eingegangen werden. Gegenüber Aufgabe 4.1 wurde der Wicklungswiderstand  $R$  vernachlässigt, sowie die Reaktanzen  $X_h$  (Hauptreaktanz der Statorwicklung) und  $X_\sigma$  (Streuinduktivität) zusammengefasst zu  $X_d = X_h + X_\sigma$ . Außerdem ist der Erregerstromkreis im Rotor dargestellt. Die Polradspannung  $U_P$  ist proportional zum Erregerstrom  $I_E$  und kann daher durch den Erregerstromkreis verändert werden.

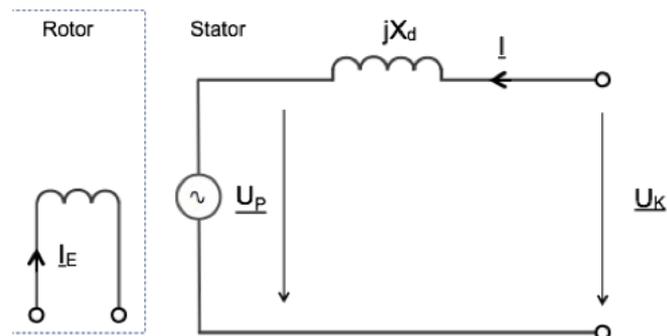


Abbildung 4.2.1 vereinfachtes elektrisches Ersatzschaltbild der Maschine

Der Winkel  $\Phi$  beschreibt die Phasendifferenz zwischen dem Strom  $I$  und der Klemmenspannung  $U_K$ . Eilt der Strom der Klemmenspannung nach, so wird die Maschine untererregt betrieben (sie verhält sich wie eine Induktivität). Eilt der Strom der Klemmenspannung vor, so wird die Maschine übererregt betrieben (sie verhält sich wie eine Kapazität).

Als Polradwinkel  $\theta$  wird der Winkel zwischen der Klemmenspannung  $U_K$  und der Polradspannung  $U_P$  definiert. Es werden folgende Betriebsarten unterschieden: Eilt die Klemmenspannung der Polradspannung vor, so wird die Maschine gezogen (sie fährt im Motorbetrieb). Eilt die Polradspannung der Klemmenspannung vor, so zieht die Maschine (sie läuft als Generator).

Frage 4.2.1: Motorbetrieb. Erstellen Sie jeweils ein Zeigerdiagramme für den übererregter Betrieb und den untererregten Betrieb.

Frage 4.2.2: Motorbetrieb. Woraus geht hervor, dass die Maschine Leistung aufnimmt? Welches Zählpfeilsystem haben Sie verwendet?

Frage 4.2.3: Generatorbetrieb. Erstellen Sie jeweils ein Zeigerdiagramme für den übererregter Betrieb und den untererregten Betrieb.

Frage 4.2.4: Generatorbetrieb. Woraus geht hervor, dass die Maschine Leistung abgibt? Welches Zählpfeilsystem haben Sie verwendet?

Lösung (Abhängig von der Wahl des Zählpfeilsystems, siehe auch Anhang C):

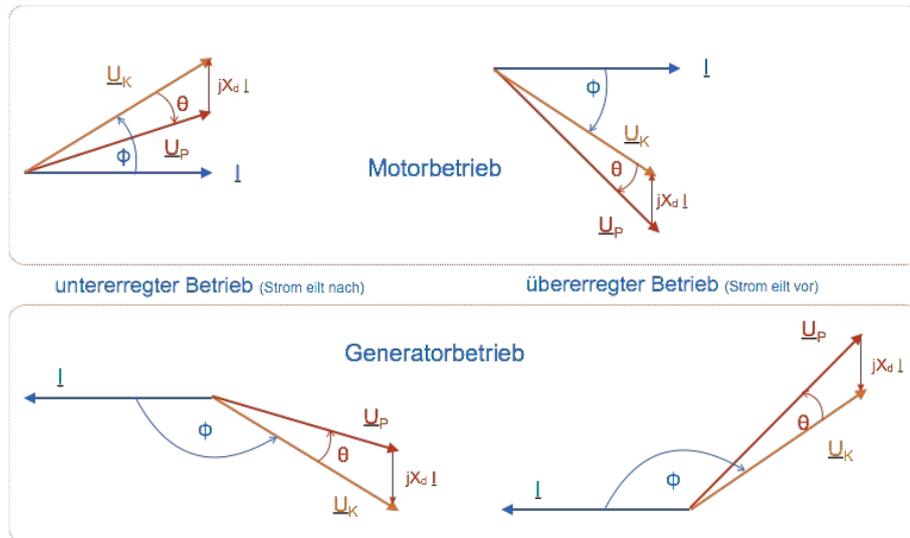


Abbildung 4.2.1 Betriebsarten im Verbraucherzählpfeilsystem

### 4.3. Stabiler Betriebsbereich der Synchronmaschine

Dem Zeigerdiagramm entnimmt aus den Beziehungen zwischen dem Phasenwinkel  $\Phi$  und dem Polradwinkel  $\theta$  folgenden Zusammenhang (siehe Skizze unten):

$$\underline{U}_P \sin(\theta) = X_d I \cos(\Phi) \quad (4.3.1)$$

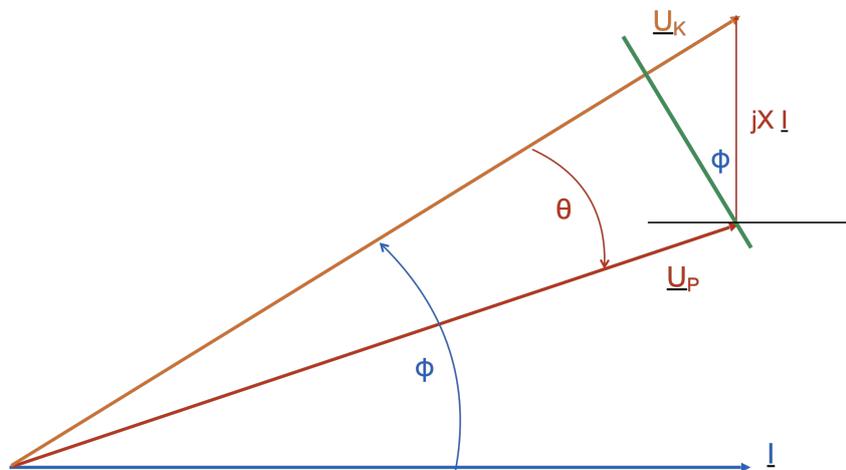


Abbildung 4.3.1 Zeigerdiagramm mit Stromwinkel  $\varphi$  und Spannungswinkel  $\theta$

Weiterhin entspricht die abgegebene elektrische Leistung (bzw. aufgenommene elektrische Leistung) der mechanischen Leistung, es gilt:

$$P_{el} = 3 U_K I \cos(\Phi) = P_{mech} = M_L \omega \quad (4.3.2)$$

Hierbei bezeichnet  $M_L$  das Lastmoment und  $\omega = 2\pi f$  die Kreisfrequenz zur Drehzahl  $f$ . Durch Umformen nach dem Lastmoment und Einsetzen von  $I \cos(\Phi)$  aus Gleichung (4.3.1) erhält man:

$$M_L = (3 U_K / \omega) I \cos(\Phi) = (3 U_K U_P / \omega X_d) \sin(\theta) \quad (4.3.3)$$

Für  $\sin(\theta) = 1$  bzw.  $\sin(\theta) = -1$  erhält man das maximale Drehmoment das die Maschine im Motorbetrieb aufnehmen bzw. im Generatorbetrieb leisten kann. Übersteigt das Lastmoment (bzw. das Antriebsmoment) diesen Wert, wird die Maschine instabil.

Frage 4.3.1: Skizzieren Sie den Grenzbereich des Drehmomentes über dem Polradwinkel  $\theta$  für den Motorbetrieb bzw. für den Generatorbetrieb. Kennzeichnen Sie den stabilen Bereich. Wie verhalten sich Motor bzw. Generator beim Überschreiten der Stabilitätsgrenze?

Frage 4.3.7: Welchen Einfluss hat der Betrag der Polradspannung auf die Stabilität der Maschine?

Frage 4.3.3: Welche Bedingungen halten Sie für erforderlich, um einen Synchrongenerator hochzufahren und ans Netz zu schalten?

Frage 4.3.4: Wie verhält sich ein Synchrongenerator, der ins Netz einsynchronisiert ist im Netzverbund bei Lastwechseln (Veränderungen der elektrischen Leistung im Netz)?

## 4.4. Anlagen mit Wechselrichtern

Anlagen der Photovoltaik und Windräder werden über Wechselrichter an das Netz angebunden. Basis photovoltaischer Erzeuger ist potentielle Energie: Die Solarmodule liefern eine Gleichspannung. Windräder bzw. Blockheizkraftwerke gewinnen die elektrische Energie aus kinetischer Energie. Da ein Synchronlauf mit der Netzfrequenz jedoch schwierig zu erzielen ist, werden diese Erzeuger ebenfalls über Wechselrichter angebunden. Mit Hilfe der Wechselrichter lassen sich auch die Vorgaben bzgl. der Spannung bzw. Blindleistung am Einspeisepunkt einhalten.

Folgende Abbildung zeigt den Aufbau eines Solarwechselrichters. Eingangs wird die Gleichspannung der angeschlossenen Solarmodule mit Hilfe eines Gleichstromstellers auf ein vorgegebenes internes Niveau eingestellt. Über diesen Gleichstromsteller erfolgt auch der Betrieb der Solarmodule in ihrem optimalen Arbeitspunkt (den Punkt mit maximaler Leistungsausbeute, den sogenannten Maximum Power Point, MPP).

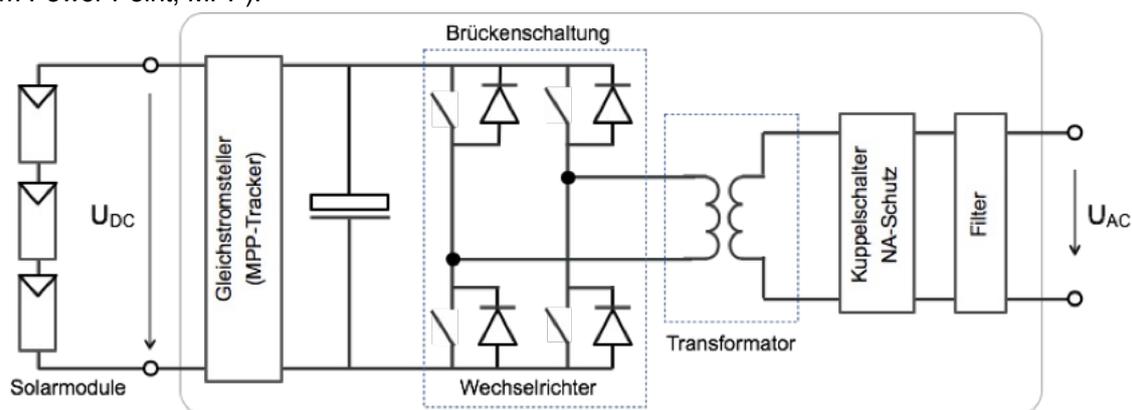


Abbildung 4.4.1 Einphasiger Solarwechselrichter

Die Wandlung aus der internen Zwischenkreisspannung in eine Wechselspannung erfolgt über einen Wechselrichter. Das Funktionsprinzip ist durch die Brückenschaltung skizziert, die aus zwei Zweigen mit Schalttransistoren (Insulated Gate Bipolar Transistoren, IGBT) und Freilaufdioden besteht. Die Schalttransistoren werden so angesteuert, dass eine pulsierende Ausgangsspannung entsteht. Der gewünschte sinusförmige Spannungsverlauf lässt sich mit Hilfe der Weite der Schaltpulse einstellen (Pulsweitenmodulation, PWM).

Am Ausgang des Wechselrichters übernimmt ein Transformator die Anpassung der Höhe der Wechselspannung sowie die galvanische Trennung der Solarmodule vom Netz. Netzseitig ist der Anschluss über einen Kuppelschalter gesichert, der die Anlage im Fehlerfall (z.B. Verlust der Netzspannung, zu hohe Netzfrequenz) bzw. für betriebliche Massnahmen vom Netz trennt. Ein Filter am Anschaltspunkt reduziert Oberschwingungen. Spannung und Frequenz müssen netzkonform sein gemäß der Anlagenrichtlinie VDE-AR-N 4105. Der Wechselrichter ermöglicht die Bereitstellung von Blindleistung bzw. die Einstellung des Phasenwinkels am Einstellpunkt durch geeignete Ansteuerung der Schalttransistoren.

Frage 4.4.1: Wie reagiert der dargestellte Solarwechselrichter auf Schwankungen der Eingangsspannung? Welcher Eingangsspannungsbereich  $U_{DC}$  ist erwünscht?

Frage 4.4.2: Beschreiben Sie das Prinzip der Ansteuerung der Schalttransistoren für positive bzw. negative Schaltpulse. Wie lässt sich aus Pulsfolgen ein sinusförmiges Signal erzeugen? Beschreiben Sie das Prinzip zur Erzeugung eines Steuersignals für die Pulsweitenmodulation.

Frage 4.4.3: Wie groß ist die Schaltfrequenz der Brückenschaltung? Welchen Einfluss auf die Bauweise des Transformators hat diese Schaltfrequenz?

Frage 4.4.4: Wie lässt sich mit Hilfe des Steuersignals die Phase der Wechselspannung am gegenüber dem Strom am Netzanschlusspunkt einstellen? Was wird hierdurch bewirkt?

## 4.5. Funktionsweise von Maschinen und Umrichtern

Maschinen und Umrichter am Netz funktionieren auf die gleiche Weise: Je nach Betriebsweise speisen Sie Leistung ein oder nehmen Leistung auf. Das Funktionsprinzip beruht auf der Wechselwirkung der Maschinenspannung (bzw. Umrichterspannung) mit dem Netz, wie in folgender Abbildung dargestellt.

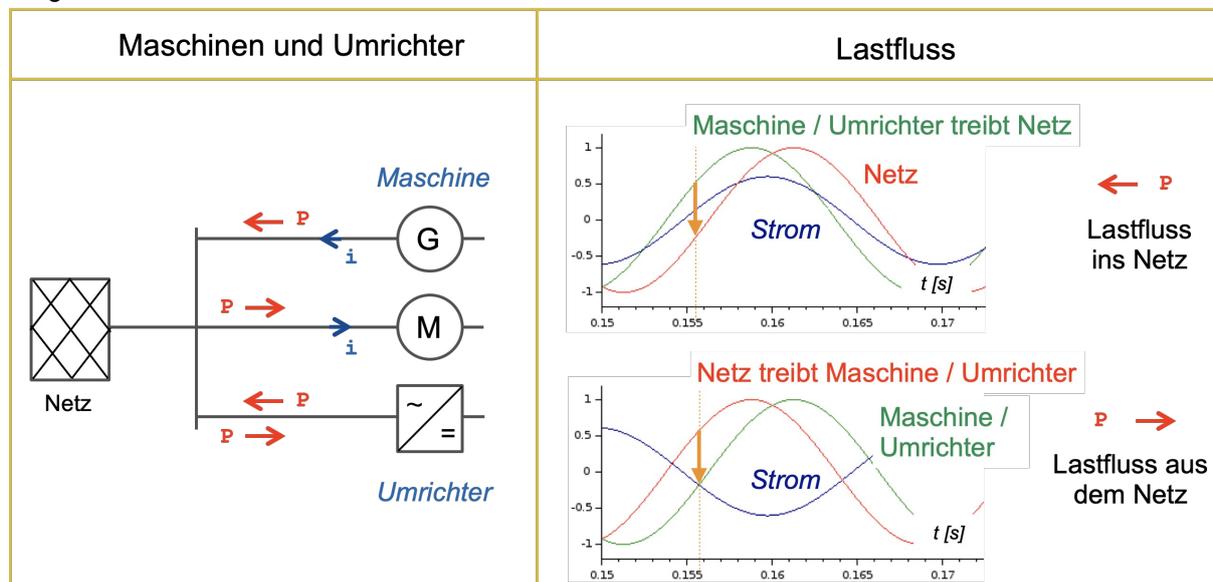


Abbildung 4.5.1 Maschinen und Umrichter am Netz

Betriebsweise:

- Einspeisung bzw. Generatorbetrieb: Die Maschinenspannung (bzw. Umrichterspannung) läuft, zeitlich betrachtet, vor der Netzspannung. Hierdurch ergibt sich (bei ansteigendem Strom) ein Spannungsgefälle ins Netz, und somit ein Lastfluss ins Netz.
- Bezug bzw. Motorbetrieb: Die Maschinenspannung (bzw. Umrichterspannung) läuft, zeitlich betrachtet, hinter der Netzspannung. Hierdurch ergibt sich (bei fallendem Strom = umgekehrte Stromrichtung wie im Einspeisebetrieb) ein Spannungsgefälle in die Maschine Netz, und somit ein Lastfluss in die Maschine.

Frage 4.5.1: Einspeisung bzw. Generatorbetrieb. Wie müssten die Spannungszeiger von Netz und Maschine (bzw. Umrichter), sowie der Stromzeiger aussehen, um die Verhältnisse im Zeitverlauf in der Abbildung oben rechts wiederzugeben? Hinweis: Setzen Sie für die Zeiger als Bezugspunkt z.B. die Maxima der Zeitverläufe ein.

Frage 4.5.2: Bezug bzw. Motorbetrieb. Wie müssten die Spannungszeiger von Netz und Maschine (bzw. Umrichter), sowie der Stromzeiger aussehen, um die Verhältnisse im Zeitverlauf in der Abbildung unten rechts wiederzugeben?

Frage 4.5.3: Maschine. Wo finden sich Netzspannung und Maschinenspannung physikalisch wieder? Wie kommt die Maschinenspannung zustande? Wie lässt sich die Phasenlage in Bezug zur Netzspannung ändern?

Frage 4.5.4: Umrichter. Wo finden sich Netzspannung und Umrichterspannung physikalisch wieder? Wie kommt die Maschinenspannung zustande? Wie lässt sich die Phasenlage in Bezug zur Netzspannung ändern?

## 4.6. Universelle Ersatzschaltung für Maschinen und Umrichter

Das elektrische Ersatzschaltbild für Maschinen und Umrichter ist gleich und wie in folgender Abbildung dargestellt: Netzspannung und Maschinenspannung werden durch Spannungsquellen wiedergegeben, die über eine Serieninduktivität gekoppelt sind.

Bei der Maschine kommt die Serieninduktivität durch die Statorwicklung zustande; beim Umrichter durch eine Seriendrossel, die den Strom über der pulsweitenmodulierten Spannungsdifferenz integriert und für die Grundfrequenz wirksam bleibt.

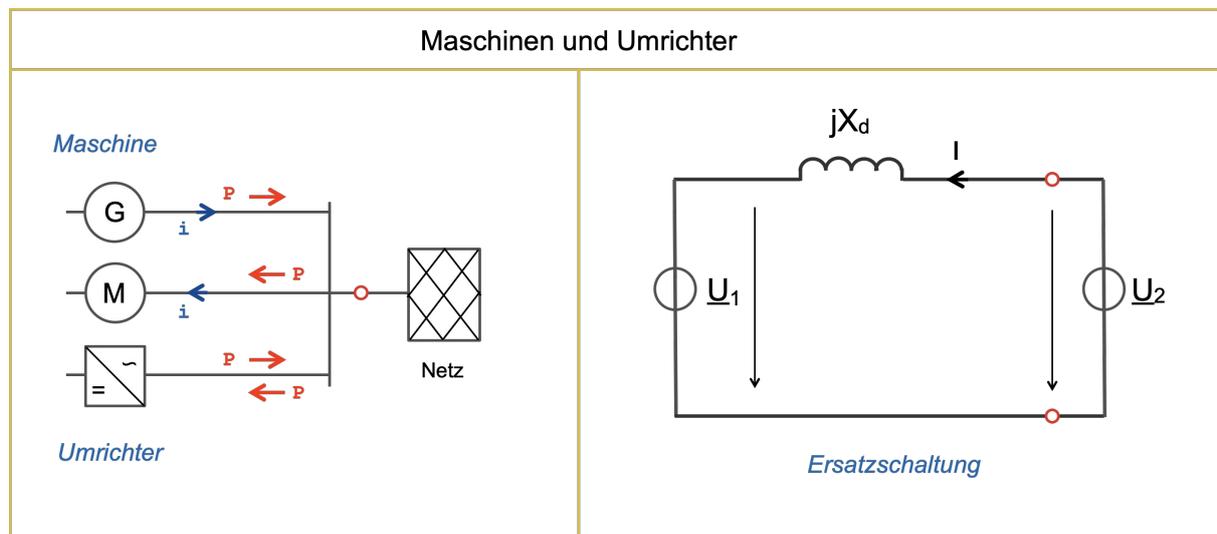


Abbildung 4.6.1 Ersatzschaltung: Kopplung mit Serieninduktivität

Im Ersatzschaltbild im rechten Teil der Abbildung sei  $\underline{U}_1$  die Netzspannung (= Klemmenspannung) und  $\underline{U}_2$  die Maschinenspannung (= Polradspannung) bzw. Umrichterspannung.

Frage 4.6.1: Zeigerdiagramm der Ersatzschaltung. Erstellen Sie die Maschengleichung und das Zeigerdiagramm der Schaltung. Treffen Sie hierbei Annahmen für den Stromwinkel und den Winkel zwischen beiden Spannungen. Hinweis: Verbleiben Sie in allen Fällen im gleichen Zählpeilsystem, z.B. im Verbraucherzählpeilsystem

Frage 4.6.2: Wirkleistung und Blindleistung. Untersuchen Sie folgende Fälle dar mit Hilfe des Zeigerdiagramms: (1) Gleiche Amplituden der Spannungen  $\underline{U}_1$  und  $\underline{U}_2$ ; (2) Spannungswinkel  $\theta = 0$  zwischen, jedoch unterschiedliche Amplituden  $\underline{U}_1$  und  $\underline{U}_2$ . Welchen Einfluss haben Amplituden und Spannungswinkel?

Frage 4.6.3: Motorbetrieb (Bezug) und Generatorbetrieb (Einspeisung). Wann ergibt sich Motorbetrieb, wann Generatorbetrieb? Ist das Vorzeichen der Blindleistung an die Wirkleistung gekoppelt? Kann der Spannungswinkel zwischen  $\underline{U}_1$  und  $\underline{U}_2$  Werte außerhalb des Bereichs -90 Grad und 90 Grad annehmen?

Frage 4.6.4: Verbleib der Wirkleistung und Blindleistung. Maschinen bzw. Umrichter sind Wandler: die aufgenommene bzw. abgegebene Energie (bzw. Leistung) wird nur umgewandelt. Wo verbleibt (bzw. woher stammt) die Wirkleistung bei einer Maschine bzw. bei einem Umrichter? Was geschieht mit der aus dem Netz aufgenommenen bzw. an das Netz abgegebenen Blindleistung? Warum sind Ersatzschaltung und Zeigerdiagramm universell für Maschinen und Umrichter?

## 5. Betrieb von Anlagen am Netz

Anlagen am Netz nehmen entweder Wirkleistung auf (Bezugsanlagen, Verbraucher), oder geben Wirkleistung ans Netz ab (Einspeiseanlagen). Am Anschlusspunkt der Anlagen ans Netz gelten Regeln, sogenannten Anschlussrichtlinien (engl. grid codes). Folgende Abbildung zeigt eine Übersicht.

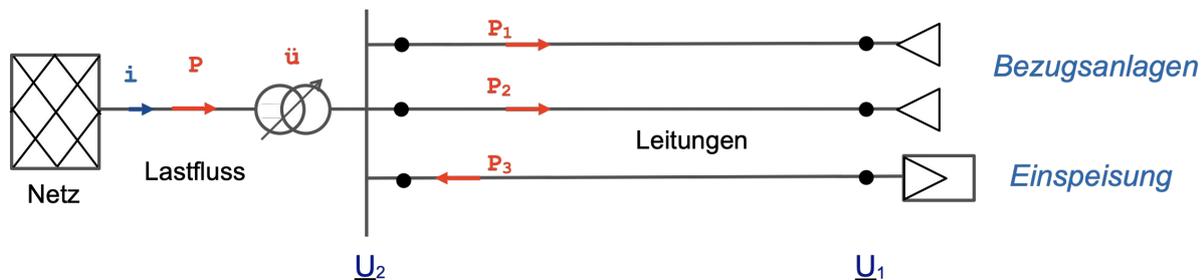


Abbildung 5.0.1 Netz mit Bezugsanlagen und Einspeisung

Die Eigenschaften der Anlagen am Anschlusspunkt sind abhängig von den physikalischen Eigenschaften der Anbindung ans Netz (Leitungen, Transformatoren), sowie von der Betriebsart der Anlagen (z.B. bzgl. Wirkleistung und Blindleistung).

### 5.1. Bezugsanlagen

Anlagen, die Leistung aus dem Netz beziehen, sind Bezugsanlagen, bzw. umgangssprachlich Verbraucher. Am Anschlusspunkt sei das Netz ersetzt durch die in folgender Abbildung oben rechts dargestellte Ersatzschaltung, bestehend aus der Netzspannung  $\underline{U}_N$ , sowie einer ohmsch-induktiven Netzimpedanz  $\underline{Z} = R + jX$ . Am Anschlusspunkt der Anlage ergibt sich die Spannung  $\underline{U}_A$ .

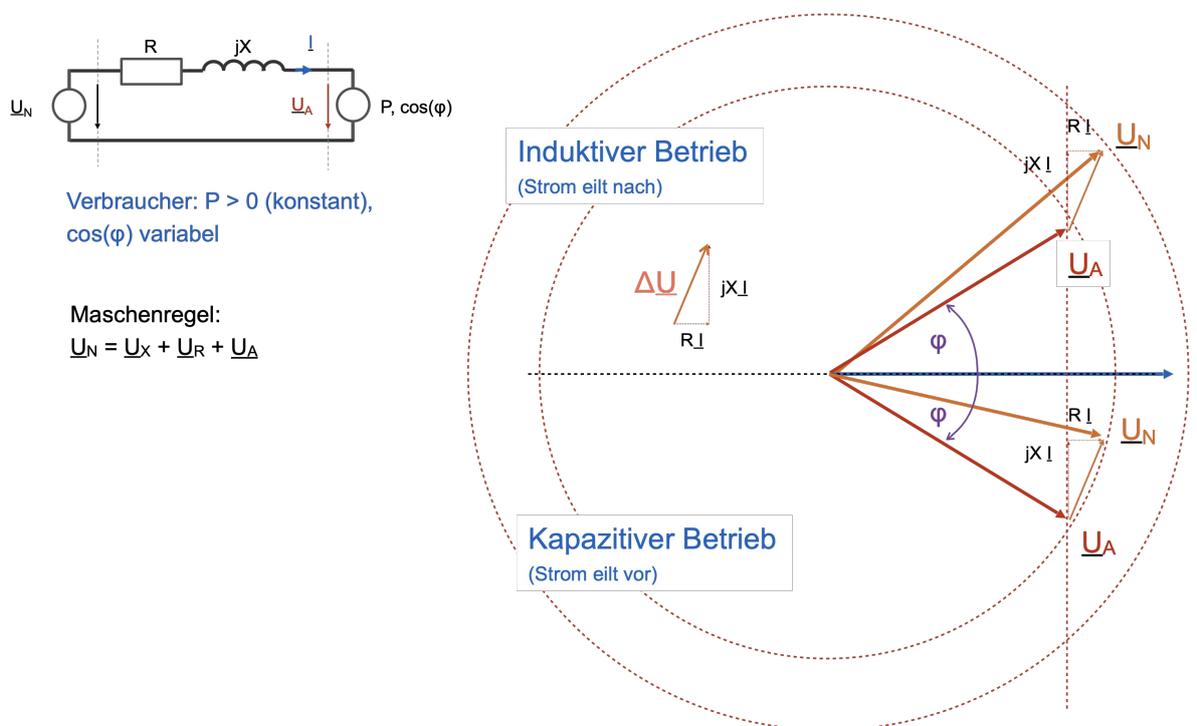


Abbildung 5.1.1 Verhalten von Bezugsanlagen am Netz

Frage 5.1.1: Erstellen Sie die Maschengleichung der Ersatzschaltung und ein Zeigerdiagramm, bzw. überprüfen Sie den der Abbildung enthaltenen Lösungsvorschlag auf Plausibilität. Hinweis: Verwenden Sie ein Verbraucherzählpeilsystem hierfür.

Lösung: siehe Abbildung.

Frage 5.1.2: Einfluss der Blindleistung. Welchen Einfluss hat die Blindleistung auf die Spannungshaltung, bzw. auf das Spannungsverhältnis  $U_A/U_E$  über der Anschlussleitung (bzw. Netzimpedanz)? Welchen Effekt hat die Größe der bezogenen Wirkleistung? Wäre  $Q = 0$  (bzw.  $\cos\phi = 1$ ) zu empfehlen? Welche Betriebsart wirkt sich günstig aus auf die Spannungshaltung? Welche physikalische Erklärung gibt es hierfür? Erläutern Sie das Verhalten am Zeigerdiagramm.

Lösung: Da die Netzimpedanz ohmsch-induktiv ist, muss bei einer rein ohmschen Last (bzw. einer leistungsgeregelten Last, die nur Wirkleistung bezieht), der induktive Teil der Netzimpedanz (z.B. die Anschlussleitung) geladen bzw. mit Blindleistung aus dem Netz versorgt werden. Dieser Effekt wächst mit der bezogenen Leistung, da diese den aus dem Netz bezogenen Strom bestimmt. Aus dem Strom folgt  $Q = I^2 X$ . Bei kapazitiver Last kann die für die Netzimpedanz (z.B. die Leitung) benötigte Blindleistung aus der Last bezogen werden, daher ist hier der kapazitive Betrieb der Last günstiger.

Zeigerdiagramm: Es wird das Verbraucherzählpeilsystem verwendet. Für Verbraucher gilt stets  $P > 0$  für den Bezug von Leistung. Für die Blindleistung sind beide Vorzeichen möglich, je nachdem, ob der Strom der Spannung nacheilt oder voraueilt.  $Q < 0$  stellt sich als günstigere Variante für die Spannungshaltung am Anschlusspunkt heraus.

Frage 5.1.3: Arbeitsblatt zur Tabellenkalkulation und Berechnung von Zeigerdiagrammen. Um die Verhältnisse zu veranschaulichen, findet sich bei den Vorlesungsunterlagen im Web eine [Tabellenkalkulation](#), die aus Vorgaben für  $P$  und  $Q$  (bzw.  $\cos\phi$  und Vorzeichen des Stromwinkels  $\phi$ ) Zeigerdiagramme erstellt und das Spannungsverhältnis berechnet. Laden Sie die Excel-Tabelle und experimentieren Sie mit unterschiedlichen Vorgaben für  $P$ ,  $\cos\phi$  und das Vorzeichen des Stromwinkels  $\phi$ . Untersuchen Sie den Einfluss auf die Spannungshaltung.

Lösungsbeispiel: Siehe Auszug aus dem Arbeitsblatt mit Zeigerdiagrammen unten.

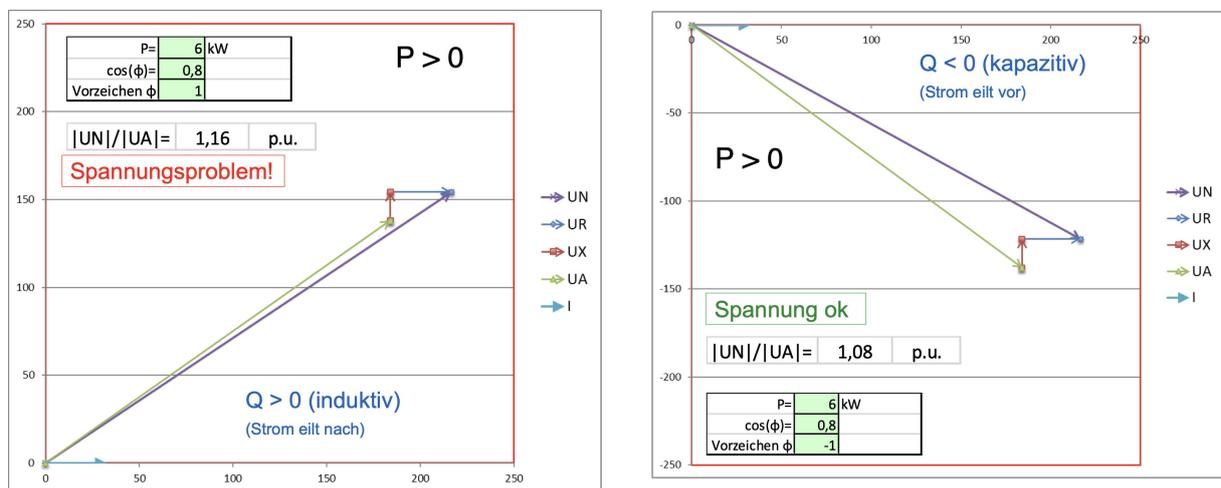


Abbildung 5.1.2 Beeinflussung des Spannungsverhältnisses durch die Betriebsweise

Frage 5.1.4: Berechnung des Arbeitspunktes der Bezugsanlage. Wie lässt sich bei einem leistungs-gesteuerten Verbraucher die Spannung  $U_A$  am Anschlusspunkt berechnen, wenn die Netzspannung  $U_N$  vorgegeben ist? Worin besteht der Unterschied zu einer Lastimpedanz? Welcher vereinfachte Ansatz wurde im Excel-Arbeitsblatt zur Berechnung des Spannungsverhältnisses verwendet?

Lösung: Bei einer Lastimpedanz ergibt sich am Anschlusspunkt  $U_A = Z I$ , was sich in die Maschengleichung einsetzen lässt, um zunächst den Strom und dann die Spannung  $U_A$  zu berechnen. Bei einer

leistungsgeregelten Last stellt sich der Laststrom  $I$  abhängig von der Spannung  $\underline{U}_A$  so ein, dass sich die geforderte Wirkleistung  $P$  und Blindleistung  $Q$  ergibt.

Diese Berechnung ist bei vorgegebener Netzspannung  $\underline{U}_N$  nur iterativ möglich:

- Startwert: Man verwendet einen geeigneten Startwert  $I_0$  für den Strom am Anschlusspunkt (z.B.  $I_0 = (P + jQ / \underline{U}_{A0})^*$ , mit dem Startwert  $\underline{U}_{A0}$  für die Spannung am Anschlusspunkt). Dieser wird als Startwert der Iteration verwendet:  $I_j = I_0$ .
- Schleife Schritt 1: Aus diesem wird aus der Maschengleichung  $\underline{U}_{Ai} = \underline{U}_N + Z I_i$  ein neuer Wert für die Spannung  $\underline{U}_{Ai}$  am Anschlusspunkt berechnet.
- Schleife Schritt 2: Der Spannungswert  $\underline{U}_{Ai}$  aus Schritt 1 wird für eine Iteration des Stroms verwendet:  $I_j = (P + jQ / \underline{U}_{Ai})^*$  (siehe Gleichung um Punkt davor)
- Ende der Schleife: Das Verfahren wird bei hinreichender Konvergenz (hinreichender Genauigkeit in der geforderten Dezimalstelle) beendet.

Da für diese Betrachtung nur das Spannungsverhältnis relevant ist, wurde in der Tabellenkalkulation das Verfahren deutlich vereinfacht: Es wurde eine vorgegebene Spannung  $\underline{U}_A$  am Anschlusspunkt angenommen. Aus dieser folgt aus der Leistungsvorgabe der Strom, und somit der Spannungsabfall über der Netzimpedanz und die Netzspannung  $\underline{U}_N$ .

## 5.2. Erzeugungsanlagen

Erzeugungsanlagen sind Anlagen, die Leistung ins Netz einspeisen. Am Anschlusspunkt sei das Netz ersetzt durch die in folgender Abbildung oben rechts dargestellte Ersatzschaltung, bestehend aus der Netzspannung  $\underline{U}_N$ , sowie einer ohmsch-induktiven Netzimpedanz  $\underline{Z} = R + jX$ . Am Anschlusspunkt der Anlage ergibt sich die Spannung  $\underline{U}_A$ .

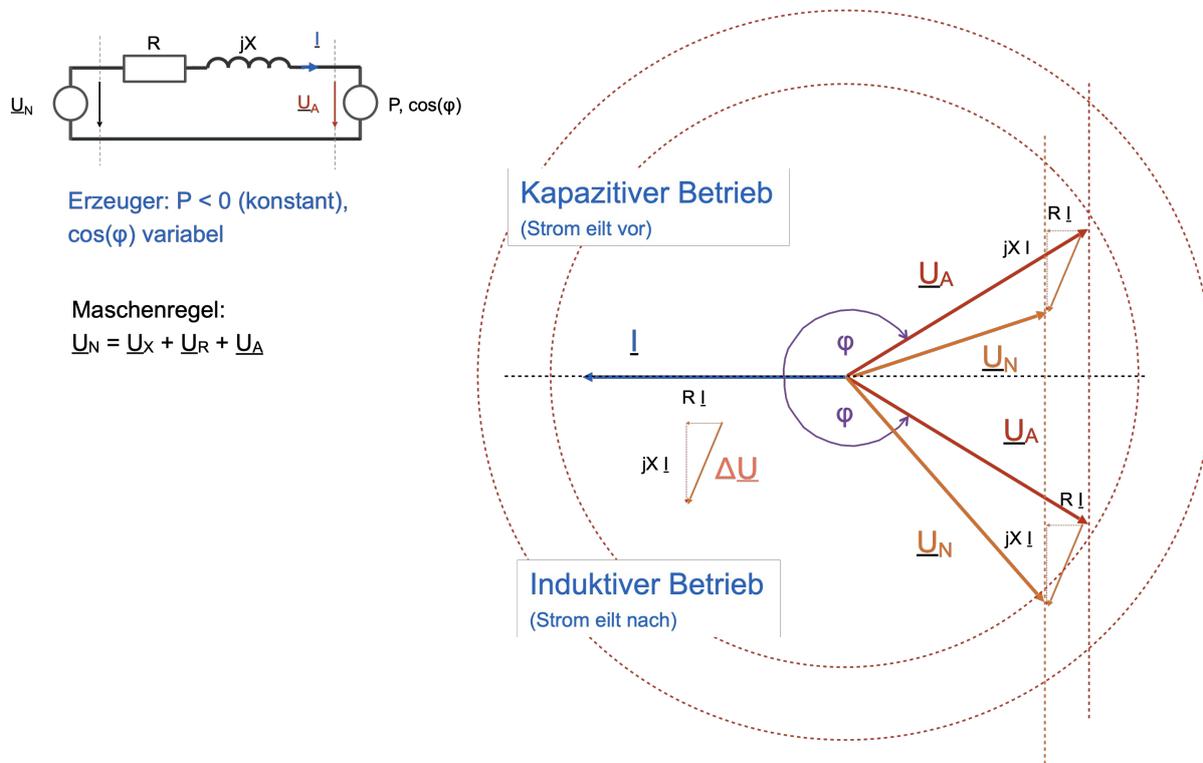


Abbildung 5.2.1 Verhalten von Erzeugungsanlagen am Netz

Frage 5.2.1: Erstellen Sie die Maschengleichung der Ersatzschaltung und ein Zeigerdiagramm, bzw. überprüfen Sie den der Abbildung enthaltenen Lösungsvorschlag auf Plausibilität. Worin bestehen die Unterschiede zum Bezugsfall in Aufgabe 5.1.1? Hinweis: Verwenden Sie ein Verbrauchszählpeilsystem hierfür.

Lösung: siehe Abbildung. Unterschied: Bei identischen Zählpeilen dreht sich die Stromrichtung um. Während die Maschengleichung sich nicht verändert, ändert sich durch Umkehr der Stromrichtung die Orientierung der Spannung über der Netzimpedanz (im Zeigerdiagramm oben als  $\Delta U = \underline{U}_R + \underline{U}_X$ )

Frage 5.2.2: Einfluss der Blindleistung. Welchen Einfluss hat die Blindleistung auf die Spannungshaltung, bzw. auf das Spannungsverhältnis  $U_A/U_E$  über der Anschlussleitung (bzw. Netzimpedanz)? Welchen Effekt hat die Größe der eingespeisten Wirkleistung? Wäre  $Q = 0$  (bzw.  $\cos\phi = 1$ ) zu empfehlen? Welche Betriebsart wirkt sich günstig aus auf die Spannungshaltung? Welche physikalische Erklärung gibt es hierfür? Erläutern Sie das Verhalten am Zeigerdiagramm.

Lösung: Für das Zeigerdiagramm wird das Verbrauchszählpeilsystem verwendet. Für Anlagen gilt  $P < 0$  für die Abgabe von Leistung. Für die Blindleistung sind beide Vorzeichen möglich, je nachdem, ob der Strom der Spannung nacheilt oder vorausseilt.  $Q > 0$  stellt sich als günstigere Variante für die Spannungshaltung am Anschlusspunkt heraus.

Hierbei nimmt die Blindleistung vom Anschlusspunkt  $\underline{U}_A$  zum Netz  $\underline{U}_N$  zu: Das Netz muss sowohl die von der Netzimpedanz beanspruchte Blindleistung bereit stellen, als auch die von der Anlage zur Spannungshaltung beanspruchte Blindleistung.

Eine physikalisch einleuchtende Erklärung fällt hier schwerer, da im Unterschied zu einer Lastimpedanz Analogien mit Induktivitäten und Kapazitäten nicht greifen. Der Arbeitspunkt im Zeigerdiagramm ist der gleiche wie im Fall der Bezugsanlage (jeweils im Quadranten unten rechts). Allerdings hat sich die Stromrichtung umgekehrt, wodurch sich die Phasenlage von vorausseilend (kapazitiv) in nacheilend (induktiv) verändert hat.

Frage 5.2.3: Arbeitsblatt zur Tabellenkalkulation und Berechnung von Zeigerdiagrammen. Um die Verhältnisse zu veranschaulichen, findet sich bei den Vorlesungsunterlagen im Web eine [Tabellenkalkulation](#), die aus Vorgaben für P und Q (bzw.  $\cos\phi$  und Vorzeichen des Stromwinkels  $\phi$ ) Zeigerdiagramme erstellt und das Spannungsverhältnis berechnet. Laden Sie die Excel-Tabelle und experimentieren Sie mit unterschiedlichen Vorgaben für P,  $\cos\phi$  und das Vorzeichen des Stromwinkels  $\phi$ . Untersuchen Sie den Einfluss auf die Spannungshaltung.

Lösungsbeispiel: Siehe Auszug aus dem Arbeitsblatt mit Zeigerdiagrammen unten.

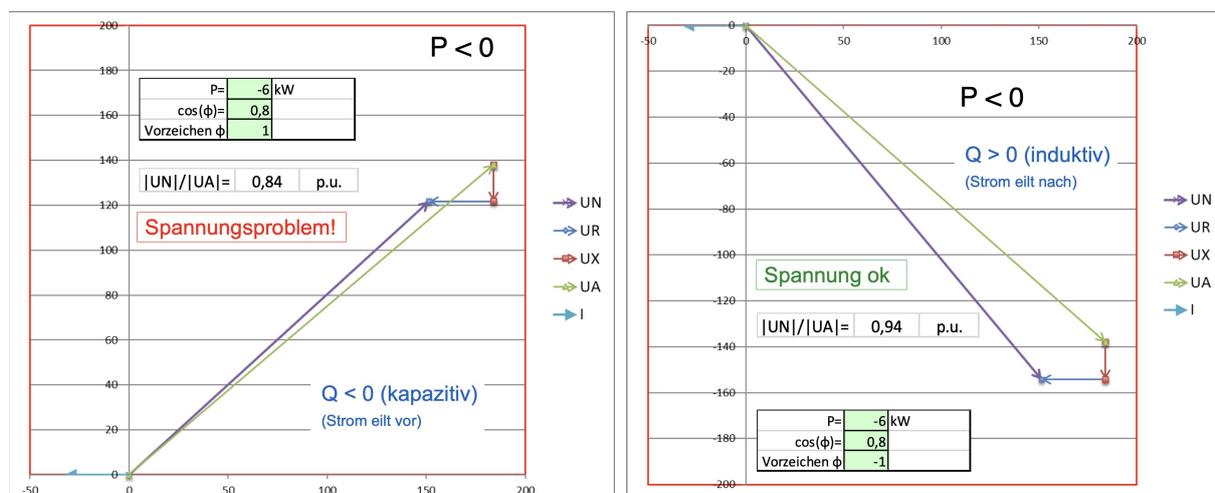


Abbildung 5.2.2 Beeinflussung des Spannungsverhältnisses durch die Betriebsweise

Frage 5.1.4: Abgabe kapazitiver Blindleistung? Wie bei der Wirkleistung lässt sich ein positives Vorzeichen der Blindleistung ( $Q > 0$ ) als Aufnahme von Blindleistung interpretieren; ein negatives Vorzeichen ( $Q < 0$ ) als Abgabe von Blindleistung. Mit Aufnahme und Abgabe erschöpfen sich bei der Wirkleistung die Möglichkeiten. Nicht so bei der Blindleistung: hier haben sich die Begriffe „induktive Blindleistung“ und „kapazitive Blindleistung“ eingebürgert. (1) Erläutern Sie diese beiden Begriffe mit Bezug auf das Vorzeichen der Blindleistung. (2) Wann sind diese Begriffe unmittelbar einleuchtend und plausibel? (3) Eignen sich diese Begriffe für die Einspeisung? (4) Welchen Mehrwert bilden Kombinationen dieser Begriffe mit dem Vorzeichen, also z.B. „Aufnahme kapazitiver Blindleistung“ oder „Abgabe induktiver Blindleistung“?

Lösung: (1) Mit Bezug auf eine Induktivität als Lastimpedanz wird Blindleistung aufgenommen, somit lässt sich  $Q > 0$  in diesem Fall als induktive Blindleistung interpretieren. Eine Kapazität als Lastimpedanz würde Blindleistung abgeben. Das negative Vorzeichen bei  $Q < 0$  wäre in diesem Fall eine kapazitive Blindleistung zu interpretieren. (2) Plausibel sind diese beiden Fälle bei einer Induktivität bzw. Kapazität als Lastimpedanz. Im Falle der Einspeisung versagt dieser Begriff: Die Stromrichtung ist durch die Anlage vorgegeben. (3) Für eine Einspeisung kann man induktiv im Sinne eines nacheilenden Stroms verstehen, und kapazitiv im Sinne eines voraus eilenden Stroms, somit höchstens als Abstraktion. Das Vorzeichen der Blindleistung als Aufnahme oder Abgabe wäre einleuchtender. (4) Eine Interpretation wäre höchstens als doppeltes Vorzeichen der Blindleistung zu verstehen, das dann wieder aufzulösen wäre, und ist somit völlig ohne Sinn und Zweck. Nimmt ein Kondensator nun kapazitive Blindleistung auf oder gibt er induktive Blindleistung ab?

### 5.3. Anlagen im Niederspannungsnetz

Nach der VDE Anwendungsregel VDE-AR-N 4105 wird empfohlen, dass durch Erzeugungsanlagen im Niederspannungsnetz die Netzspannung um nicht mehr als  $\Delta U = 3\%$  gegenüber dem Betrieb ohne Erzeugungsanlagen überschritten werden darf.

Weiterhin legt die Richtlinie fest, dass einphasige Erzeuger gleichmäßig auf die Aussenleiter zu verteilen sind, so dass Spannungsun-symmetrien vermieden werden. Einphasige Erzeugungsanlagen dürfen eine Leistung von 4,6 kVA nicht überschreiten. Größere Anlagen müssen dreiphasig angebunden werden, bzw. kommunikationstechnisch miteinander verkoppelt werden. Der Netz-betreiber hat das Recht, bei Gefahren für den sicheren Netzbetrieb bzw. für Instandsetzungsarbeiten die Anlagen vom Netz zu trennen.

Ausserdem müssen sich Anlagen als netzstützende Maßnahme an der Spannungshaltung beteiligen lassen. Hierzu muss der Verschiebungsfaktor (Leistungsfaktor) der Anlage einstellbar sein. Es gilt für Erzeugungsanlagen mit

- $3,68 \text{ kVA} < S < 13,8 \text{ kVA}$ :  $\cos(\Phi) = 0,9$  untererregt bis  $\cos(\Phi) = 0,95$  übererregt
- $S > 13,8 \text{ kVA}$ :  $\cos(\Phi) = 0,9$  untererregt bis  $\cos(\Phi) = 0,9$  übererregt

Die Bereitstellung von Blindleistung dient der Spannungshaltung im Netz. Der Verschiebungsfaktor wird vom Netzbetreiber als Sollwert vorgegeben. Für Anlagen mit konstanter Leistung (z.B. Blockheizkraftwerke) wird ein fester Sollwert für  $\cos(\Phi)$ , vorgegeben. Für Anlagen variabler Leistung (z.B. Photovoltaik) kann die Vorgabe als Wirkleistungskennlinie erfolgen, wie in der Abbildung oben gezeigt.

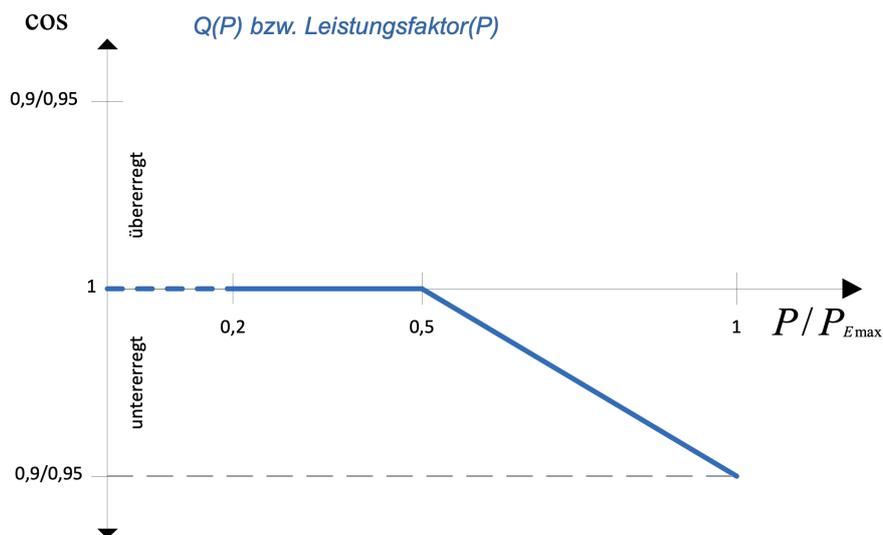


Abbildung 5.3.1 Kennlinie nach VDE-AR-N 4105 für  $\cos \Phi(P)$  (Wirkleistung-Kennlinie)

Frage 5.3.1: Stellen Sie mit Hilfe eines Zeigerdiagramms dar, auf welche Weise die Spannung am Anschlusspunkt durch Vorgabe des Verschiebungsfaktors  $\cos(\Phi)$  beeinflusst wird.

Frage 5.3.2: Wie interpretieren Sie die Vorgabe „untererregt“ bzw. „übererregt“ im Zusammenhang mit dem Verschiebungsfaktor? Welchen Ursprung hat diese Bezeichnung?

Frage 5.3.3: Erläutern Sie die Begriffe „Erzeugerzählpfeilsystem“ und „Verbraucherzählpfeilsystem“. Welche Unterschiede ergeben sich für die Zeigerdiagramme in Frage 2.1.1?

Frage 5.3.4: In welchen Betriebszuständen ist aus Sicht des Netzbetreibers das Trennen von Anlagen vom Netz sinnvoll?

## 5.4. Anlagen im Mittelspannungsnetz

Richtlinien, wie die TAR-4110 legen Anschlussbedingungen für Anlagen im Mittelspannungsnetz fest (Mittelspannungsrichtlinie). Durch den Betrieb von Erzeugungsanlagen soll sich die Spannung an keinem Knoten um mehr als  $\Delta U = 2\%$  gegenüber dem Betrieb ohne Erzeugungsanlagen erhöhen.

Für die Spannungshaltung ist der Verschiebungsfaktor der Anlagen am Anschlusspunkt einstellbar im Bereich von  $\cos(\Phi) = 0,95$  untererregt bis  $\cos(\Phi) = 0,95$  übererregt. Als mögliche Methoden zur Vorgabe des Verschiebungsfaktors können zwischen dem Anlagenbetreiber und dem Netzbetreiber individuell vereinbart werden:

- fester Verschiebungsfaktor  $\cos(\Phi)$
- Vorgabe einer festen Blindleistung in MVar
- Wirkleistungskennlinie  $\cos \Phi(P)$
- Blindleistungs-Spannungskennlinie  $Q(U)$ .

Ob die Vorgabe fest, per Fahrplan oder per Fernwirktechnik (Telematik) erfolgen soll, ist ebenfalls Gegenstand einer Vereinbarung zwischen den Betreibern. Anlagen im Mittelspannungsnetz können vom Netzbetreiber ebenfalls in Stufen abgeregelt werden, wenn der sichere Betrieb des Netzes dies erfordert.

Neben der statischen Spannungshaltung müssen Anlagen im Mittelspannungsnetz das Netz auch dynamisch unterstützen: Anlagen dürfen sich im Fehlerfall nicht unmittelbar vom Netz trennen, die Netzspannung muss im Fehlerfall durch einen Blindstrom unterstützen. Unter einen Fehlerfall versteht man transiente Vorgänge, wie z.B. Kurzschlüsse bzw. hierdurch bedingte Spannungseinbrüche. Folgende Abbildung zeigt eine Grenzkennlinie für den Spannungsverlauf für Erzeugungsanlagen.

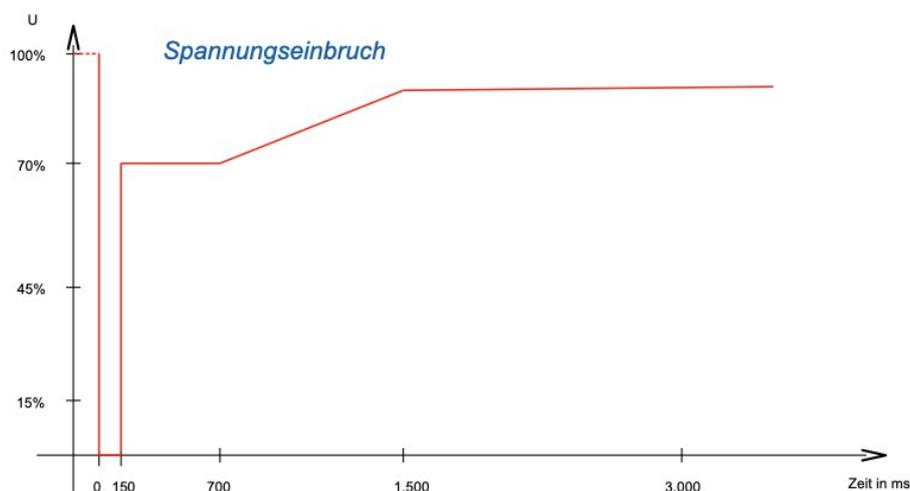


Abbildung 5.4.1 Spannungseinbruch am Einspeisepunkt

Frage 5.4.1: Statische Spannungshaltung. Vergleichen Sie das Verhalten von Erzeugungsanlagen mit Mittelspannungsnetz durch Vorgabe des Verschiebungsfaktors  $\cos(\Phi)$  mit dem Verhalten von Anlagen im Niederspannungsnetz.

Frage 5.4.2: Statische Spannungshaltung. Was bewirkt eine Vorgabe der Blindleistung der Anlage in MVar? Was bewirkt eine Vorgabe nach einer Blindleistungs-Spannungskennlinie  $Q(U)$ ?

Frage 5.4.3: In welchen Betriebszuständen ist aus Sicht des Netzbetreibers das Abregeln von Anlagen vom Netz sinnvoll?

Frage 5.4.4: Dynamische Spannungshaltung. In welchem Bereich der in der Abbildung gezeigten Grenzlinie für den Spannungsverlauf muss eine Anlage betrieben werden? Welche Ströme muss eine solche Anlage unterstützen?

## 5.5. Anlagen am Hochspannungsnetz

Unter dem Begriff Transmission Codes werden Anschlussregeln im Übertragungsnetz verstanden. Der Transmission Code 2007 des VDN (Verband der Netzbetreiber beim VDEW), abgelöst durch die TAR-4120, definiert die technischen Mindestanforderungen für Erzeugungsanlagen im Hoch- und Höchstspannungsnetz. Diese Anforderungen enthalten:

- Erzeugungsanlagen  $\geq 100$  MW müssen sich in der Regel an der sogenannten Primärregelung beteiligen (Leistungsregelung, siehe Abschnitt 7).
- Erzeugungsanlagen erneuerbarer Energien können von der Primärregelung befreit werden.
- Erzeugungsanlagen, die sich an der Primärregelung beteiligen, müssen jederzeit einen Anteil von  $\pm 2\%$  ihrer Nennleistung innerhalb von 30 s bis zu einem Zeitraum von 15 min bereit stellen können.
- Unter Umständen (im sogenannten Netz-Inselbetrieb) muss die Anlage Laststöße von  $+10\%$  ihrer Nennleistung (maximal jedoch 50 MW) ausregeln können, wobei 5 min als Mindestabstand zwischen zwei aufeinander folgenden Lastzuschaltungen angenommen werden.
- Anlagen, die nicht an der Primärregelung beteiligt sind, müssen sich bei einer Erhöhung der Netzfrequenz ab 50,2 Hz zur Unterstützung des Netzes abregeln lassen bzw. ihre Einspeisung automatisch drosseln. Eine Trennung von Netz erfolgt bei Frequenzen  $f_{\text{Netz}} \leq 47,5$  Hz und  $f_{\text{Netz}} \geq 51,5$  Hz
- Sollen Anlagen an der sogenannten Sekundärregelung (siehe Abschnitt 6) beteiligt werden, muss die vereinbarte Regelleistung innerhalb von 5 min zur Verfügung stehen, die vereinbarte Minutenreserve nach 15 min.

- Anlagen dürfen sich zu keinem Zeitpunkt im Bereich zwischen 47,5 Hz und 50,2 Hz vom Netz trennen.
- Anlagen werden meistens im Bereich von  $\cos(\Phi) = 0,92$  untererregt bis  $\cos(\Phi) = 0,9$  übererregt betrieben. Für Erzeuger erneuerbarer Energien wird der Verschiebungsfaktor  $\cos(\Phi)$  direkt vorgegeben, bzw. die Blindleistung  $Q$  (in MVar) oder der zu haltende Spannungswert  $U$  (in kV).

Frage 5.5.1: Welchen Grund mag es geben, Erzeuger erneuerbarer Energien von der Primärregelung (Leistungsregelung) auszunehmen? Welche Anlagen eignen sich zur Primärregelung? Welche Rolle spielt die Leistung der Anlagen?

Frage 5.5.2: Halten Sie die Zeiträume zum Eingreifen der primären bzw. sekundären Regelung für Erzeuger erneuerbarer Energien (EE-Anlagen) für günstig gewählt? Welche Besonderheiten gelten für EE-Anlagen im Vergleich zu konventionellen Erzeugern? Welche EE-Anlagen eignen sich für die Sekundärregelung?

Frage 5.5.3: Welchen Zweck verfolgt die Abregelung von Anlagen bzw. die Trennung vom Netz von Anlagen bei Unterschreitung bzw. Überschreitung vorgegebener Grenzwerte der Netzfrequenz? Wie verhalten sich in solchen Fällen konventionelle, an der Primärregelung beteiligte Erzeuger?

Frage 5.5.4: Aus welchem Grund sollen Anlagen innerhalb eines vorgegebenen Frequenzintervalls am Netz bleiben, sich also nicht vom Netz trennen? Welche Konsequenzen hätte eine kollektive Trennung von Anlagen? Wie verhalten sich konventionelle Erzeuger im Netzverbund?

## 5.6. Hochspannungs-Gleichstrom-Übertragung

Als Alternative zur Übertragung durch ein Drehstromsystem werden Gleichstromübertragungssysteme eingesetzt. Folgende Abbildung zeigt eine solche Anordnung.

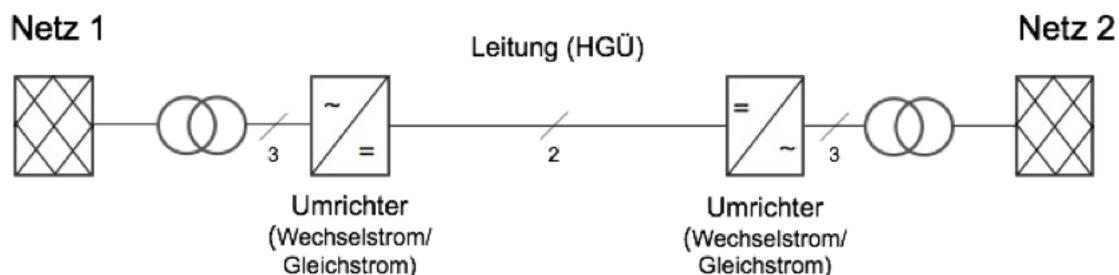


Abbildung 5.6.1 Strecke zur Hochspannungs-Gleichstrom-Übertragung (HGÜ)

Frage 5.6.1: Beschreiben Sie die Anordnung und die Funktion der einzelnen Komponenten. Wozu der komplizierte Ausdruck, der sowohl Spannung als auch Strom enthält (übrigens auch im Englischen: HVDC)? Warum nicht einfach Hochspannungs-Übertragung? Welche Rollen haben Spannung und Strom?

Frage 5.6.2: Wie verhält sich die HGÜ-Strecke bzgl. Wirkleistung und Blindleistung? Welche Rolle spielt die Netzfrequenz? Wie verhält sich der Lastfluss?

Frage 5.6.3: Vergleichen Sie die Übertragung durch ein Drehstromsystem mit der Gleichstromübertragung. Legen Sie geeignete Kriterien fest. Welche Unterschiede gibt es?

Frage 5.6.4: Beschreiben Sie mögliche Einsatzgebiete für HGÜ-Systeme. Hinweis: Wo kommen keine Freileitungen in Frage?

Frage 5.6.5: Eigenschaften einer AC-Freileitung. Bei Freileitungen im Übertragungsnetz findet man Wellenwiderstände von  $380 \Omega$ , sowie thermische Grenzleistungen von 1700 MVA (Vierer-Bündel). Berechnen Sie die natürliche Leistung für ein 380 kV-System und diskutieren Sie die Konsequenzen bei Betrieb mit thermischer Grenzleistung. Bei Hochtemperaturbeseilung lässt sich die thermische Grenzleistung um ca 30% steigern, kurzfristig ist ein Betrieb über der thermischen Grenzleistung über weitere 30% hinaus möglich. Was sind die Konsequenzen?

**Lösung: Natürliche Leistung: 600 MW, somit deutlich unter der thermischen Grenzleistung. Bei Hochtemperaturbeseilung ändert sich der Wellenwiderstand und somit die natürliche Leistung nicht, das Missverhältnis wird größer. Konsequenzen siehe Abschnitt 2, Leitungen.**

Frage 5.6.6: Eigenschaften von AC-Kabelstrecken. Bei AC-Kabelstrecken im Übertragungsnetz findet man Wellenwiderstände von  $50 \Omega$ , sowie thermische Grenzleistungen von 1250 MVA. Berechnen Sie die natürliche Leistung für ein 380 kV-System und diskutieren Sie die Konsequenzen bei Betrieb mit thermischer Grenzleistung.

**Lösung: Natürliche Leistung: 3000 MW, und somit deutlich unter der thermischen Grenzleistung. Konsequenzen siehe Abschnitt 2, Leitungen. Wo immer Kabel eingesetzt werden müssen (z.B. auf See bei Off-Shore-Windparks oder an Land mangels Akzeptanz für Freileitungen) bleiben als Alternative nur HGÜ-Strecken bzw. Gleichstromnetze.**

## 5.7. Verbraucher und Antriebe

In Verbrauchern wird elektrische Energie umgewandelt in Wärme (Öfen, Herde, Beleuchtung, Durchlauferhitzer) oder Bewegungsenergie (Antriebe). Vom Netz aus betrachtet verhalten sich die meisten Verbraucher ohmsch-induktiv.

Antriebe (bzw. motorischen Lasten) gibt es in unterschiedlichen Leistungsklassen:

- Kleinmotoren (bis ca. 7.5 kW): werden vor allem im Niederspannungsnetz eingesetzt und einphasig angeschlossen. Die Leistung (Bemessungsleistung) in dieser Klasse bezeichnet die mechanische Leistung des Motors (ohne die elektrische Verlustleistung).
- Motoren bis zu einer Leistung von ca 300 kW: werden im Niederspannungsnetz dreiphasig angeschlossen. Einsatzgebiete sind Pumpen, Kompressoren und Gebläse. Eingesetzt werden vorwiegend Asynchronmaschinen.
- Motoren mit Leistungen größer als 300 kW: werden als sogenannte Hochspannungsmotoren direkt im Mittelspannungsnetz (mit 10 kV bis 20 kV) angeschlossen. Einsatzgebiete mit Leistungen bis zu 20 MW sind z.B. Speisewasserpumpen.

Frage 5.7.1: Für die Netzplanung sind folgende Arbeitspunkte von Interesse: die Bemessungsleistung, das Anlaufverhalten, sowie das Leerlaufverhalten. Wie verhalten sich motorische Lasten in diese Betriebspunkten?

Frage 5.7.2: Motoren im Mittelspannungsnetz werden auch als sogenannte Punktlasten bezeichnet. Worauf deutet diese Bezeichnung hin? Wann wäre eine Last keine Punktlast?

Frage 5.7.3: Motoren im Mittelspannungsnetz belasten das Netz symmetrisch und werden daher durch ihre Impedanz als einphasige Ersatzschaltung beschrieben. Für die Impedanz in der einphasigen Ersatzschaltung wird folgender Wert verwendet:  $Z_r = U_r / \sqrt{3} I_r$ . Hierbei bezeichnet  $U_r$  die Bemessungsspannung und  $I_r$  den Bemessungsstrom des Motors. Welche Bedeutung hat die Verwendung der  $\sqrt{3}$  in dieser Berechnung? Skizzieren Sie das Ersatzschaltbild und erläutern Sie die physikalische Bedeutung von  $R_r$  und  $X_r$ .

Frage 5.7.4: Vergleichen Sie das Ersatzschaltbild des Asynchronmotors mit dem vereinfachten Ersatzschaltbild eines Transformators. Worin bestehen die Unterschiede?

## 5.8. Punktlast

Lasten, die das Netz punktuell belasten, werden als sogenannte Punktlasten bezeichnet. Hierzu gehören im Mittelspannungsnetz:

- Elektroöfen, wie z.B. Schmelzöfen,
- Motoren mit Leistung größer als 300 kW (siehe Abschnitt 4.1),
- Netzstationen.

Frage 5.8.1: Die Punktlasten sollen durch Ersatzschaltbilder in Form von Impedanzen abgebildet werden. Geben Sie passende Ersatzschaltbilder an. Berechnen Sie die jeweils aufgenommene Leistung in Abhängigkeit der Netzspannung an.

Frage 5.8.1: Wie wirken sich Änderungen der Netzspannung  $U_b$  im Betrieb auf die Leistungsaufnahme der Punktlasten aus? Hinweis: bei starker Last sinkt die Netzspannung unter die Bemessungsspannung der Betriebsmittel.

## 5.9. Mischlast

Speziell im Niederspannungsnetz gibt es eine hohe Anzahl an motorischen und ohmschen Verbrauchern, deren aktueller Betriebszustand (eingeschaltet oder ausgeschaltet) unbekannt ist. Die maximal mögliche Last in einem solchen Netz ergibt sich aus der Summe der Bemessungsleistungen der angeschlossenen Verbraucher, dem sogenannten Anschlusswert:

$$P_A = \sum P_{ri} \quad \text{wobei } i = 1 \text{ bis } m \text{ (Verbraucherindex)} \quad (5.9.1)$$

Tatsächlich wird das Netz unterhalb des Anschlusswertes beansprucht, sofern nicht alle Verbraucher gleichzeitig eingeschaltet sind. Zur realistischen Abschätzung der Last in einem Wohngebiet mit  $n$  Wohnungen wird der Gleichzeitigkeitsfaktor  $g$  eingeführt:

$$P = n g P_A \quad (5.9.2)$$

Hierbei entspricht  $P_A$  dem Anschlusswert einer Wohneinheit bzw. pro Anschlusseinheit. Der Gleichzeitigkeitsfaktor berücksichtigt, wie viele Anschlusseinheiten zu einer gegebenen Zeit (z.B. in der Hauptbetriebsstunde) im Mittel tatsächlich eingeschaltet sind. Für Wohngebiete lässt sich der Gleichzeitigkeitsfaktor z.B. annähern durch  $g = 0,07 + (0,9 / n)$ .

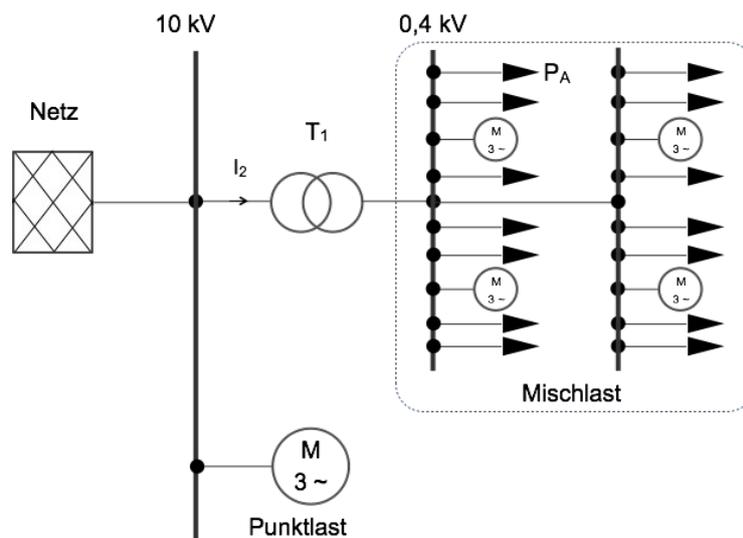


Abbildung 5.9.1 Lasten im Netz

Frage 5.9.1: Welche Last errechnet sich mit der oben beschriebenen Näherung für den Gleichzeitigkeitsfaktor für ein Wohngebiet mit 100 Wohneinheiten mit einem Anschlusswert von jeweils 20 kW? Welche mittlere Leistung pro Wohneinheit ergibt sich hieraus? Was bezweckt der Korrekturfaktor  $0,9 / n$  in der Näherung?

Frage 5.9.2: Vergleichen Sie das Verhalten von Mischlast und Punktlast im oben abgebildeten Netz. Wie würden Sie das Lastverhalten in einer Ersatzschaltung zur Netzplanung berücksichtigen?

Frage 5.9.3: Neben der durch die Anschlusswerte gegebenen Wirkleistung ist für die Auslegung des Netzes auch die Blindleistung von Interesse. Für Mischlasten in Wohngebieten ist ein Erfahrungswert von  $\cos \phi = 0,9$  (induktiv) gegeben. Wie groß ist die Blindleistung  $Q$ ?

Frage 5.9.4: Bei starker Last sinkt die aktuelle Netzspannung  $U_b$  unter die Bemessungsspannung  $U_r$ .  
Wie wirken sich Spannungsänderungen im oben abgebildeten Netz aus? Welche sinnvollen Annahmen treffen Sie diesbezüglich für die Auslegung der Netze?

## 5.10. Lastverhalten

Im Betrieb kann sich die Spannung  $U_{bv}$  am Verbraucher innerhalb folgenden Intervalls von der Bemessungsspannung  $U_{rv}$  am Verbraucher abweichen:  $0,8 U_{rv} \leq U_{bv} \leq 1,2 U_{rv}$ . Die hierdurch bedingte Änderung der Leistungsaufnahme schätzt man durch folgenden Ansatz ab:

$$P = P(U_{bv}) = P_{rv} (U_{bv} / U_{rv})^p \quad (5.10.1)$$

Hierbei variiert der Exponent  $p$  zwischen den Werten 0 bis 2.

Frage 5.10.1: Für den Exponenten in Gleichung (5.9.1) gelte  $p = 0$ . Welches Lastverhalten wird hierdurch beschrieben? Hinweis: Welche Eigenschaft der Last ist konstant?

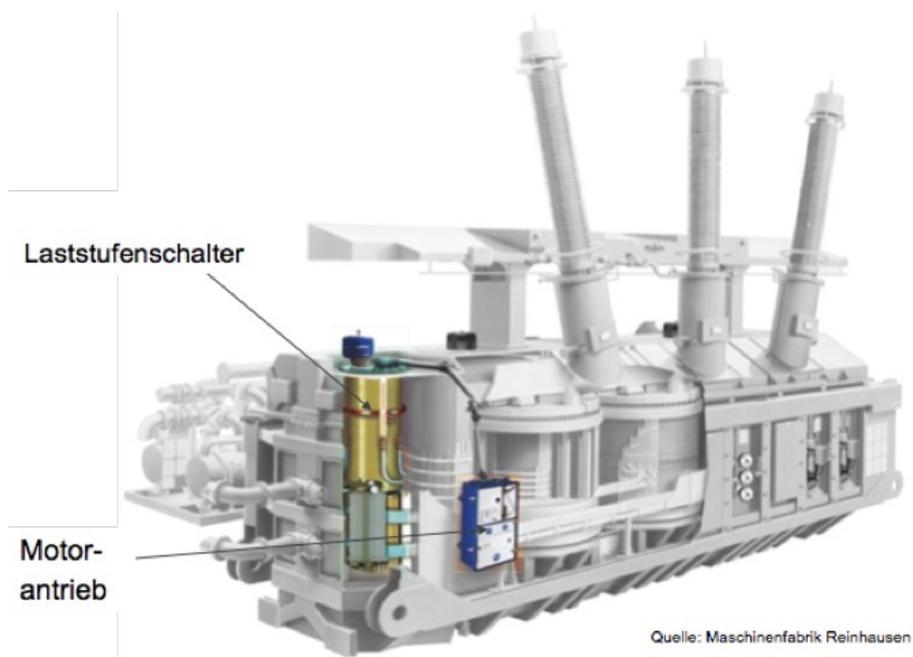
Frage 5.10.2: Der Exponenten sei  $p = 2$ . Welches Lastverhalten wird hierdurch beschrieben? Hinweis: Welche Eigenschaft der Last ist konstant?

Frage 5.10.3: Der Exponenten sei  $p = 1$ . Welches Lastverhalten wird hierdurch beschrieben? Hinweis: Welche Eigenschaft der Last ist konstant?

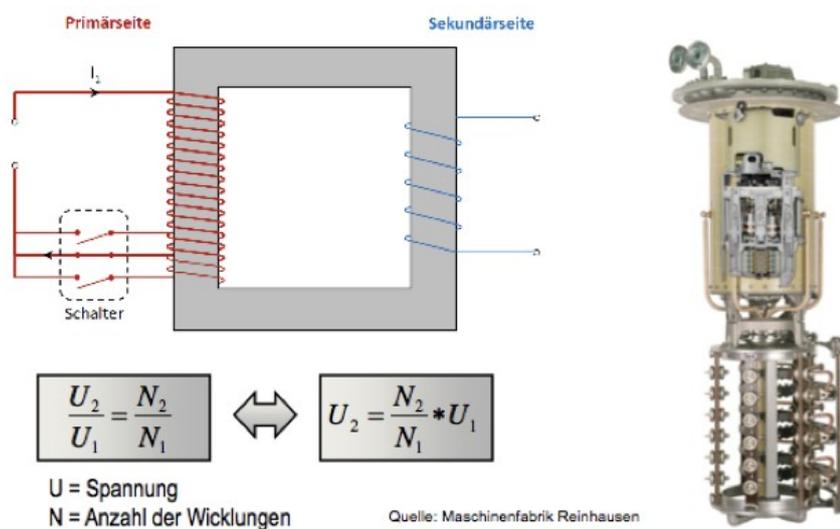
Frage 5.10.4: Wie liesse sich das Lastverhalten bzgl. der Blindleistung  $Q$  beschreiben? Geben Sie einen zu (5.10.1) vergleichbaren Zusammenhang an.

## 6. Spannungsregelung

Die Spannung im Netz nimmt in Abhängigkeit der Last ab. Dieser Effekt ergibt sich bei wachsendem Strom durch die Netzimpedanz. Auf diesem Grund wird die Spannung an den Netztransformatoren nachgeregelt. Folgende Abbildung zeigt einen Regeltransformator.



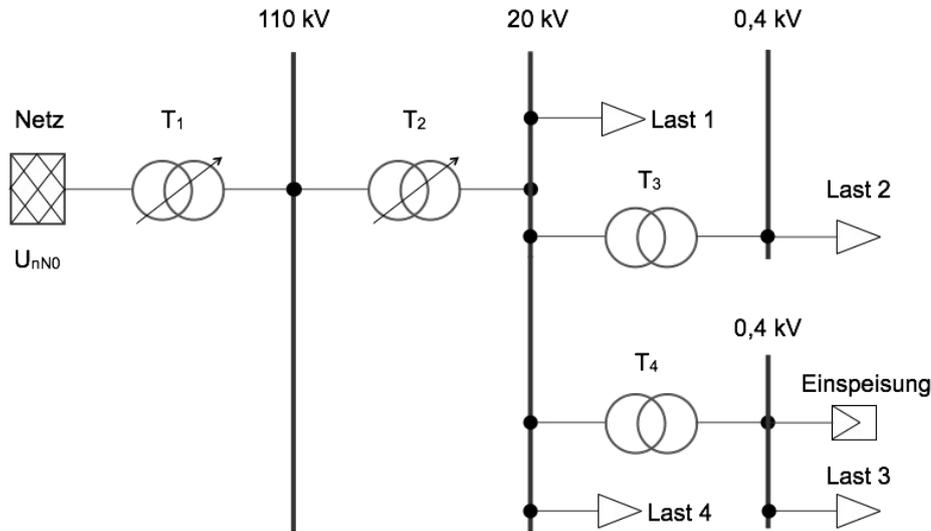
Oberhalb der Mittelspannungsebene (ab 10 bzw. 20 kV) sind alle Transformatoren regelbar. Die Regelung erfolgt durch Zuschalten bzw. Abschalten von Windungen. Die Schaltung erfolgt durch einen sogenannten Laststufenschalter, d.h. eine Schalter, der unter Last (d.h. im laufenden Betrieb) Windungen zuschalten bzw. abschalten kann. Folgende Abbildung zeigt das Prinzip.



Durch Zuschalten bzw. Abschalten von Windungen ändert sich das Übersetzungsverhältnis des Transformators. Wird auf der Primärseite geschaltet, wird die Spannung auf der Sekundärseite hierdurch angehoben bzw. abgesenkt

## 6.1. Regelbare Transformatoren

Folgende Abbildung zeigt einen Netzausschnitt.



Frage 6.1.1: Beschreiben Sie das in der Abbildung gezeigte Netz. Welche Transformatoren sind regelbar? Welches Verhalten nehmen Sie für die Verbraucher an? Welchen Einfluss haben die Verbraucher auf die Spannungshaltung? Welchen Einfluss hat die Einspeisung auf die Spannungshaltung?

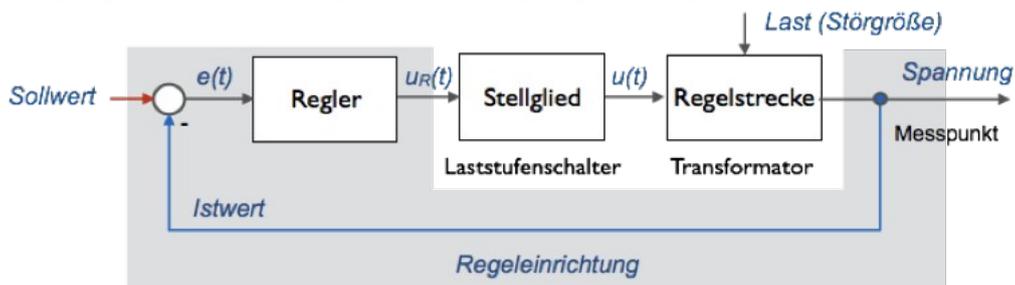
Frage 6.1.2: Spannungsverlauf ohne Regelung. Stellen Sie den Spannungsverlauf bei starker Last in einem Diagramm dar. Hinweis: Verwenden Sie das „per unit“-System, d.h. alle Spannungen werden als relative Werte in bezogen auf die Nennspannung dargestellt (Beispiel:  $u = U_b / U_n = 18 \text{ kV} / 20 \text{ kV} = 0,9 \text{ p.u.}$ ).

Frage 6.1.3: Spannungsverlauf mit Regelung. Stellen Sie den Spannungsverlauf bei starker Last in einem Diagramm dar. Welchen Einfluss haben die Regeltransformatoren? Wie erfolgt die Spannungsregelung auf der Niederspannungsseite (0,4 kV). Vergleichen Sie mit Aufgabe 6.1.2.

Frage 6.1.4: Einfluss der Einspeisung. Im unteren Zweig im Niederspannungsnetz wird eine Photovoltaikanlage betrieben. An einem sonnigen Tag am Wochenende übersteigt deren Leistung den der Last 3. Im Niederspannungsnetz im oberen Zweig tritt zur gleichen Zeit wegen einer Sonderschicht im Betrieb der Last 2 starke Belastung auf. Wie verhalten sich die Spannungen im Netz? Wie lässt sich die Spannung im Niederspannungsnetz halten?

## 6.2. Spannungsregler

Der Transformator stellt die Regelstrecke dar, der Laststufenschalter das Stellglied. Zur vollständigen Regelstrecke gehört ausserdem ein Spannungsregler, dem der Sollwert und die gemessene Spannung zugeführt wird. Die folgende Abbildung zeigt den Regelkreis.

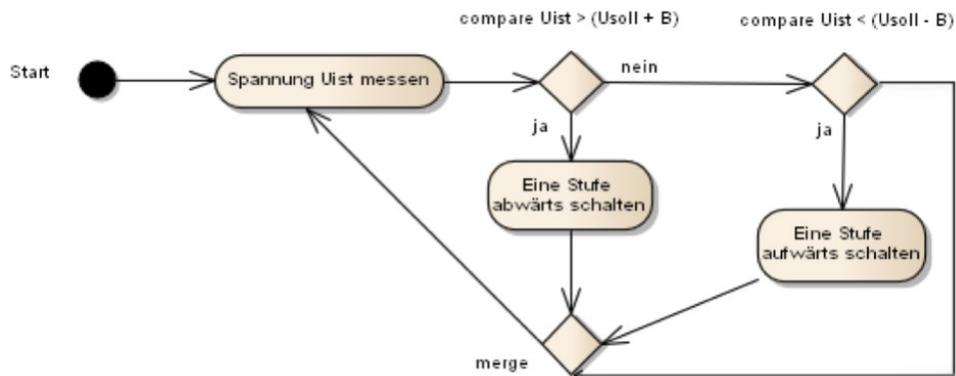


Das Stellglied arbeitet nicht kontinuierlich, sondern schaltet stufenweise Wicklungen zu oder ab. Aus diesem Grund wird der Regler als Zweipunktregler ausgeführt. Wird ein vorgegebenes Spannungsband  $B$  überschritten, wird eine Stufe herab geregelt. Wird das vorgegebene Spannungsband unterschritten, wird eine Stufe herauf geregelt. Folgende Abbildung zeigt das Prinzip.

Frage 6.2.1: Skizzieren Sie die Wirkung des Reglers auf einem willkürlich vorgegebenen Spannungsverlauf. Hinweis: Ein Schaltvorgang reduziert die Spannung um den Betrag einer Schaltstufe (bzw. hebt den Spannungswert um den Betrag einer Schaltstufe an).

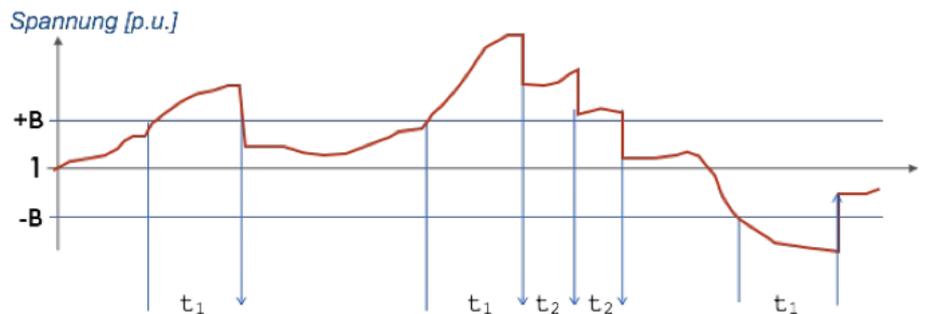
Frage 6.2.2: Beschreiben Sie den Regelalgorithmus als Ablaufdiagramm.

Lösung:



Frage 6.2.3: Worin besteht das Problem dieser Realisierung? Hinweis: Wie reagiert der Regler auf Schwankungen der Spannung um die Grenzen  $B$  und  $-B$ ? Wie lässt sich dieses Problem lösen?

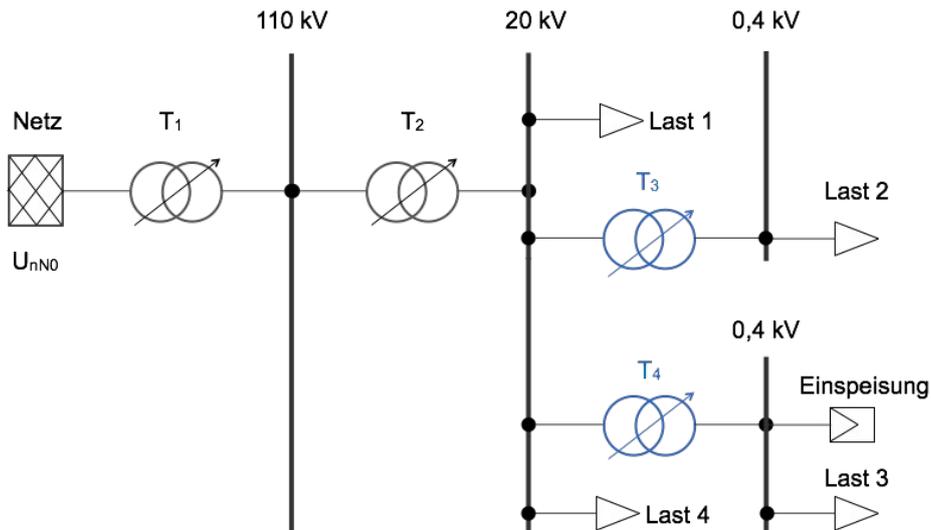
Lösung: Es wird eine Totzeit  $t_1$  eingeführt, innerhalb derer keine Schaltung stattfindet. Für kaskadierte Schaltvorgänge bei großen Spannungsabweichungen kann eine weitere, kürzere Totzeit  $t_2$  eingeführt werden, die bei einer verbleibenden Verletzung des Spannungsbandes unmittelbar nach einer Schaltung aktiviert wird.



Frage 6.2.4: Beschreiben Sie den Regelalgorithmus als Ablaufdiagramm.

### 6.3. Regelbare Ortsnetztransformatoren

In der folgenden Abbildung sind die Ortsnetztransformatoren  $T_3$  und  $T_4$  durch regelbare Ortsnetztransformatoren ersetzt worden.

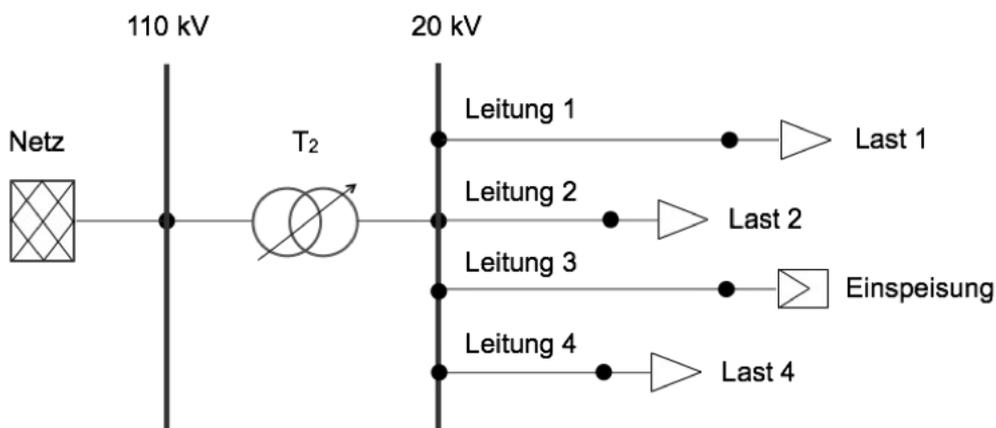


Frage 6.3.1: Spannungsverlauf mit Regelung. Stellen Sie den Spannungsverlauf in einem Diagramm dar. Welchen Einfluss haben die regelbaren Ortsnetztransformatoren? Vergleichen Sie mit Aufgabe 6.2.3.

Frage 6.3.2: Durch Einführung der regelbaren Transformatoren T<sub>3</sub> und T<sub>4</sub> kann die Spannungshaltung in den Ortsnetzen von nun unabhängig voneinander erfolgen T<sub>3</sub> und T<sub>4</sub>. Zuvor war das nur an übergeordneter Stelle durch T<sub>2</sub> möglich (siehe Aufgabe 6.2.3). Welche Ziele verfolgen die individuellen Regelungen für T<sub>2</sub>, T<sub>3</sub> und T<sub>4</sub>? Hätte eine kollektive Regelung im Verbund der Transformatoren T<sub>2</sub>, T<sub>3</sub> und T<sub>4</sub> Vorteile?

## 6.4. Verteilte Regelung

Folgende Abbildung zeigt einen Regeltransformator, der verschiedene Lasten bzw. einen Einspeisepunkt über längere Leitungen versorgt.



Frage 6.4.1: Wie verhalten sich die Spannungen am Verbraucher (bzw. am Einspeisepunkt) in Abhängigkeit der Leitungslängen und in Abhängigkeit der Last?

Frage 6.4.2: Der Regeltransformator regelt die Spannung an der Sammelschiene auf der Unterspannungsseite. Die Spannungen an den Verbrauchern sollen maximal um  $\pm 10\%$  von der Nennspannung abweichen, die Spannung am Einspeisepunkt um maximal  $+3\%$  und minimal  $-10\%$ . Kann der Regeltransformator die Spannungen am Leitungsende für die Verbraucher bzw. für den Einspeisepunkt ermitteln?

Frage 6.4.3: Unter der Voraussetzung, dass man die Spannungen am Leitungsende (am Verbraucher bzw. an der Einspeisung) durch Berechnung oder durch Messung ermitteln kann: Wie kann der Regler einen für alle Anschlüsse tauglichen Kompromiss finden?

Frage 6.4.4: Unter den Bedingungen von Aufgabe 6.4.3: Wie wäre ein solcher Regelalgorithmus zu realisieren? Skizzieren Sie einen möglichen Ablauf.

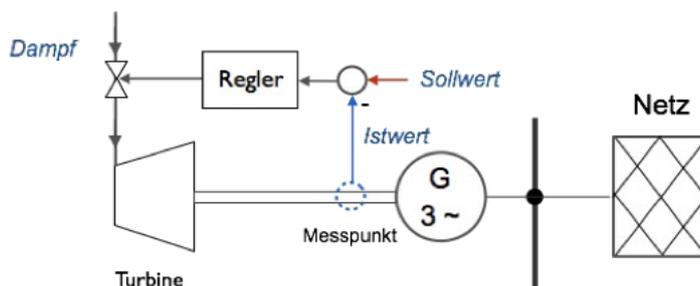
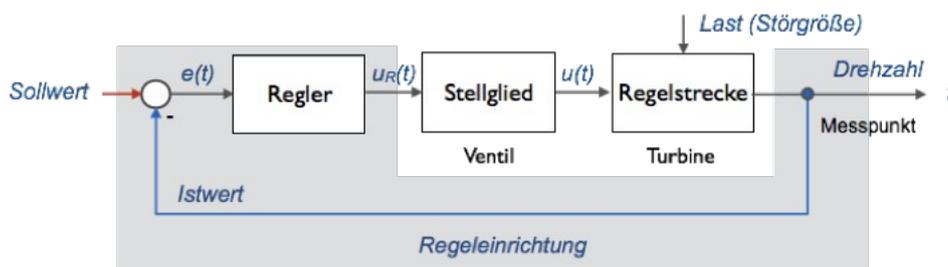
## 7. Leistungsregelung

Da elektrische Netze Energie nicht speichern (abgesehen von den speziell hierfür vorgesehenen Energiespeichern), muss das Angebot zu jeder Zeit an die Nachfrage angepasst werden. Hierbei wird das Angebot mit Hilfe von Erfahrungswerten im Tagesverlauf planerisch an die zu erwartende Nachfrage angepasst (Schichtplan für die Kraftwerke). Die Abweichungen der aktuellen Nachfrage vom Plan werden mit Hilfe einer Leistungsregelung angepasst.

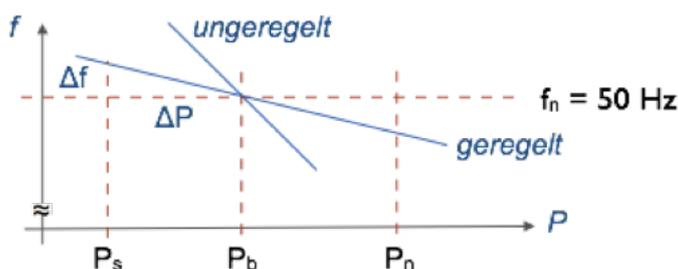
### 7.1. Primärregelung

Ein Synchrongenerator reagiert auf Lastwechsel durch Änderungen der Drehzahl. Die Turbine des Generators wird mit konstantem Antriebsmoment gefahren. Die Turbinenleistung wird mit Hilfe des Generators in elektrische Leistung umgesetzt. Da die mechanische Leistung  $P_M$  dem Produkt aus Drehmoment (Lastmoment  $M_L$ ) und Drehzahl  $\omega$  entspricht ( $P_M = \omega M_L$ ), muss sich bei Änderung der elektrischen Leistung die Drehzahl ändern. Die Drehzahländerung bei einem Lastwechsel erfolgt hierbei nicht sprunghaft, sondern wird bedämpft durch das Trägheitsmoment  $J$  der rotierenden Massen in der Turbine und im Generator (Drehimpuls  $L = J \omega$ , Drehimpulsänderung  $L' = J \omega'$ ).

Um die Drehzahl bei Laständerungen zu stabilisieren, wird die Drehzahl der Turbine geregelt. Folgende Abbildung zeigt das Prinzip der Regelung.



Der Regler ist als P-Regler (Proportionalregler) ausgeführt. Der Regler verringert die Abhängigkeit der Drehzahl  $n$  (bzw. der Netzfrequenz  $f$ ) von der Last erheblich. Die Reglerkonstante wird z.B. so gewählt, dass die stationäre Regeldifferenz zwischen Schwachlast  $P_s$  und Nennleistung  $P_n$  etwa 2,5 Hz beträgt. Folgende Abbildung illustriert das Prinzip der Regelung. Der Generator wird hierbei im Arbeitspunkt  $P_b$  betrieben.



$$\Delta P = -K \Delta f$$

$$S = \Delta f / f_n$$

Frage 7.1.1: Beschreiben Sie die Wirkung des Reglers. Wieso reagiert die geregelte Strecke weniger empfindlich auf Laständerungen als die unregelte Strecke? Warum verbleibt auf im geregelten Fall eine Regelabweichung? In welchem Betriebspunkt entspricht die Drehzahl der gewünschten Netzfrequenz von 50 Hz?

Frage 7.1.2: Die Statik  $S$  beschreibt die relative Frequenzabweichung  $\Delta f / f_n$  bei einer vorgegebenen Lastabweichung. Für ein Grundlastkraftwerk wird die Statik mit  $S = 6\%$  angegeben, für ein Mittellastkraftwerk  $S = 4\%$ , für ein Spitzenlastkraftwerk  $S = 2.5\%$ . Skizzieren Sie die Kennlinien  $f(P)$  in einem gegebenen Arbeitspunkt  $P_b$ . Was bedeutet die Statik im Kennlinienfeld?

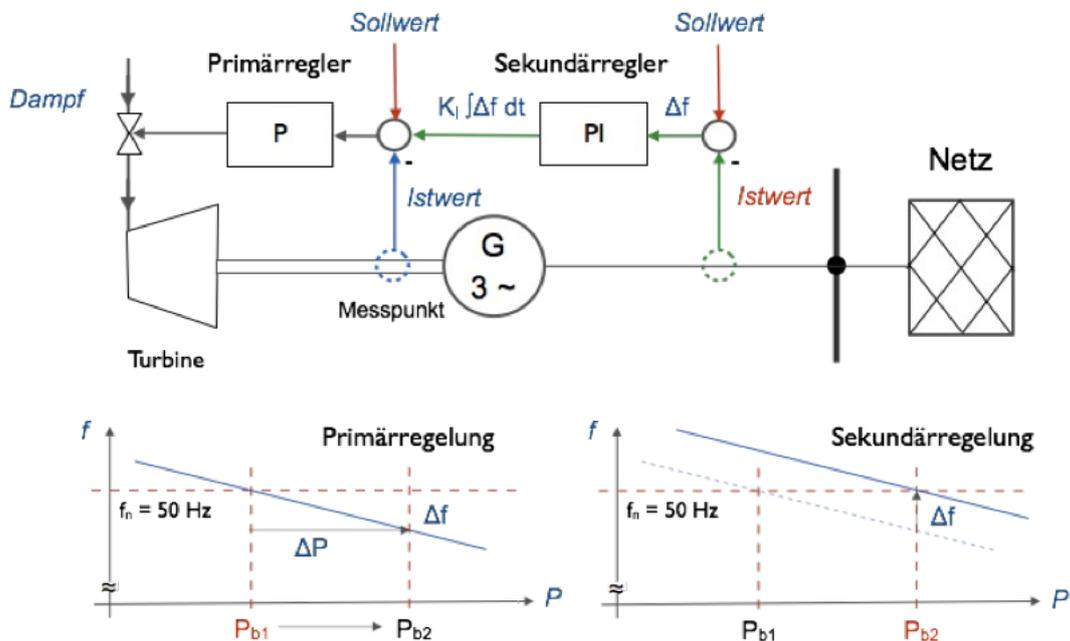
Frage 7.1.3: Zu einem anderen Zeitpunkt im Tagesverlauf ist eine höhere Leistung  $P'_b > P_b$  erwünscht. Die Netzfrequenz  $f_n$  soll im Betriebspunkt  $P'_b$  jedoch eingehalten werden. Wie können Sie den neuen Betriebspunkt einstellen?

Frage 7.1.4: Skizzieren Sie die Kennlinie  $f(P)$  im neuen Betriebspunkt  $P'_b$  (Aufgabe 7.1.3). Vergleichen Sie die Kennlinie mit dem Betriebspunkt  $P_b$ .

## 7.2. Sekundärregelung

Die Primärregelung dient dazu, rasch auf Abweichungen vom Arbeitspunkt  $P_b$  zu reagieren. Hierdurch sollen Laständerungen kompensiert werden. Der Arbeitspunkt des Generators bleibt jedoch hierbei unverändert. Als P-Regler regelt der Primärregelung nicht aus. Die verbleibende Frequenzabweichung  $\Delta f$  bleibt als Indiz für die Abweichung vom planmäßigen Arbeitspunkt  $P_b$ .

Soll der Arbeitspunkt dauerhaft verändert werden, wird der Primärregler um einen weiteren Regelkreis ergänzt, den sogenannten Sekundärregler. Der Sekundärregler ist als PI-Regler ausgeführt und somit in der Lage, Frequenzabweichungen dauerhaft auszuregeln. Die Zeitkonstanten sind hierbei sehr unterschiedlich: Während der Primärregler sofort reagiert (innerhalb einiger Sekunden), arbeitet der Sekundärregler im Bereich einiger Minuten. Bei einem thermischen Kraftwerk ist das auch nicht anders realisierbar, da für einen anderen Arbeitspunkt, z.B.  $P_{b2} > P_{b1}$  die Dampfzufuhr dauerhaft erhöht werden muss, was eine höhere Leistung des Kessels bedingt (Brennstoff, Luftzufuhr, Wasser).



Frage 7.2.1: Erläutern Sie die Funktionsweise des in der Abbildung gezeigten Reglers. Verwenden Sie die Kennlinien  $f(P)$ . Vergleichen Sie das Verhalten mit Aufgabe 6.1.

Frage 7.2.2: Welchen Einfluss hat der Sekundärregler auf die Statik?

Frage 7.2.3: Wie beurteilen Sie Lastwechsel  $\Delta P_b$  um den Arbeitspunkt  $P_b$  (Primärregelung) im Vergleich zu häufigen Wechseln des Arbeitspunktes (Sekundärregelung) in Bezug auf die Belastung der Betriebsmittel des Kraftwerkes (Kessel, Turbine, Generator)?

Frage 7.2.4: Welche Typen von Kraftwerken bzw. Anlagen zur Energieerzeugung kommen für eine Primärregelung bzw. Sekundärregelung in Frage?

### 7.3. Regelung im Verbundnetz

In einem Verbundnetz ist eine große Zahl von Synchrongeneratoren miteinander gekoppelt. Laständerungen werden im Kollektiv bewältigt. Jeder individuelle Generators leistet mit Hilfe seines Primärregler hierbei einen Beitrag

$$\Delta P_{pi} = - K_{pi} \Delta f \tag{7.3.1}$$

Die Leistungszahl  $K_{pi}$  ist umgekehrt proportional zur Steigung der Kennlinie  $f(P)$ , d.h. je höher die Leistungszahl, desto höher der Beitrag  $\Delta P_{pi}$  des Generators. Die insgesamt verfügbare Primärregelleistung ergibt sich aus der Summe der Beiträge der Generatoren.

$$\Delta P_p = - \sum K_{pi} \Delta f = - K_p \Delta f \tag{7.3.2}$$

Der Index  $i = 1$  bis  $N$  bezeichnet hierbei die für die Primärregelung verfügbaren Generatoren. Nicht alle Generatoren kommen hierfür in Frage. Ausgenommen sind beispielsweise Laufwasserkraftwerke mit konstanter Drehzahl, oder Grundlastkraftwerke, die mit konstanter Leistung betrieben werden, sowie die meisten Anlagen erneuerbaren Energien. Insgesamt ergibt sich für das Verbundnetz mit allen beteiligten Kraftwerken folgende Kennlinie.

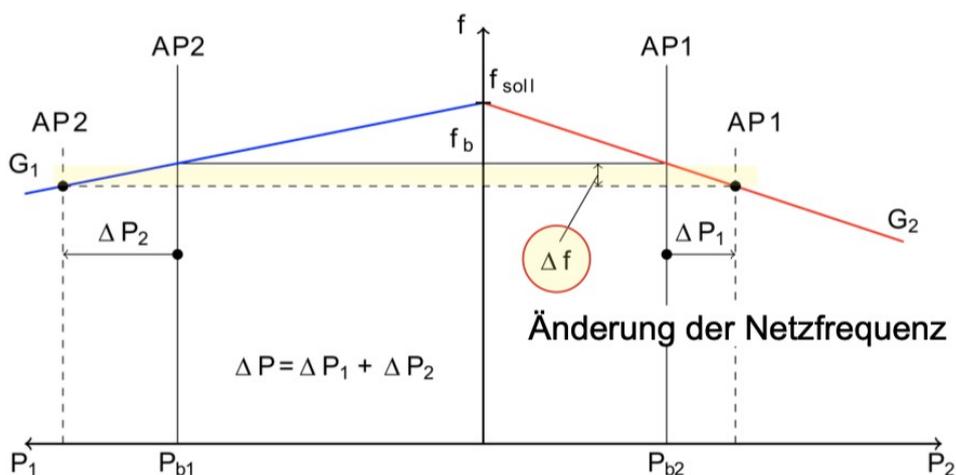
$$\Delta f = - (1/ K_p) \Delta P_p \tag{7.3.3}$$

Frage 7.3.1: Im Netzverbund sei die Leistungskennzahl  $K_p$  gegeben. Es tritt eine Laständerung  $\Delta P_p$  auf. Untersuchen Sie die Aufteilung der Primärregelleistung auf zwei Kraftwerke mit den Leistungszahlen  $K_{p1}$  und  $K_{p2}$ . Welchen Anteil der Laständerung  $\Delta P_{pi}$  nimmt jedes der beiden Kraftwerke auf (wie groß sind also  $\Delta P_{p1}$  und  $\Delta P_{p2}$ )?

**Lösung:** Aus (7.3.3) folgt  $\Delta f$ . Mit den Kennzahlen  $K_{p1}$  und  $K_{p2}$  ergibt sich somit aus (6.1)  $\Delta P_{p1} = - K_{p1} \Delta f$  und  $\Delta P_{p2} = - K_{p2} \Delta f$ .

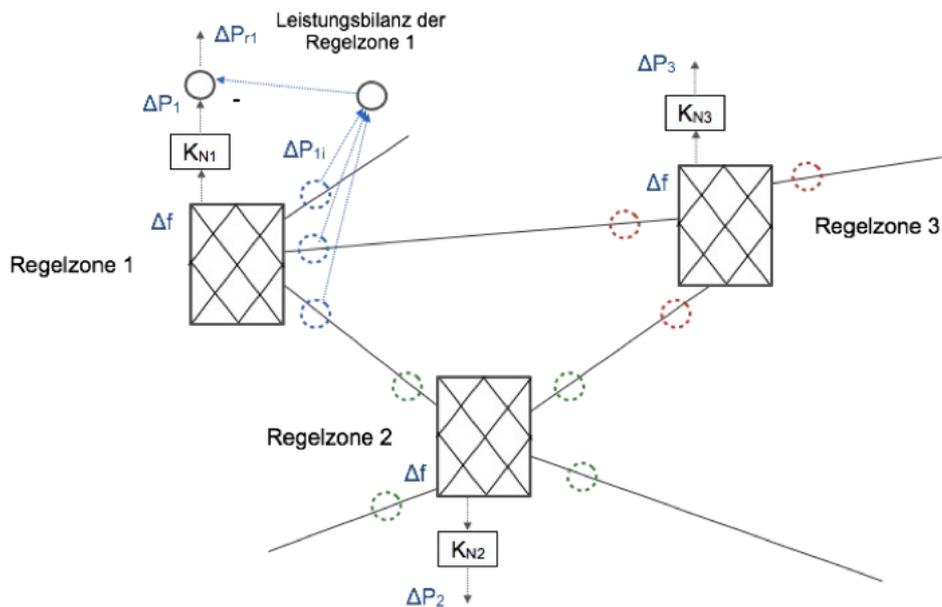
Frage 7.3.2: Stellen Sie das Ergebnis mit Hilfe der Kennlinien  $f(P)$  grafisch dar.

**Lösung:** beispielsweise



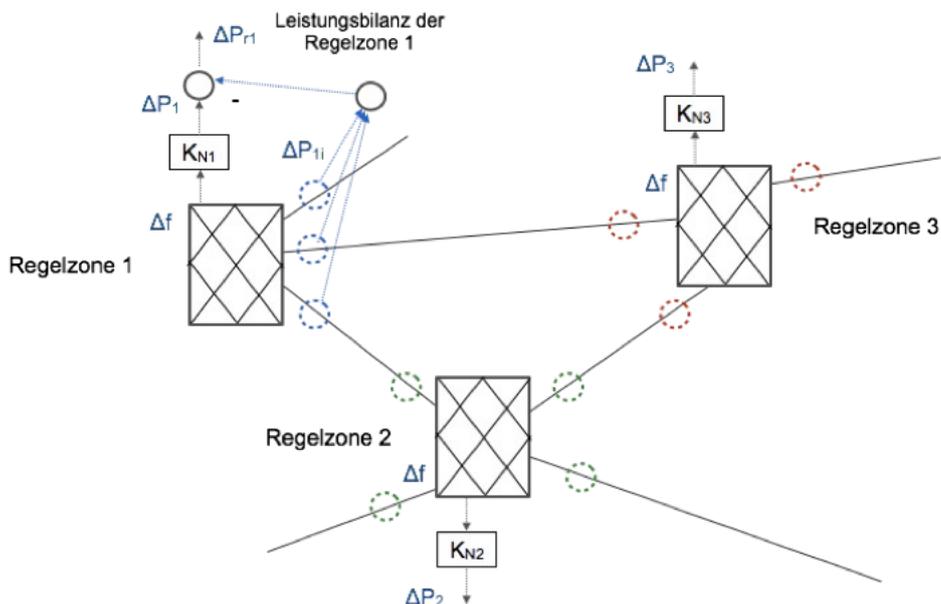
## 7.4. Regelzonen im Verbundnetz

Netze mit den in Aufgabe 7.3 beschriebenen Eigenschaften sollen und als sogenannte Regelzonen im Verbundnetz zusammengefasst werden. Jede Regelzone besitzt nun die summarische Leistungskennzahl  $K_{pNr} = K_{Nr}$ . Diese Leistungskennzahl soll aus den in der jeweiligen Regelzone beteiligten Maschinen gemäß Gleichung (7.3.2) gebildet werden. Der Index N weist auf ein Netz hin, der Index Nr soll die jeweilige Regelzone kennzeichnen. Folgende Abbildung illustriert das Prinzip.



Die Regelzonen sind untereinander sowie mit externen Netzen verbunden. Eine Laständerung bewirkt somit in allen Netzen die Frequenzänderung  $\Delta f$ . Über die Leistungskennzahlen beteiligen sich die Primärregler in den Regelzonen mit den Anteilen  $\Delta P_1$ ,  $\Delta P_2$ , und  $\Delta P_3$ . Der Verbund der Regelzonen reagiert genau so wie der Verbund der beteiligten Generatoren innerhalb der Regelzonen.

Regelabweichungen behandeln die Primärregler somit solidarisch im Kollektiv. Dieses Verhalten ist technisch in Bezug auf die Stabilität des Verbundes wünschenswert, jedoch nicht wirtschaftlich fair. Wenn alle Regelzonen den Plan einhalten, sollte es keine Regelabweichung geben. Hat eine der Regelzonen zu wenig Leistung eingeplant, wird die Differenz von allen Regelzonen getragen.



Somit ist die kollektive Teilung zwar im Sinne der Primärregelung sinnvoll, nicht jedoch für das Ausregeln des neuen Arbeitspunktes durch die Sekundärregelung. Hier sollte die Last der Sekundärregelung der Verursacher der Planabweichung tragen. Durch Messung der Leistungsbilanz an den Grenzen jeder Regelzone lässt sich feststellen, wo eine Abweichung vom Plan vorliegt. Die Summe aller zufließenden und abfließenden Leistungen ergibt die innerhalb der Zone erzeugte bzw. konsumierte Leistung. Diese Leistungsbilanz als Vorgabe für die Verschiebung des Arbeitspunktes durch die Sekundärregler verwenden: Diejenige Zone muss nachregeln, bei der die Planabweichung aufgetreten ist.

..Frage 7.4.1: Die Leistungsbilanz  $\Delta P_{r1}$  der Regelzone 1 lässt sich als Vorgabe für den neuen Arbeitspunkt der Regelzone verwenden (für den Sekundärregler). Ergänzen Sie die Leistungsbilanzen der Regelzonen 2 und 3. Erläutern Sie das Funktionsprinzip.

Frage 7.4.2: Skizzieren Sie die Kennlinien der Regelzonen  $f(P)$ . Nehmen Sie an, dass eine der Regelzonen die Planabweichung verursacht hat. Skizzieren die Funktionsweise der Primärregler und Sekundärregler.

## 7.5. Auswirkungen erneuerbarer Energien im Netz

Mit dem zunehmenden Ausbau erneuerbarer Energien werden weniger konventionelle Kraftwerke benötigt. Somit stehen für die Leistungsregelung weniger Synchrongeneratoren zur Verfügung.

Frage 7.5.1: Welche Konsequenzen ergeben sich hieraus für die Statik der Netze?

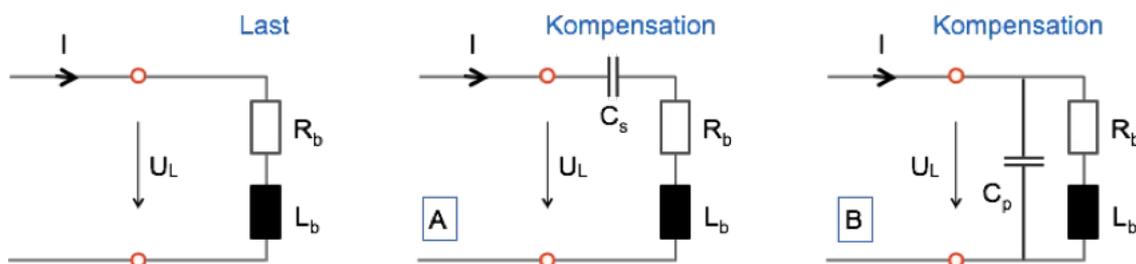
Frage 7.5.2: Welche Möglichkeiten gäbe es, die verbliebenen Kraftwerke bei der Leistungsregelung zu unterstützen?

## 8. Klausuraufgaben

Nachfolgende Aufgaben stammen aus vorausgegangenen Klausuren im Kurs. Gefragt ist methodisches Wissen, d.h. Übung im Lösen der Aufgaben. Faktisches Wissen wird nicht geprüft. Alle Unterlagen sind zur Klausur zugelassen.

### 8.1. Kompensation

Eine motorische Last bestehend aus  $R_b$  und  $L_b$  soll kompensiert werden, so dass gilt  $\cos \phi = 1$ , wie in folgender Abbildung gezeigt. Im Fall A soll hierzu eine Serienkapazität  $C_s$  verwendet werden, im Fall B eine Parallelkapazität  $C_p$ .



Frage 8.1.1: Fall A. Berechnen Sie die Serienkapazität.

Lösung: Imaginärteil  $Z_{ges} = 0$ .  $Z_{ges} = R_b + j(X_L - X_C)$ , wobei  $X_L = \omega L$ ,  $X_C = 1/(\omega C)$ .

Frage 8.1.2: Fall A. Erstellen Sie ein Zeigerdiagramm.

Lösung: siehe Manuskript.

Frage 8.1.3: Fall B. Berechnen Sie die Parallelkapazität.

Lösung: Imaginärteil  $Y_{ges} = 0$ .

$$Y_{ges} = j Y_c + 1/(R + jX_L) = j Y_c + (R - jX_L) / (R^2 + X_L^2)$$

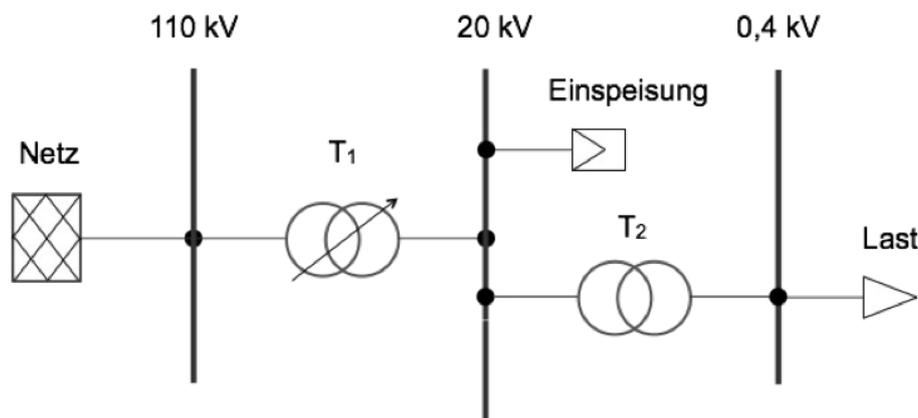
Somit gilt  $Y_c - X_L / (R^2 + X_L^2) = 0$ , wobei  $X_L = \omega L$ ,  $Y_c = \omega C$ .

Frage 8.1.4: Fall B. Erstellen Sie ein Zeigerdiagramm.

Lösung: siehe Manuskript.

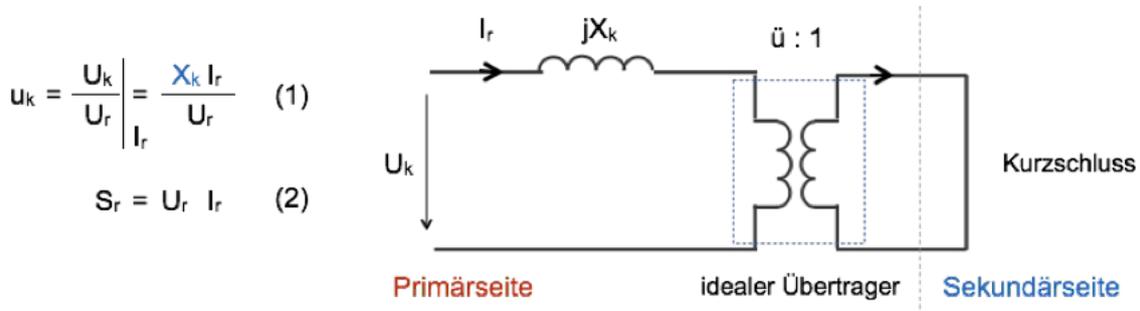
### 8.2. Transformatoren im Netz

Folgende Abbildung zeigt einen Ortsnetztransformator  $T_2$  in einem Netz. Auf dem Typenschild des Transformators  $T_2$  finden sich folgende Angaben: Nennleistung  $S_n = 400$  kVA, Typ: 20kV/0,4kV, relative Kurzschlussspannung  $u_{K\%} = 4\%$ .



Frage 8.2.1: Berechnen Sie das vereinfachte Ersatzschaltbild des Transformators  $T_2$ .

Lösung: Wenn man die Sekundärseite des Transformators kurzschliesst und eingangsseitig die Spannung erhöht, bis der Bemessungsstrom  $I_r$  fließt, hat man die Kurzschlussspannung  $U_k$  erreicht. Aus der Maschengleichung des Transformators ergibt sich dann die Reaktanz  $X_k$  des Transformators.



Erweitert man Gleichung (1) oben mit  $U_r$ , so lässt sich Gleichung (2) einsetzen und hieraus  $X_k$  ermitteln. Bemerkung: In den Gleichungen werden nur die Beträge verwendet.

Numerische Lösung:  $X_k = u_k U_r^2 / S_r = 0,04 (2 \cdot 10^4 \text{ V})^2 / 4 \cdot 10^5 \text{ W} = 40 \Omega$ .

Bemerkung: In einem Drehstromsystem wird man für die Scheinleistung die Gleichung  $S_r = \sqrt{3} U_r I_r$  verwenden, wobei  $U_r$  den Betrag der verketteten Spannung bezeichnet.

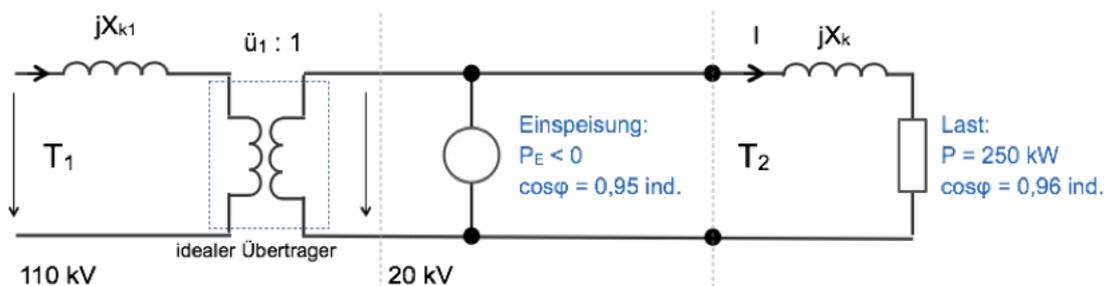
Frage 8.2.2: An der Niederspannungsseite von  $T_2$  ist eine Last mit folgenden Eigenschaften angeschlossen: (1) 200 Haushalte mit einer mittleren Leistung von jeweils  $P_1$  einzeln = 0,5 kW, (2) Handel und Gewerbe mit einer Last von insgesamt  $P_2 = 150$  kW mit  $\cos\phi = 0,9$  induktiv. Wie groß ist die Last insgesamt (Scheinleistung, Wirkleistung, Blindleistung,  $\cos\phi_{\text{ges}}$ )?

Lösung: (1) Haushalte insgesamt:  $P_1=100$  kW, (2) Handel und Gewerbe:  $P_2=150$  kW und  $Q_2 = 73$  kVar, (3) Leistung insgesamt:  $P = 250$  kW,  $Q = 73$  kVar, Scheinleistung 260 kVA,  $\cos\phi_{\text{ges}} = 0,96$  ind.

Frage 8.2.3: Transformieren Sie die Last an  $T_2$  auf die Oberspannungsseite von  $T_2$  (d.h. auf die Mittelspannungsebene 20 kV). Welche Last ist nun insgesamt an  $T_1$  angeschlossen? Skizzieren Sie ein Ersatzschaltbild. Hinweis: Die Einspeisung kann mit Hilfe der Leistung  $P_E$  und  $\cos\phi_E$  nachgebildet werden.

Lösung: Eine Lastimpedanz  $Z_L$  wäre von der Sekundärseite von  $T_2$  wie folgt zu transformieren:  $Z'_L = \ddot{u}^2 Z_L$ . Hierbei bezeichnet  $\ddot{u}$  das Übersetzungsverhältnis des Transformators (hier: 20kV/0,4kV).

Da die Last hier als Leistung gegeben war, ist der Umweg über eine Ersatzimpedanz nicht nötig. Die Leistung wird durch das Übersetzungsverhältnis nicht verändert und kann unmittelbar auf der Primärseite angesiedelt werden. Zusammen mit der Einspeisung ergibt sich folgendes Ersatzschaltbild.



Frage 8.2.4:  $T_2$  ist auf ein festes Übersetzungsverhältnis eingestellt. Die Spannungshaltung auf der Niederspannungsebene 0,4 kV muss also durch  $T_1$  geschehen. Welche Schwierigkeiten erge-

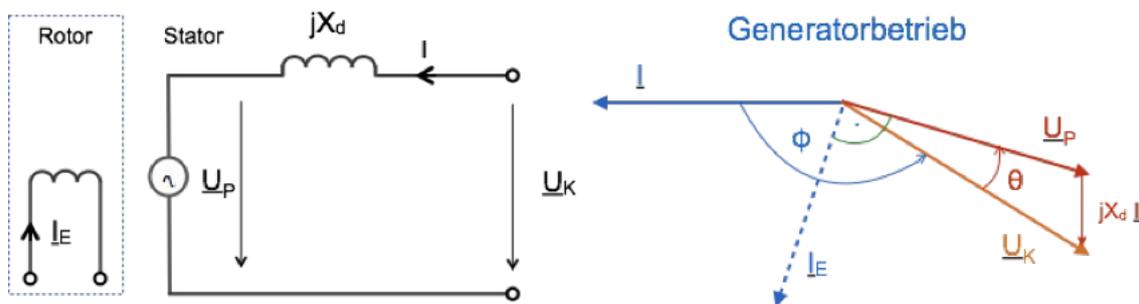
ben sich hierfür im dargestellten Netz? Wie liesse sich eine Verbesserung erzielen? Begründen Sie Ihre Aussage.

Lösung: .Spannungseinbußen auf der Unterspannungsseite (0,4 kV) gibt  $T_2$  über das fest eingestellte Übersetzungsverhältnis an die Oberspannungsseite (20 kV) weiter. An der Sammelschiene dort laufen außer  $T_2$  weitere Netzstationen bzw. Lasten zusammen. Sofern alle dort angeschlossen Verbraucher ein ähnliches Lastverhalten zeigen wie  $T_2$ , wird die Mittelspannung 20 kV ebenfalls nachgeben und  $T_1$  kann die Spannung per Regelung seines Übersetzungsverhältnisses anheben.

Wenn die Verbraucher kein ähnliches Lastverhalten zeigen, ist eine Korrektur durch  $T_1$  nicht möglich. Das ist speziell im dargestellten Fall so: Parallel zu  $T_2$  ist eine Einspeisung angeschlossen, die die Mittelspannung nicht belastet, sondern im Gegenteil stützt bzw. anhebt.  $T_1$  kann so nicht auf die Niederspannungsebene hinter  $T_2$  wirken. Eine Verbesserung liesse sich erzielen durch Verringerung der Netzimpedanzen im Niederspannungsnetz von  $T_2$  (mehr Kupfer), bzw. durch Ausführung von  $T_2$  als regelbaren Transformator. In letzter Fall kann sich  $T_2$  bei Spannungsproblemen selbst behelfen.

### 8.3. Synchrongenerator

Für eine Synchronmaschine mit der in der Abbildung gezeigten Ersatzschaltung ergibt sich im Generatorbetrieb folgendes Zeigerdiagramm.



Hierbei bezeichnen  $I_E$  den Erregerstrom,  $\underline{U}_P$  die Polradspannung,  $I$  den Statorstrom und  $\underline{U}_K$  die Klemmenspannung am Stator. Aus dem Ersatzschaltbild ergibt sich die Gleichung  $\underline{U}_K = \underline{U}_P + jX_d I$ . Im Zeigerdiagramm ist zusätzlich der Erregerstrom  $I_E$  dargestellt.

Frage 8.3.1: (1) Erläuterungen Sie das Ersatzschaltbild und das Zeigerdiagramm. (2) Verhält sich die Maschine induktiv oder kapazitiv? (3) Welche Bedeutung hat der Polradwinkel  $\theta$ ? (4) Wie verhält sich die Maschine im Leerlauf? (5) Wie verhält sich die Maschine, wenn sie im durch das Zeigerdiagramm gegebenen Arbeitspunkt mit konstanten Antriebsmoment betrieben wird, die Last aber sinkt?

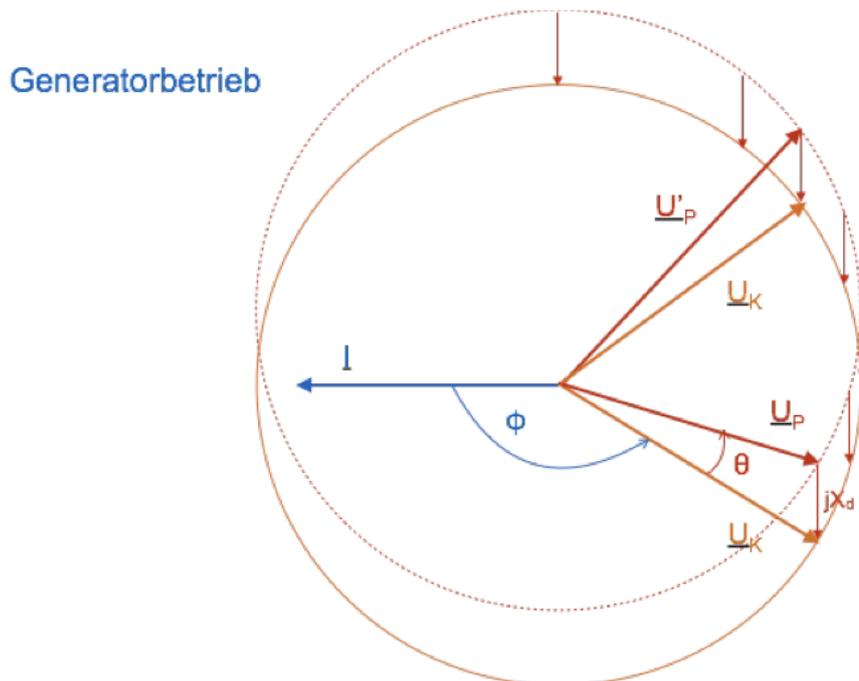
Lösung: siehe Vorlesungsmanuskript, Abschnitt 6.

Frage 8.3.2: Durch Erhöhung des Erregerstromes  $I_E$  lässt sich die Polradspannung  $\underline{U}_P$  erhöhen. Welche Änderung ergibt sich hierfür im Zeigerdiagramm, wenn der Betrag der Klemmenspannung  $\underline{U}_K$  unverändert bleibt (und somit einen Kreis um den den Koordinatenursprung beschreibt)? Skizzieren Sie ein Zeigerdiagramm für den übererregten Betrieb. Erläutern Sie Ihr Diagramm stichwortartig. Wie verhält sich der Generator im Leerlauf? Kann die Maschine in diesem Betriebszustand zur Lieferung kapazitiver bzw. induktiver Blindleistung eingesetzt werden? Ist für einen solchen Einsatz eine Turbine erforderlich?

Lösung: Wegen der Maschengleichung  $\underline{U}_K = \underline{U}_P + jX_d I$  kann die Polradspannung nur wachsen, wenn sich die Phasenlage  $\phi$  verändert. Im übererregten Betrieb verhält sich die Maschine kapazitiv. Siehe auch Übungen zur Vorlesung und Zeigerdiagramm unten.

Leerlaufbetrieb: Polradwinkel  $\theta = 0$ . Je nach Erregerstrom liefert die Maschine kapazitive oder induktive Blindleistung (siehe Zeigerdiagramm). Ein Antrieb (eine Turbine) ist hierfür nicht erforderlich.

Zeigerdiagramm:



Frage 8.3.3: Im Zeigerdiagramm ist zusätzlich der Erregerstrom  $I_E$  dargestellt. Die Erregerwicklung wird mit Gleichspannung betrieben, der Erregerstrom ist somit konstant. Wie kann es sein, dass der Erregerstrom sich dennoch im Zeigerdiagramm findet und dort stets in einem rechten Winkel zur Polradspannung?

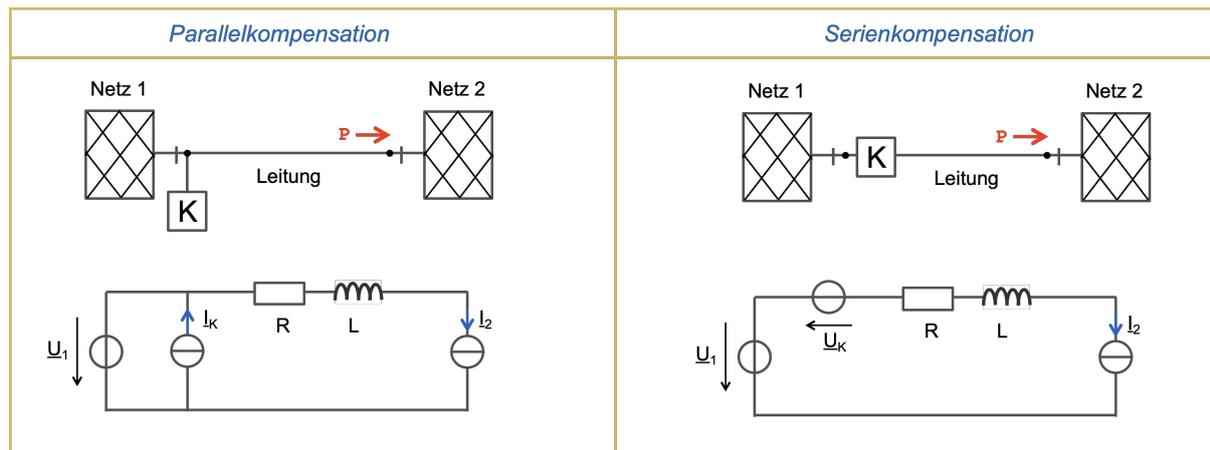
Lösung: Die Polradspannung wird durch die Drehung des Rotors mit Hilfe der hierdurch bedingten periodischen Änderung des magnetischen Flusses durch die Statorwicklungen induziert. Wegen der Drehung des Rotors kann  $I_E$  als Zeiger dargestellt werden. Der rechte Winkel zur Polradspannung ergibt sich durch das Induktionsgesetz (die induzierte Spannung ist proportional zur Flussänderung).

Frage 8.3.4: Da Synchrongeneratoren keinen Schlupf vertragen, muss nach dem Anlauf des Generators bei der Zuschaltung ans Netz auf Synchronität geachtet werden. Welche physikalischen Größen müssen zum Zeitpunkt der Zuschaltung des Generators zwischen Generator und Netz übereinstimmen?

Lösung: (1) Der Betrag der Spannung  $U_K$ , (2) die Frequenz der Spannung (abhängig von der Drehzahl), (3) die Phasenlage, (4) die Phasenfolge des Generators.

## 8.4. Serien- und Parallelkompensation

Eine Übertragungsleitung zwischen zwei Netzen (bzw. Netzabschnitten) kumuliert unter Last Blindleistung, die durch eine Kompensationsanlage am Leitungsende bereit gestellt werden soll. Hierdurch muss keine Blindleistung aus Netz 1 bezogen werden. Folgende Abbildung zeigt die Anordnung für zwei Realisierungsvarianten zusammen mit dem elektrischen Ersatzschaltbild.

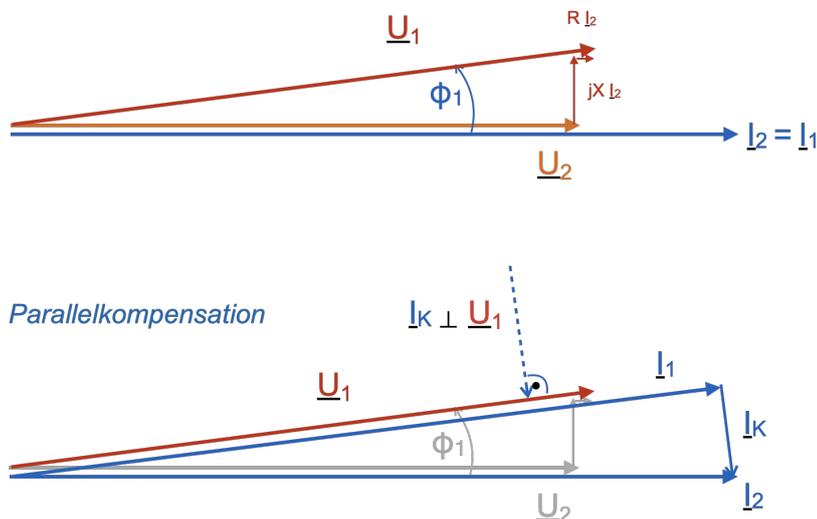


Frage 8.4.1: Übertragungsleitung. Die Übertragungsleitung besitzt im Betrieb einen Widerstand  $R$  und eine Reaktanz  $X = \omega L$ , wobei das Verhältnis  $X/R = 10$  beträgt. Welche Blindleistung kumuliert die Leitung mit dem Laststrom  $I_2$ ? Welche Konsequenz ergibt sich hieraus für die Kompensationsanlage?

Lösung: Blindleistung  $Q = I_2^2 X$ , die Blindleistung wächst quadratisch mit dem Laststrom. Somit muss die Blindleistung durch die Kompensationsanlage mit dem Laststrom variabel nachgeführt werden.

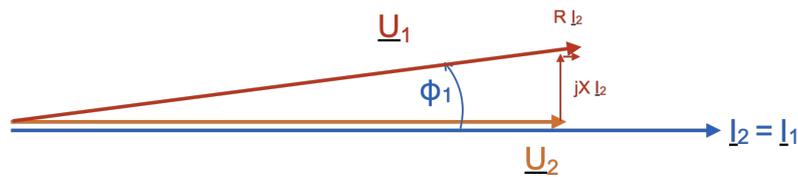
Frage 8.4.2: Parallelkompensation. Skizzieren Sie das Zeigerdiagramm und erläutern Sie hiermit die Wirkungsweise der Kompensationsanlage.

Lösung: Der Kompensationsstrom  $I_k$  ist bezogen auf die Eingangsspannung  $U_1$  ein Blindstrom, d.h.  $I_k \perp U_1$ . Auf diese Weise arbeitet die Kompensationsanlage rein reaktiv.

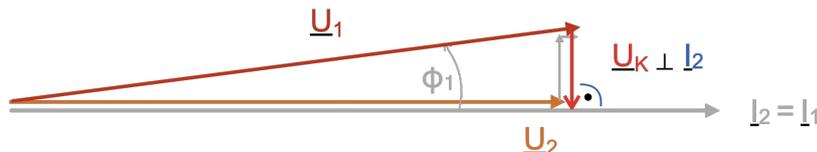


Frage 8.4.3: Serienkompensation. Skizzieren Sie das Zeigerdiagramm und erläutern Sie hiermit die Wirkungsweise der Kompensationsanlage.

Lösung: Die Kompensationsspannung  $U_k$  ist bezogen auf die Leitungsstrom  $I_2$  orthogonal, d.h.  $U_k \perp I_2$ . Auf diese Weise arbeitet die Kompensationsanlage rein reaktiv.



### Serienkompensation



Frage 8.4.4: Physikalische Realisierung. Die Kompensationsanlage kann durch eine leistungselektronische Anlage realisiert werden, die einen Strom bzw. eine Spannung nach den geforderten Kriterien (orthogonal zur Eingangsspannung bzw. zum Leitungsstrom) bereit stellt. Frage: Käme auch eine parallel bzw. serielle Kapazität hierfür in Frage? Erläutern Sie das Funktionsprinzip mit einer solchen Realisierung.

Lösung: Bei einer Kapazität  $C$  gilt die Beziehung  $\underline{U}_k = -j X_C \underline{I}$ , wobei  $X_C = 1/\omega C$ . Für eine Parallelkompensation ergibt sich somit die geforderte Orientierung des Blindstroms bezogen auf die Eingangsspannung. Bei einer Serienkompensation ergibt sich die geforderte Orientierung der Serienspannung in Bezug auf den Leistungsstrom.

Somit funktioniert die Kompensationsanlage wie eine parallele bzw. serielle Kapazität, wobei diese jedoch beispielsweise in Stufen schaltbar sein müsste, um die Reaktanz an den variablen Blindleistungsbedarf anzupassen.

## 8.5. Motorbetrieb einer Synchronmaschine

Für eine Synchronmaschine mit folgender Ersatzschaltung ergibt sich das rechts in der Abbildung gezeigte Zeigerdiagramm.



Hierbei bezeichnen  $I_E$  den Erregerstrom,  $\underline{U}_P$  die Polradspannung,  $\underline{I}$  den Statorstrom und  $\underline{U}_K$  die Klemmenspannung am Stator. Aus dem Ersatzschaltbild ergibt sich die Gleichung  $\underline{U}_K = \underline{U}_P + jX_d \underline{I}$ .

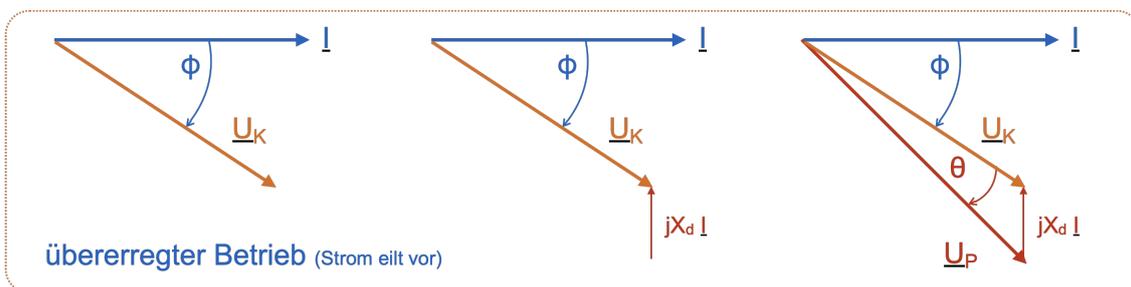
Frage 8.5.1: Erläutern Sie die Funktionsweise der Synchronmaschine im Motorbetrieb. Hinweis: Verwenden Sie die Begriffe Statorwicklung, Erregerstrom, Rotor, Drehfeld, Drehzahl, Lastmoment.

Frage 8.5.2: (1) Erläutern Sie das Ersatzschaltbild und das Zeigerdiagramm. (2) Verhält sich die Maschine induktiv oder kapazitiv? (3) Welche Bedeutung hat der Polradwinkel  $\theta$ ? (4) Wie verhält sich die Maschine, wenn im gegebenen Arbeitspunkt das Lastmoment sinkt? (5) Wie verhält sich die Maschine im Leerlauf?

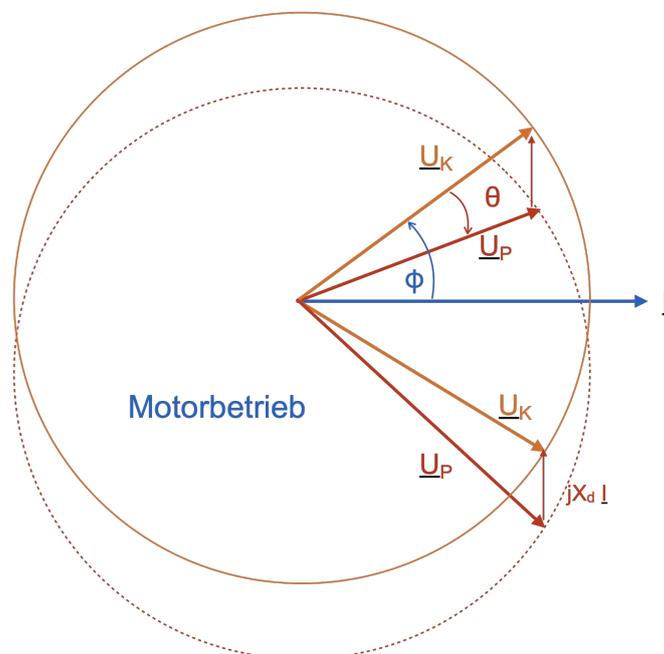
Lösung: siehe Vorlesungsmanuskript. Im Motorbetrieb treibt die Klemmenspannung die Polradspannung (= induzierte Spannung), d.h. der Rotor folgt dem Drehfeld. Der Polradwinkel in der gezeigten Orientierung ist somit negativ. Mit sinkender Last reduziert sich der Polradwinkel (bis Null). Im Zeigerdiagramm oben induktives Verhalten (Strom eilt nach).

Frage 8.5.3: Durch Erhöhung des Erregerstromes  $I_E$  lässt sich die Polradspannung  $\underline{U}_P$  erhöhen. Welche Änderung ergibt sich hierfür im Zeigerdiagramm, wenn der Betrag der Klemmenspannung  $\underline{U}_K$  unverändert bleibt (und somit einen Kreis um den Koordinatenursprung beschreibt)? Skizzieren Sie ein Zeigerdiagramm für den übererregten Betrieb (Strom eilt vor). Erläutern Sie Ihr Diagramm stichwortartig. Wie verhält sich die Maschine im Leerlauf? Kann die Maschine in diesem Betriebszustand zur Lieferung Aufnahme bzw. Abgabe von Blindleistung eingesetzt werden?

Lösung: Maschenregel:  $\underline{U}_K = \underline{U}_X + \underline{U}_P \Rightarrow \underline{U}_P = \underline{U}_K - \underline{U}_X$



Wegen der Maschengleichung  $\underline{U}_K = \underline{U}_P + jX_d I$  kann die Polradspannung nur wachsen, wenn sich die Phasenlage  $\phi$  verändert. Im übererregten Betrieb verhält sich die Maschine kapazitiv. Siehe auch folgende Abbildung.



Frage 8.5.4: Dem eingangs gezeigten Zeigerdiagramm kann man entnehmen, dass sich das Drehmoment  $M$  der Maschine in Abhängigkeit des Polradwinkels  $\theta$  wie folgt verhält:

$$M(\theta) = (3U_K U_P / (\omega X_d)) \sin(\theta)$$

Skizzieren Sie die Kennlinie  $M(\theta)$  über einem Bereich von  $\theta = -180$  Grad (bzw.  $-\pi$ ) bis  $+180$  Grad (bzw.  $\pi$ ). An welcher Stelle findet sich das Kippmoment im Motorbetrieb? Was geschieht, wenn Sie die Maschine über dieses Moment hinaus belasten? Wie können Sie einen solchen Betriebszustand vermeiden? Worin unterscheidet sich der Generatorbetrieb?

Lösung: In vereinfachter Form gilt  $M(\theta) = M_0 \sin(\theta)$ . Es ergibt sich ein sinusförmiger Verlauf für das Moment  $M(\theta)$  über dem Polradwinkel  $\theta$ . Zwischen  $-\pi/2 < \theta < +\pi/2$  ist die Maschine stabil.  $M_0$  := Kippmoment.

Betriebsarten: (1) Motorbetrieb:  $P = M \omega > 0$  (Verbraucherzählpeilsystem; es wird Leistung aufgenommen). Somit bei positiver Drehzahl im Bereich  $M > 0$  mit  $0 < \theta < +\pi/2$

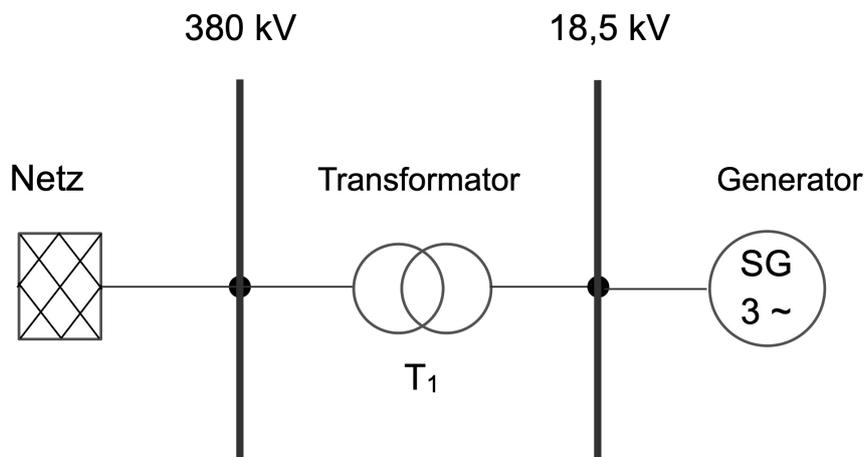
(2) Generatorbetrieb:  $P = M \omega < 0$  (Verbraucherzählpeilsystem; es wird Leistung abgegeben). Somit bei positiver Drehzahl im Bereich  $M < 0$  mit  $-\pi/2 < \theta < 0$

## 8.6. Maschinentransformator

Der Maschinentransformator  $T_1$  stellt die Verbindung eines Kraftwerksgenerators zum Netz her, wie in folgende Abbildung gezeigt.

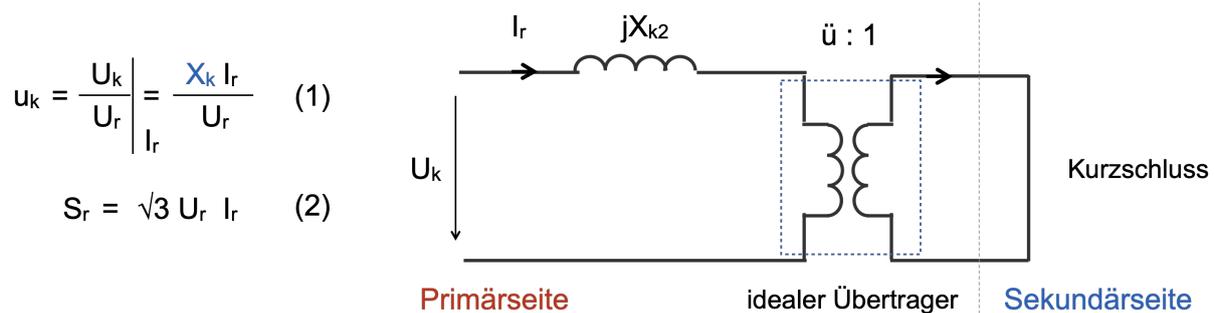
Auf dem Typenschild eines Maschinentransformators  $T_1$  finden sich folgende Angaben:

- Bemessungsscheinleistung:  $S_r = 590$  MVA
- Spannungen: 380 kV/ 18,5 kV
- Kurzschlussspannung: 10%.



Frage 8.6.1: Berechnen Sie die vereinfachte Ersatzschaltung des Transformators  $T_1$ . Skizzieren Sie das Ersatzschaltbild. Welche Werte besitzen die Komponenten der Ersatzschaltung auf der Oberspannungsseite?

Lösung: Durch Einsetzen von (2) in (1) und Auflösen nach  $X_K$ , siehe Abbildung unten.



Der Strom  $I_{r1}$  auf der Oberspannungsseite berechnet sich aus (2) zu  $I_{r1} = S_r / (U_{r1}\sqrt{3}) = 0,9 \text{ kA}$ . Hieraus ergibt sich die Kurzschlussreaktanz (bzw. Streureaktanz)  $X_{k1} = 42,4 \text{ Ohm}$ .

Frage 8.6.2: Zum aktuellen Zeitpunkt wird über den Transformator  $T_1$  ins Netz eine Leistung von  $P_1 = 200 \text{ MW}$  bei einem Leistungsfaktor  $\cos\phi_1 = 0,95$  (induktiv) eingespeist. (1) Welche Wirkleistung wird generatorseitig entnommen? (2) Skizzieren Sie die Ersatzschaltung aus Netz und Transformator am Anschlusspunkt des Generators. Ersetzen Sie die Last (= entnommene Leistung) hierbei durch eine Lastimpedanz. (3) Geben Sie die Größen der Ersatzschaltung für Transformator und für die Last an. (4) Welcher Leistungsfaktor ergibt sich an der Anschlussklemme des Generators?

Lösung: (1)  $P_1 = P_2 = 200 \text{ MW}$ . (2) Skizze: siehe Skript (Impedanztransformation  $Z_2 = (1/\dot{u}^2) Z_1$ ).

(3a) Transformator: Aus der Impedanztransformation folgt für die Kurzschlussreaktanz von  $T_1$ :  $X_{k2} = (1/\dot{u}^2) X_{k1} = 0,1 \text{ Ohm}$ .

(3b) Last: Aus der Vorgabe  $P_2 = 200 \text{ MW}$  mit  $\cos\phi_2 = 0,95$  berechnet sich die Scheinleistung  $S_2 = P_2 / \cos\phi_2 = 0,9$  und die Blindleistung  $Q_2 = \sqrt{(S_2^2 - P_2^2)}$ . Eine Alternative zur Berechnung der Blindleistung wäre  $Q_2 = S_2 \sin\phi_2 = P_2 \tan\phi_2$  (wobei sich  $\phi_2$  aus  $\cos\phi_2$  berechnet).

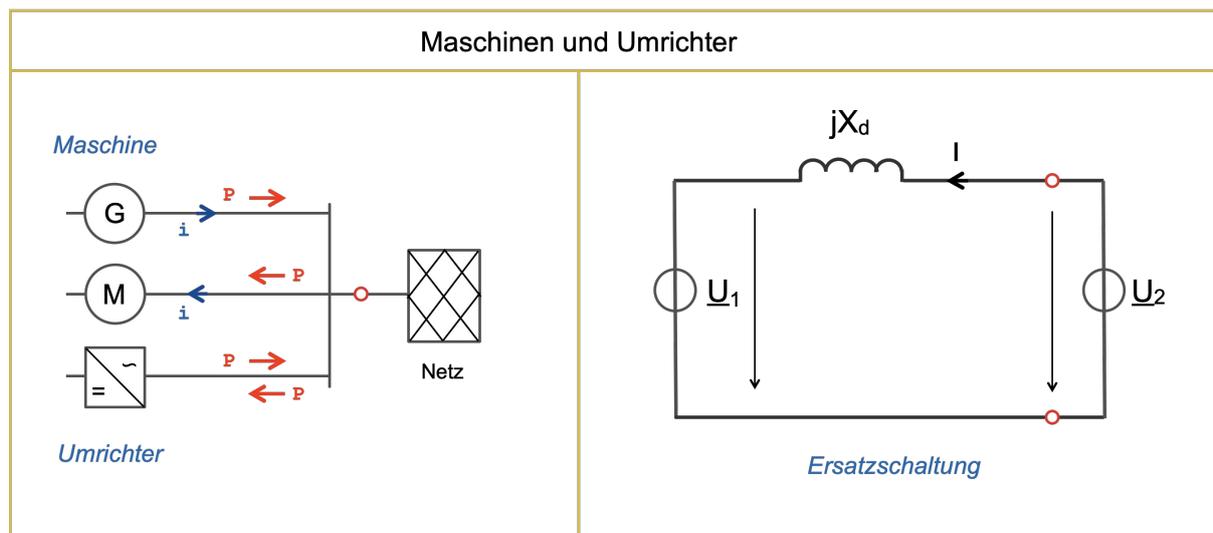
Die Ersatzimpedanz berechnet sich aus  $P_2$  und  $Q_2$ :  $R = P_2 / U_{r2}^2$  und  $X_2 = Q_2 / U_{r2}^2$ . Es ergeben sich folgende Werte:  $Q_2 = 65,7 \text{ MVar}$ ,  $X_{k2} = 0,19 \text{ Ohm}$ ;  $R_2 = 0,58 \text{ Ohm}$ .

(4) Den Leistungsfaktor an der Anschlussklemme des Generators erhält man aus:  $\tan\phi_{\text{ges}} = (X_2 + X'_{k2}) / R'_2 = (42,4 + 80) / 244 = 0,5$ . Hieraus ergibt sich  $\cos\phi_{\text{ges}} = 0,89$ .

Mit  $X' = \dot{u}^2 X$  und  $R' = \dot{u}^2 R$  sind die mit dem Übersetzungsverhältnis transformierten Impedanzen bezeichnet.

## 8.7. Maschinen und Umrichter

Synchronmaschinen und Umrichter am Netz lassen sich mit Hilfe folgender Ersatzschaltung beschreiben.



Hierbei bezeichnen  $\underline{U}_1$  die Polradspannung bzw. Umrichterspannung,  $I$  den Strom (Statorstrom bei der Maschine) und  $\underline{U}_2$  die Klemmenspannung am Anschaltplatz ans Netz. Aus dem Ersatzschaltbild ergibt sich die Gleichung  $\underline{U}_2 = \underline{U}_1 + jX_d I$ .

Frage 8.7.1: Einfluss der Phase. Der Betrag der Polradspannung  $\underline{U}_1$  (bzw. Umrichterspannung) sei gleich dem Betrag der Netzspannung  $\underline{U}_2$ . Welchen Einfluss hat eine Phasenverschiebung  $\delta$  (= Polradwinkel bei der Maschine) zwischen der Polradspannung (bzw. Umrichterspannung) und der Netzspannung? Welcher Lastfluss stellt sich ein (Leistungsaufnahme bzw. Leistungsabgabe). Skizzieren Sie ein Zeigerdiagramm und erläutern Sie das Funktionsprinzip.

Lösung: Zeigerdiagramm siehe Lösung zur folgenden Aufgabe.

Abhängig von der Phasenverschiebung  $\delta$  zwischen den Spannungen stellt sich ein positiver oder negativer Lastfluss ein. Im Verbraucherzählpeilsystem wird mit  $P > 0$  Leistung aufgenommen. Das ist dann der Fall, wenn die Maschine (bzw. der Umrichter) hinter dem Netz läuft. Bei der Synchronmaschine wird in dieser Betriebsart der Rotor vom Netz gezogen, die Maschine ist im Motorbetrieb.

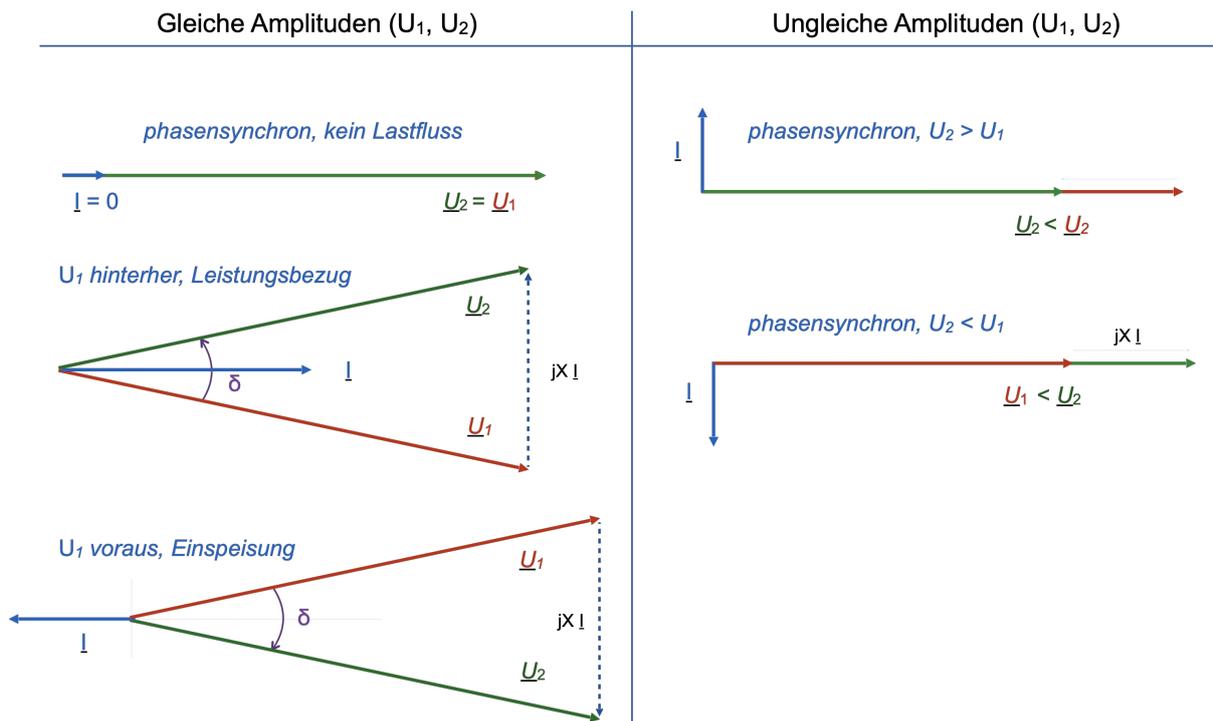
Eilt die Polradspannung (bzw. Umrichterspannung) dem Netz voraus, erfolgt der Lastfluss ins Netz. Die Stromrichtung dreht sich (in Bezug auf die Zählpeile in der Ersatzschaltung) um. Eine Maschine ist in dieser Betriebsart im Generatorbetrieb.

Grund für den Einfluss der Spannungsphase auf den Wirkstrom bzw. die Wirkleistung ist die Kopplung mit Hilfe der Serienreaktanz  $X_d$ . Das Funktionsprinzip folgt der Maschengleichung aus der Aufgabenstellung.

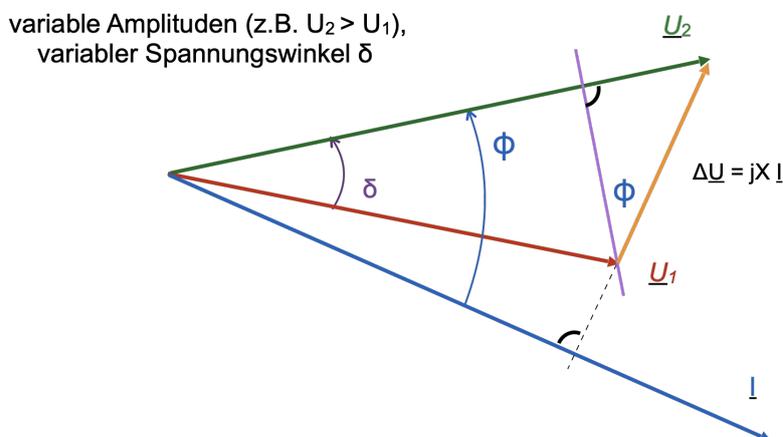
Frage 8.7.2: Einfluss der Amplitude. Polradspannung  $\underline{U}_1$  (bzw. Umrichterspannung) und Netzspannung  $\underline{U}_2$  seien phasensynchron, d.h.  $\delta = 0$ . Der Betrag der Polradspannung (bzw. Umrichterspannung)  $\underline{U}_1$  wird so manipuliert, dass dieser größer oder kleiner als die Netzspannung  $\underline{U}_2$  wird. Welcher Konsequenzen ergeben sich? Skizzieren Sie ein Zeigerdiagramm und erläutern Sie das Funktionsprinzip.

Lösung: Zeigerdiagramm siehe weiter unten.

Das Spannungsgefälle baut sich nach der Maschenregel wiederum an der Serieninduktivität ab. Der Strom hierbei ist bezogen auf die Spannung ein Blindstrom, d.h. von der Maschine (bzw. vom Umrichter) wird entweder Blindleistung aufgenommen, oder Blindleistung abgegeben.



Frage 8.7.3: Spannungswinkel und Stromwinkel. Die Schaltung wird nun mit variabler Amplitude  $\underline{U}_1$  und variablem Spannungswinkel  $\delta$  (in Bezug auf die Klemmenspannung  $\underline{U}_2$ ) betrieben. Es ergibt sich das in folgender Abbildung dargestellte Zeigerdiagramm.



Für die Beziehung zwischen Stromwinkel  $\phi$  und Spannungswinkel  $\delta$  ermittelt man aus dem Zeigerdiagramm folgenden Zusammenhang:

$$U_1 \sin(\delta) = X I \cos(\phi) = X I_d \quad \text{mit } I_d \text{ Wirkanteil des Stroms}$$

Welcher Zusammenhang ergibt sich hieraus für die Leistung  $P_1$ ? Hinweis: verwenden Sie für die Leistung den Ansatz  $P_1 = U_1 I \cos(\phi) = U_1 I_d$  und ermitteln Sie aus der Gleichung oben die Abhängigkeit vom Spannungswinkel  $\delta$ , gerne auch mit Hilfe einer Skizze für  $P_1(\delta)$ . Welche Konsequenzen für den Betrieb ergeben sich hieraus?

**Lösung:** Man erhält eine Abhängigkeit der Wirkleistung vom Spannungswinkel  $\delta$ :

$$P_1(\delta) = U_1 I \cos(\phi) = \frac{U_1^2}{X} \sin(\delta)$$

Interpretation:

- Der Wirkstromanteil und somit die Leistung sind proportional zum Spannungswinkel. Bei positivem Spannungswinkel ( $\underline{U}_1$  läuft hinter dem Netz  $\underline{U}_2$ ) wird Wirkleistung aufgenommen; bei negativem Spannungswinkel ( $\underline{U}_1$  läuft vor dem Netz  $\underline{U}_2$ ) wird Leistung abgegeben.
- Ein Kippunkt ist im Leistungsmaximum  $U_1^2/X$  erreicht.
- Wegen der Strombegrenzung durch die Serienreaktanz  $X$  ist die Leistung umgekehrt proportional zu dieser.

Frage 8.7.4: Stellgrößen für Maschinen und Umrichter. Wie lassen sich bei einer Synchronmaschine bzw. bei einem Umrichter Wirkleistung und Blindleistung einstellen? Wie werden die Stellgrößen für eine Synchronmaschine beeinflusst, wie bei einem Umrichter? Begründen Sie Ihre Aussagen.

Lösung:

- Wirkleistung: Stellgröße ist der Spannungswinkel  $\delta$ . Dieser resultiert in einem Wirkstrom. Die Richtung des Lastflusses ergibt sich aus dem Vorzeichen des Spannungswinkels.
- Blindleistung: Stellgröße ist die Spannungsamplitude  $|\underline{U}_1|$ . Ist diese größer oder kleiner als die Amplitude der Netzspannung  $|\underline{U}_2|$  an den Klemmen am Anschaltplatz, so ergibt sich ein Blindstrom und somit eine Blindleistung mit positivem bzw. negativem Vorzeichen.
- Stellgrößen bei der Synchronmaschine: Die Spannungsamplitude lässt sich über den Erregerstromkreis einstellen; der Spannungswinkel (= Polradwinkel) über die Turbinenleistung. Das Leistungsgleichgewicht lässt sich über einen Drehzahlregler für die Turbine herstellen. Eine Pufferung findet über die kinetische Energie der rotierenden Masse von Rotor und Turbinenschaufel statt.
- Stellgrößen beim Umrichter: Spannungsamplitude und Spannungswinkel werden aus einem Referenzsignal abgeleitet, dem der Umrichter folgt. Blindleistung kann hierbei aus dem DC-Zwischenkreis bezogen bzw. abgegeben werden. Aufgenommene Wirkleistung muss aus dem DC-Zwischenkreis abgeführt werden; abgegebene Wirkleistung muss dem DC-Zwischenkreis zugeführt werden. Das Leistungsgleichgewicht lässt sich über einen Regler der Zwischenkreisspannung aus einem Energiespeicher herstellen. Eine Pufferung findet über den Zwischenkreiskapazität statt.

## 8.8. ...

...

Frage 8.8.1:

Lösung: ...

Frage 8.8.2:

Lösung: ...

Frage 8.8.3:

Lösung: ...

Frage 8.8.4:

Lösung: ...

...

## Englisch - Deutsch

Active power	Wirkleistung
Apparent power	Scheinleistung
Capacitor	Kapazität
Circuit breaker	Leistungsschalter
Current source converter	Umrichter mit Stromzwischenkreis
Line voltage	Leiter-zu-Leiter Spannung (Effektivwert)
HVDC (High Voltage DC)	HGÜ (Hochspannungsgleichstromübertragung)
Inductor	Induktivität
Nominal power	Nennleistung
Nominal voltage	Nennspannung
Peak value	Spitzenwert
Phase voltage	Leiter-zu-Nullleiter Spannung (Effektivwert)
PLL (Phase Locked Loop)	Phasenregelkreis
Power Converter	Leistungsumrichter
Reactive power	Blindleistung
Rectifier	Gleichrichter
Resistor	Widerstand
RMS Value	Effektivwert
Statcom	Static Synchronous Compensator, Kompensationsanlage
THD (Total harmonic distortion)	Klirrfaktor, Verzerrungsgehalt bzw. Oberschwingungsgehalt
Transformer	Transformator
Transmission	Übertragung
UPFC	Unified Power Flow Controller, Lastflussregler
VCO (Voltage controlled oscillator)	spannungsgesteuerter Oszillator
Voltage source	Spannungsquelle
Voltage source converter	Umrichter mit Spannungszwischenkreis
...	
...	

## Abkürzungen

AC	Alternating Current, Wechselstrom
DC	Direct Current, Gleichstrom
$T = 1/f$	Schwingungsdauer, Periodendauer [s]
$f = 1/T$	Frequenz, Anzahl der Schwingungen pro Zeiteinheit [1/s]
$\omega = 2\pi f = 2\pi/T$	Kreisfrequenz, Winkelgeschwindigkeit der Kreisbewegung [1/s]
E	Energie [Joule, J, Nm, Ws, $\text{kg m}^2/\text{s}^2$ ] potentielle Energie $E_p = 1/2 k y^2$ , kinetische Energie, Translation $E_k = 1/2 m v^2$ , kinetische Energie, Rotation $E_r = 1/2 J \omega^2$ , Energie elektrisches Feld $E_C = 1/2 C U^2$ , Energie magnetisches Feld $E_L = 1/2 L I^2$
RMS	Root mean square (Effektivwert)
Z	komplexer Widerstand (Impedanz, impedance)
R	Wirkwiderstand (resistance)
X	Blindwiderstand (Reaktanz, reactance)
Y	komplexer Leitwert (Admittanz, admittance)
G	Wirkleitwert (conductance)
B	Blindleitwert (susceptance)
S	Scheinleistung (apparent power, in VA = Volt Ampere)
P	Wirkleistung (power, in Watt)
Q	Blindleistung (reactive power, in Var = Volt ampere reactive)
A	Ampere
deg	degrees (Phasenwinkel in Grad)
kV	Kilo Volt (1000V)
kVA	Kilo Volt Ampere (Scheinleistung S, zur Unterscheidung von kW = Wirkleistung))
kVar	Kilo Volt Ampere reactive (Blindleistung, Q)
HS	Hochspannung
MS	Mittelspannung
NS	Niederspannung
p.u.	per unit (auf Nennwert und physikalische Einheit normierte Größe)
PV	Photovoltaik
$U_{CE}, U_{SD}$	Kollektor-Emitter-Spannung, bzw. Source-Drain-Spannung bei Transistoren
W	Watt (Wirkleistung, P)

## Literatur

- (1) Klaus Heuck, Klaus-Dieter Dettmann, Detlef Schulz: Elektrische Energieversorgung: Erzeugung, Übertragung und Verteilung elektrischer Energie für Studium und Praxis, Vieweg+Teubner Verlag, 8. Auflage, 2010, ISBN 978-3834807366
- (2) Adolf J. Schwab, Elektroenergiesysteme: Smarte Stromversorgung im Zeitalter der Energiewende, Springer Vieweg; 6. Auflage, 2020, ISBN: 978-3662603734
- (3) Günther Brauner, Systemeffizienz bei regenerativer Stromerzeugung; Strategien für effiziente Energieversorgung bis 2050; Springer, 2019, ISBN 978-3-658-24854-3
- (4) Volker Quaschnig: Regenerative Energiesysteme: Technologie - Berechnung – Simulation, Carl Hanser Verlag, 7. Auflage, 2011, ISBN 978-3446427327
- (5) VDE, Verband der Elektrotechnik Elektronik Informationstechnik e.V, Technische Regeln für den Anschluss von Kundenanlagen an das Mittelspannungsnetz und deren Betrieb (TAR Mittelspannung), 17.05.2018.
- (6) Jeffrey D. Sachs: Wohlstand für viele: Globale Wirtschaftspolitik in Zeiten der ökologischen und sozialen Krise, Pantheon Verlag, 2010, 978-3570551172 (engl. Titel: Common Wealth: Economics for a Crowded Planet)
- (7) Bronstein, Semendjajew, et al.: Taschenbuch der Mathematik, Harri Deutsch, 2000, ISBN 3-8171-2005-2
- (8) Horst Kuchling, Taschenbuch der Physik; Hanser Verlag GmbH & CO. KG; 20. aktualisierte Auflage (2010), ISBN-13: 978-3446424579

## Anhang A – Komplexe Zeiger

### Phasorenschreibweise

Unter Phasoren bzw. komplexen Zeigern werden komplexe Zahlen verstanden, die bei Wechselstromkreisen mit sinusförmigen Signalen fester Frequenz die Phasenlage der Spannungen, Ströme bzw. Impedanzen oder Admittanzen darstellen. Diese Interpretation vereinfacht die Berechnung von Schaltungen, die mit konstanter Frequenz betrieben werden, im eingeschwungenen Zustand. An dieser Stelle seien die Grundlagen dieser Methode noch einmal zusammengefasst.

Elektrische Schaltungen werden durch Differenzialgleichungen beschrieben. Beim Betrieb mit sinusförmigen Signalen fester Frequenz (harmonische Schwingung, erzwungene Schwingung) ist die Lösung der Differenzialgleichung ebenfalls ein sinusförmiges Signal. Für die Lösung der Differenzialgleichung kann man somit folgende Annahme treffen:

$$u(t) = \hat{u} \cos(\omega t + \phi_u) \quad (\text{A.1})$$

Hierbei bedeuten  $\hat{u}$  die Amplitude des Signals  $u(t)$  und  $\phi_u$  den Phasenwinkel des Signals mit Kreisfrequenz  $\omega$ . Für die Phasorenschreibweise wird das Signal mit Hilfe eines Imaginärteils zu einer komplexen Funktion ergänzt.

$$\underline{u}(t) = \hat{u} \cos(\omega t + \phi_u) + j \hat{u} \sin(\omega t + \phi_u) \quad (\text{A.2})$$

Diese Konstruktion dient der Vereinfachung der Berechnung. Das ursprüngliche Signal  $u(t)$  im Zeitbereich erhält man aus dem Realteil der komplexen Funktion, d.h.  $u(t) = \text{Re}\{\underline{u}(t)\}$ . Die komplexe Schreibweise lässt sich nun mit Hilfe der Eulerschen Beziehung  $e^{j\theta} = \cos(\theta) + j \sin(\theta)$  wie folgt umwandeln.

$$\underline{u}(t) = \hat{u} e^{j\omega t} e^{j\phi_u} = \hat{u} e^{j\phi_u} e^{j\omega t} \quad (\text{A.3})$$

Letzterer Ausdruck  $e^{j\omega t}$  beschreibt als Zeitfaktor eine Kreisbewegung mit der Frequenz  $\omega$  im Einheitskreis (wegen  $|e^{j\omega t}| = 1$ ). Ersterer Ausdruck beschreibt die Amplitude und Phasenlage des Signals, somit den komplexen Zeiger (bzw. Phasor)  $\underline{U}$ .

$$\underline{u}(t) = \hat{u} e^{j\phi_u} e^{j\omega t} = \underline{U} e^{j\omega t} \quad (\text{A.4})$$

Der komplexe Zeiger  $\underline{U}$  enthält keinerlei Zeitabhängigkeit mehr, sondern beschreibt Amplitude und Phasenlage des Signals als komplexe Amplitude.

$$\underline{U} = \hat{u} e^{j\phi_u} \quad (\text{A.5})$$

Setzt man die Schreibweise

$$\underline{u}(t) = \underline{U} e^{j\omega t} \quad (\text{A.6})$$

in eine Differenzialgleichung ein, so lässt sich die Zeitabhängigkeit eliminieren, da diese einheitlich der Beziehung  $e^{j\omega t}$  entspricht. Die Differenzialgleichung reduziert sich dann auf eine algebraische Gleichung, die sich mit algebraischen Mitteln lösen lässt.

### Koordinatensystem $\alpha\beta$ der komplexen Erweiterung des Zeitsignals

Ein reelles Zeitsignal wird in Phasorenschreibweise wird das Signal mit Hilfe eines Imaginärteils zu einer komplexen Signal ergänzt (siehe A.1 und A.2):

$$u(t) = \hat{u} \cos(\omega t + \phi_u)$$
$$\underline{u}(t) = \hat{u} \cos(\omega t + \phi_u) + j \hat{u} \sin(\omega t + \phi_u)$$

Realteil und Imaginärteil kann man somit in der Zeigerdarstellung in der komplexen Ebene wie in folgender Abbildung gezeigt darstellen.

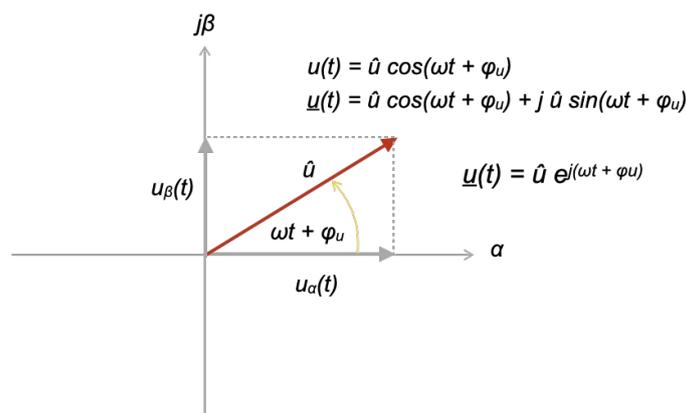


Abbildung A.1 rotierende Zeiger als komplexe Erweiterung des Zeitsignals

Man erhält für den Realteil und den Imaginärteil:

$$u_\alpha(t) = \hat{u} \cos(\omega t + \varphi_u)$$

$$u_\beta(t) = \hat{u} \sin(\omega t + \varphi_u)$$

Das Koordinatensystem  $\alpha\beta$  entspricht somit der komplexen Erweiterung des Zeitsignals  $u(t)$ .

### Koordinatensystem dq des komplexen Zeigers

Ist man nur an der Phasenlage des komplexen Zeigers interessiert, ohne die Drehbewegung mit Frequenz  $\omega$ , nimmt man statt des Zeitsignals  $u(t)$  den komplexen Zeiger  $\underline{U}$  als Basis, wie in folgender Abbildung gezeigt (siehe Gleichung A.5).

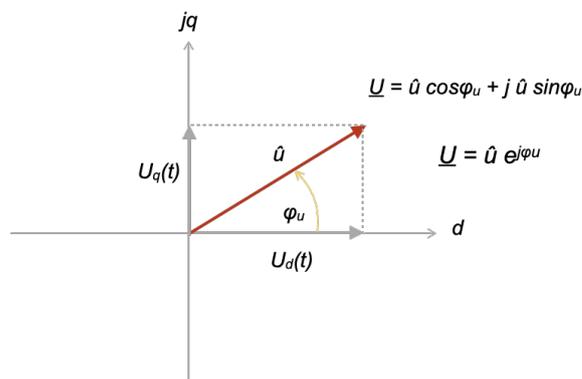


Abbildung A.2 Zeiger = Phasenbeziehungen ohne Rotation

Man erhält für den Realteil und den Imaginärteil:

$$U_d = \hat{u} \cos(\varphi_u)$$

$$U_q(t) = \hat{u} \sin(\varphi_u)$$

Wie man sieht, ist dieses Koordinatensystem statisch: es enthält keine Drehbewegung.

### Rekonstruktion des Zeitsignals aus dem Zeiger: Transformation dq nach $\alpha\beta$

Möchte man ein statisches Koordinatensystem dq mit dem Zeiger (siehe A.5)

$$\underline{U} = \hat{u} e^{j\phi_u}$$

in Drehbewegung versetzen, so gelingt dies durch folgende Transformation:

$$\underline{u}(t) = \hat{u} e^{j\phi_u} e^{j\omega t} = \underline{U} e^{j\omega t}$$

Der stationäre Zeiger  $\underline{U}$  wird mit dem rotierenden Einheitszeiger  $e^{j\omega t}$  multipliziert. Im allgemeinen Fall soll für der Phasenwinkels  $\theta(t) = \omega t$  bzw. allgemein  $\theta(t) = \omega t + \phi_0$  verwendet werden. In diesem Fall ergibt sich die Schreibweise:

$$\underline{u}(t) = \hat{u} e^{j\phi_u} e^{j\omega t} = \underline{U} e^{j\theta}$$

Sortiert nach Realteil und Imaginärteil lautet die Transformation somit:

$$u_\alpha(t) = U_d \cdot \cos \theta - U_q(t) \cdot \sin \theta$$

$$u_\beta(t) = U_d \cdot \sin \theta + U_q \cdot \cos \theta$$

In Matrix-Schreibweise erhält man:

$$\begin{pmatrix} u_\alpha(t) \\ u_\beta(t) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u_d(t) \\ u_q(t) \end{pmatrix}$$

Folgende Abbildung illustriert die Transformation an einem Beispiel.

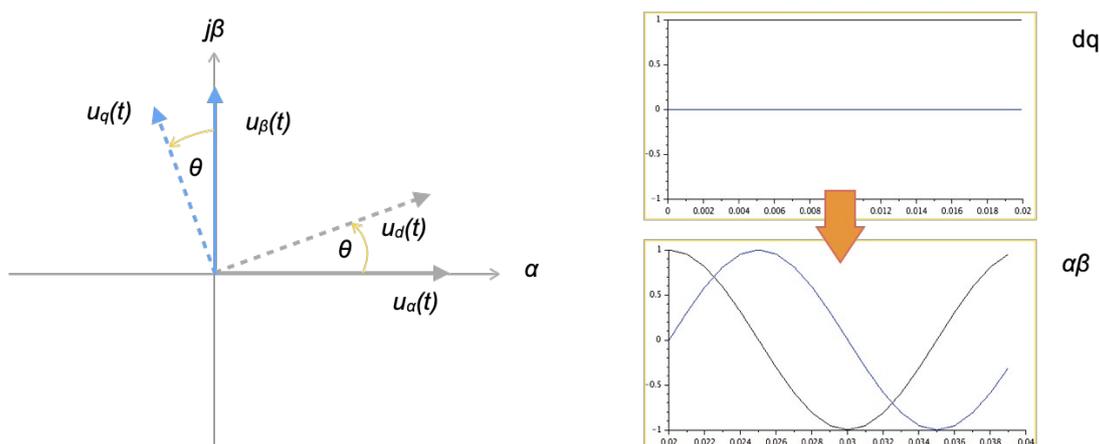


Abbildung A.3 Transformation (d,q) => (alpha,beta)

### Ermittlung des komplexen Zeigers aus dem Zeitsignal: Transformation $\alpha\beta$ nach $dq$

Liegt ein Zeitsignal  $u(t)$  vor und möchte man aus diesem den komplexen Zeiger  $\underline{U}$  ermitteln, so wird die Umkehrtransformation benötigt. Mit Hilfe der  $dq$ -Koordinaten wird die Lage des Zeigers relativ zur Drehbewegung mit  $\theta(t) = \omega t + \phi_0$  beschrieben. In Matrixform lautet die Transformation:

$$\begin{pmatrix} u_d(t) \\ u_q(t) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u_\alpha(t) \\ u_\beta(t) \end{pmatrix}$$

Das Zeigerdiagramm aus der letzten Abbildung bleibt hier weiterhin gültig. Allerdings werden jetzt die rotierenden Achsen  $\alpha\beta$  auf die ihrerseits mit  $\theta(t) = \omega t + \phi_0$  ebenfalls in Rotation versetzten Achsen  $dq$  projiziert. Bei Gleichlauf wird hierdurch die Drehbewegung eliminiert. Bei phasensynchronem Gleichlauf ( $\phi_0 = \phi_u$ ) verbleibt nur der Realteil  $U_d$  des Zeigers, andernfalls ergibt sich die Phasenlage aus dem Realteil  $U_d$  und dem Imaginärteil  $U_q$ .

Anstelle der Verwendung der inversen Matrix lässt sich auch diese Transformation anschaulich herleiten. Möchte man aus einem sich drehenden Koordinatensystem  $\alpha\beta$  mit dem Zeiger

$$\underline{u}(t) = \hat{u} e^{j\phi_u} e^{j\omega t} = \underline{U} e^{j\omega t}$$

die Drehbewegung eliminieren, so gelingt dies durch folgende Transformation:

$$\underline{U} = \hat{u} e^{j\phi_0} = \hat{u} e^{j\phi_0} e^{j\omega t} \cdot e^{-j\omega t}$$

Im allgemeinen Fall soll für den Phasenwinkels  $\theta(t) = \omega t$  bzw. allgemein  $\theta(t) = \omega t + \phi_0$  gelten. In diesem Fall ergibt sich Schreibweise:

$$\underline{U} = \hat{u} e^{j\phi_0} = \underline{u}(t) \cdot e^{-j\theta}$$

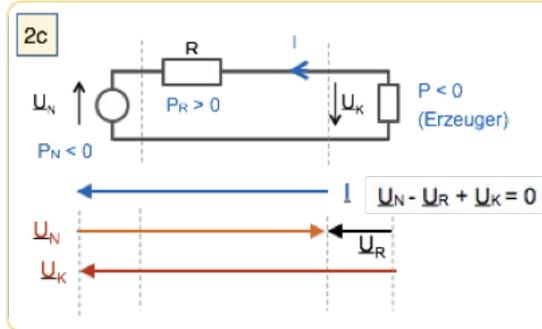
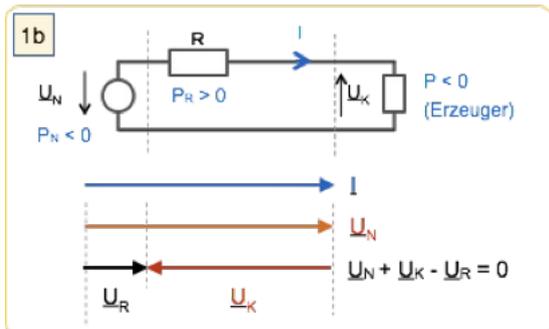
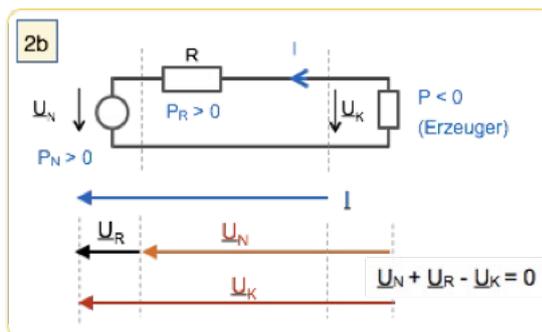
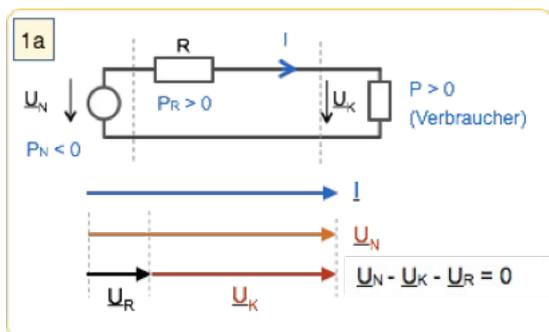
Sortiert nach Realteil und Imaginärteil ergibt sich die oben genannte Transformation.

## Anhang B – Zeigerdiagramme

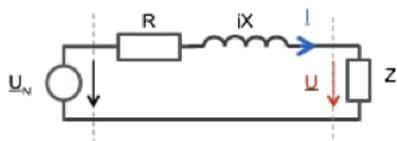
### Verbraucherzählpfeilsystem:

- $P \geq 0$ : Leistung wird aufgenommen
- $P < 0$ : Leistung wird abgegeben

### Lastfälle im Verbraucherzählpfeilsystem:

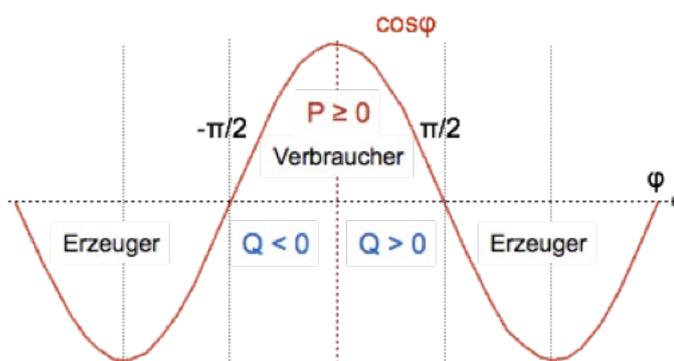


### Wirkleistung und Blindleistung:

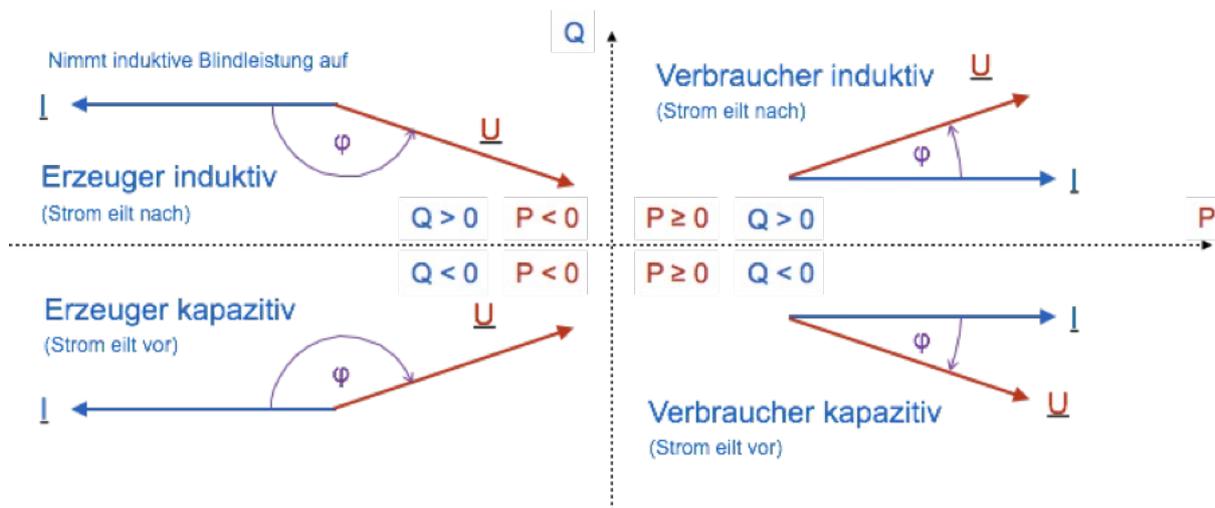


$$P = U I \cos \varphi$$

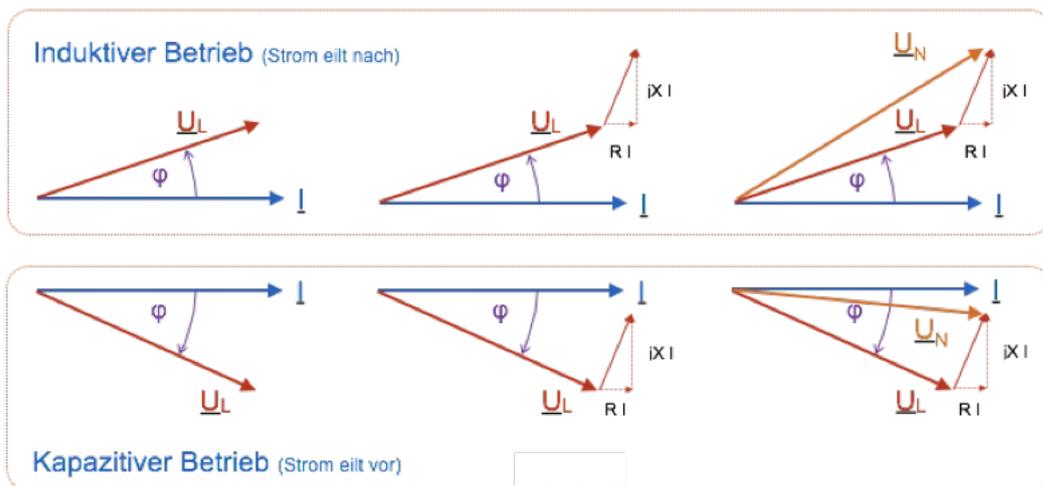
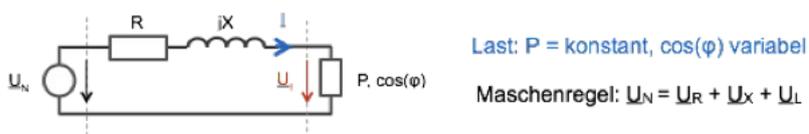
$$Q = U I \sin \varphi$$



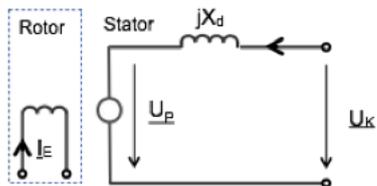
**Zeiger im Verbraucherzählpeilsystem:**



**Zeigerdiagramme in Ersatzschaltungen (Verbraucher):**

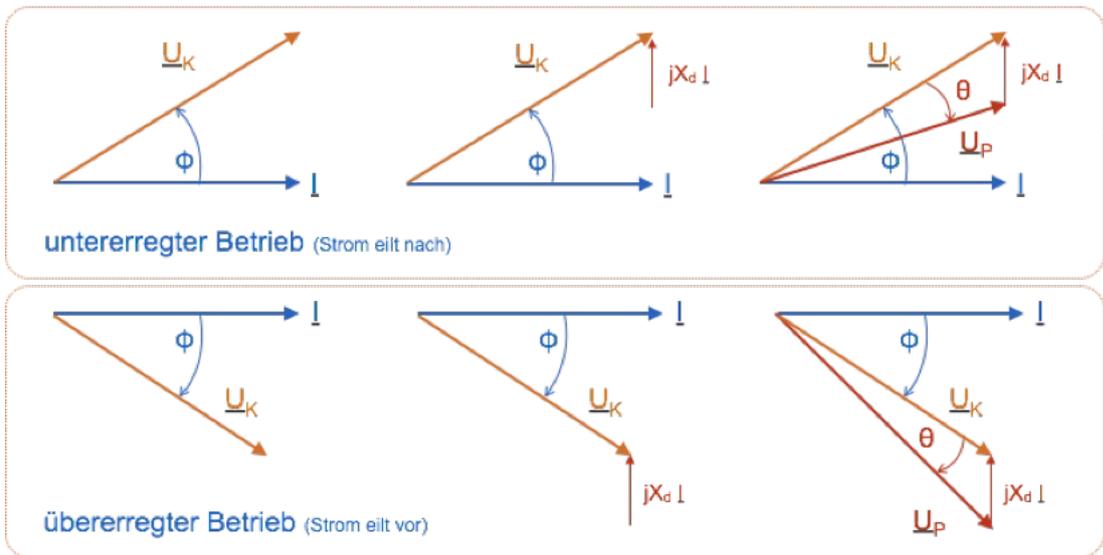


**Synchronmaschine (Motorbetrieb):**

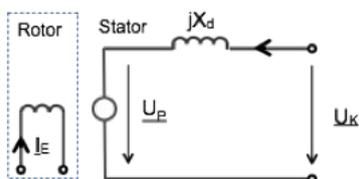


Maschenregel:  $\underline{U}_K = \underline{U}_X + \underline{U}_P$   
 $\underline{U}_P = \underline{U}_K - \underline{U}_X$

Motorbetrieb: Polrad wird gezogen

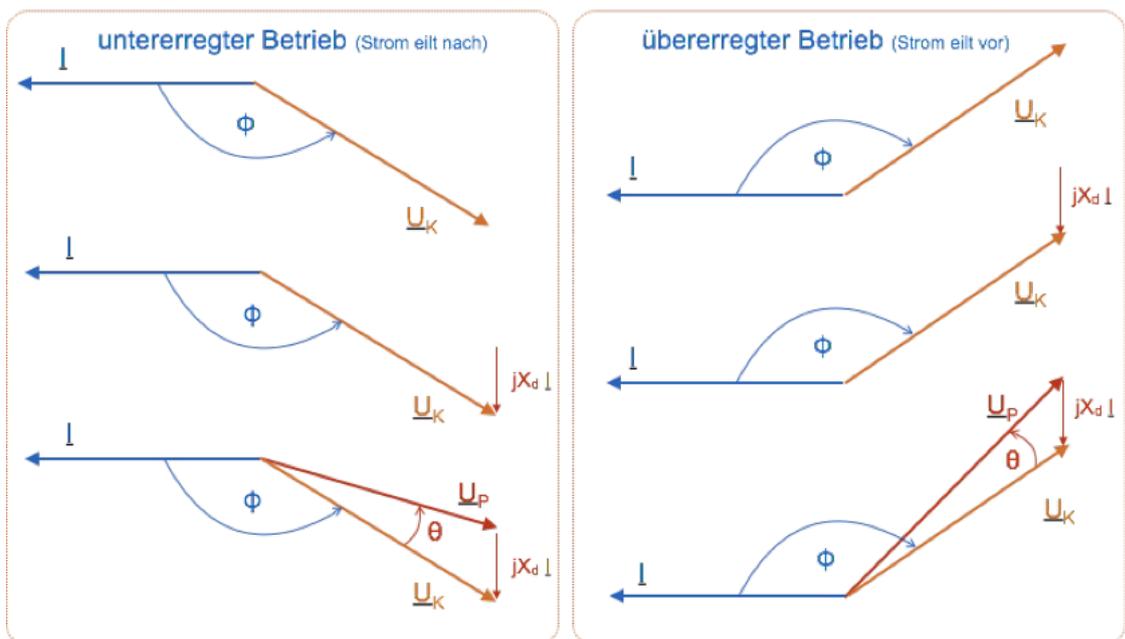


**Synchronmaschine (Generatorbetrieb):**

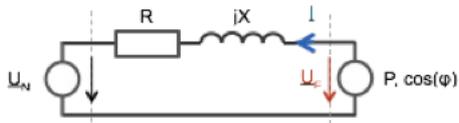


Maschenregel:  $\underline{U}_K = \underline{U}_X + \underline{U}_P$   
 $\underline{U}_P = \underline{U}_K - \underline{U}_X$

Generatorbetrieb: Polrad treibt Klemmenspannung



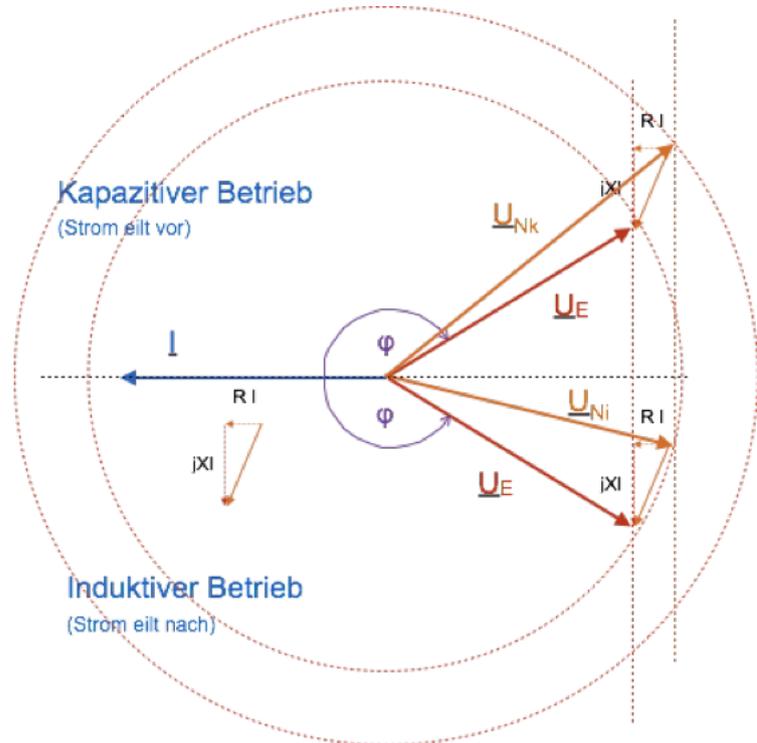
*Induktiver bzw. kapazitiver Betrieb eines Erzeugers an einer Leitung:*



Erzeuger:  $P < 0$  (konstant),  
 $\cos(\varphi)$  variabel

Maschenregel:

$$\underline{U}_E = \underline{U}_X + \underline{U}_R + \underline{U}_N$$



## Anhang C – Kopplung mit Serieninduktivität

Synchronmaschinen und Umrichter am Netz haben das gleiche Funktionsprinzip: zwei parallele Wechselspannungsquellen, die über eine Serieninduktivität gekoppelt sind, wie in folgender Abbildung dargestellt.

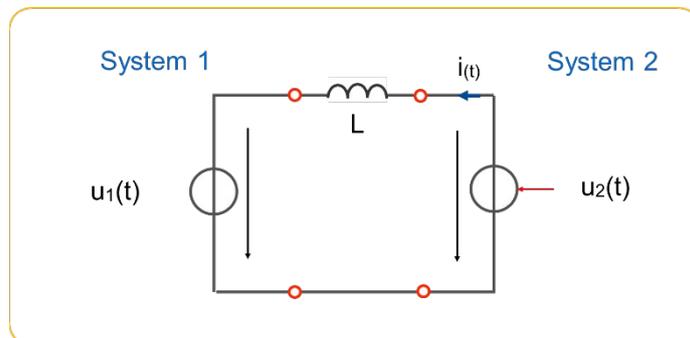


Abbildung C.1 Induktiv gekoppelte Systeme

Unterschiede zwischen den beiden Spannungsquellen führen zu einem Strom, der über die Serieninduktivität die Spannungsabweichungen ausgleicht. Unterschiede der Spannungen in Betrag und Phase haben hierbei unterschiedliche Auswirkungen. Folgende Abbildung illustriert das Funktionsprinzip mit Hilfe einiger Zeigerdiagramme.

Sind beide Spannungen phasensynchron und von gleicher Amplitude, so kann kein Lastfluss zwischen beiden Systemen stattfinden. Variiert man bei synchroner Phase die Amplitude der Spannungen, so stellt sich zum Ausgleich der Differenz über der Serieninduktivität ein Blindstrom ein. Diese Betriebsart ist aus dem Parallelbetrieb von Transformatoren aus der elektrischen Energieversorgung bekannt.

Variiert man bei konstanter Amplitude den Phasenwinkel zwischen beiden Spannungen, so ist der Strom zum Ausgleich über der Serieninduktivität annähernd ein Wirkstrom ein. Es findet ein Transport von Wirkleistung zwischen den Systemen statt. Strom und Lastflussrichtung zeigen von dem System mit vorausseilender Spannung zu dem System mit nachteilender Spannung.

### Maschengleichung und Zeigerdiagramm

Diese Betriebsart ist von Generatoren bzw. Motoren am Energieversorgungsnetz bekannt. Die Netzspannung findet sich hier im Stator der Maschine. Vom Rotor wird im Stator eine zweite Spannung induziert. Beide Spannungsquellen sind über die Induktivität der Wicklungen gekoppelt. Der Spannungswinkel (Phasendifferenz zwischen Spannung 1 und Spannung 2) ist dort unter dem Begriff „Polradwinkel“ geläufig. Eine weitere Betriebsart wären umrichtergeführte Systeme am Stromnetz, z.B. Einspeisungen über Solarwechselrichter.

Die Zeigerdiagramme ergeben sich aus der Maschengleichung der Ersatzschaltung:

$$\underline{U}_2 = jX_L \underline{I} + \underline{U}_1$$

Hierbei sind  $\underline{U}_2$ ,  $\underline{I}$  und  $\underline{U}_1$  die komplexen Zeiger (Phasoren) der Spannungen und des Stroms in der Ersatzschaltung. Mit Hilfe der komplexen Zeiger lässt sich das Funktionsprinzip der Schaltung rasch erfassen, wie in der Abbildung oben illustriert.

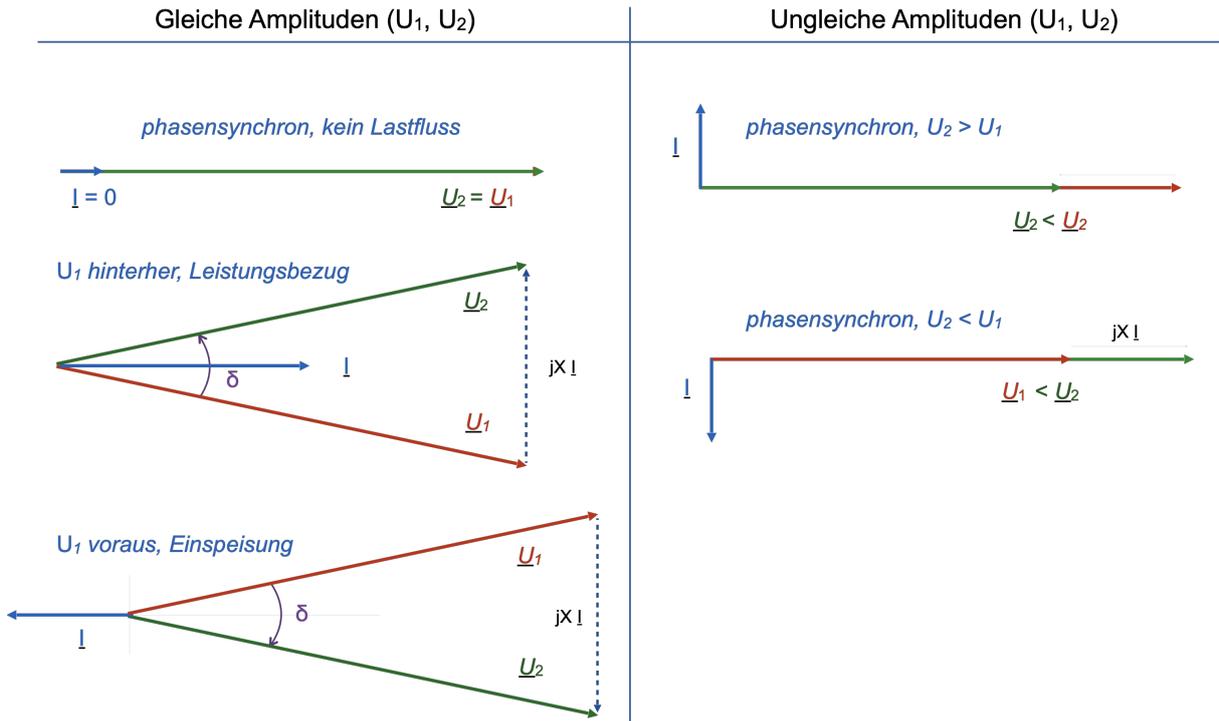


Abbildung C.2 Übertragung von Wirkleistung und Blindleistung

### Stromwinkel und Spannungswinkel

Die Winkel  $\delta$  zwischen Primärspannung  $\underline{U}_1$  und Sekundärspannung  $\underline{U}_2$ , sowie zwischen Strom  $I$  und Primärspannung  $\phi_1$  (bzw. Sekundärspannung  $\phi_2$ ) sind nicht unabhängig voneinander. Die Beziehungen gehen aus der Maschengleichung (4.3.4) hervor und lassen sich aus dem Zeigerdiagramm rekonstruieren. Folgende Abbildung zeigt den vereinfachten Fall für gleiche Amplituden für  $\underline{U}_1$  und  $\underline{U}_2$ .

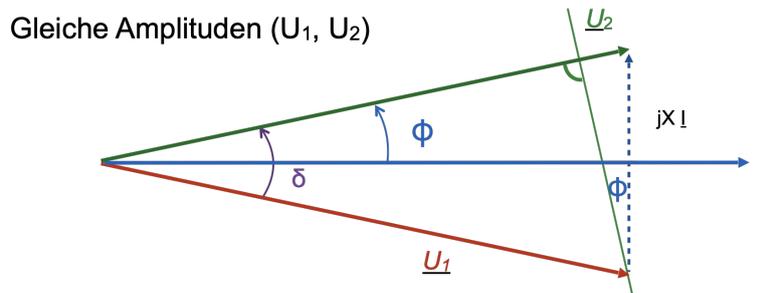


Abbildung C.3 Spannungswinkel und Stromwinkel bei gleichen Spannungsamplituden

Durch Vergleich der Projektionen auf den Stromzeiger im Diagramm erkennt man:

$$U_1 \sin(\delta) = X I \cos(\phi) = X I_d \quad \text{mit } I_d \text{ Wirkanteil des Stroms}$$

Somit lässt sich aus dem Spannungswinkel  $\delta$  die Vorgabe für den Wirkstrom  $I_d$  errechnen. Für kleine Winkel sind Spannungswinkel und Wirkstrom direkt proportional zueinander. Diese Beziehung bleibt gültig für den allgemeinen Fall mit beliebigem Betrag und Phase für  $\underline{U}_1$  und  $\underline{U}_2$ , wie in folgendem Diagramm dargestellt.

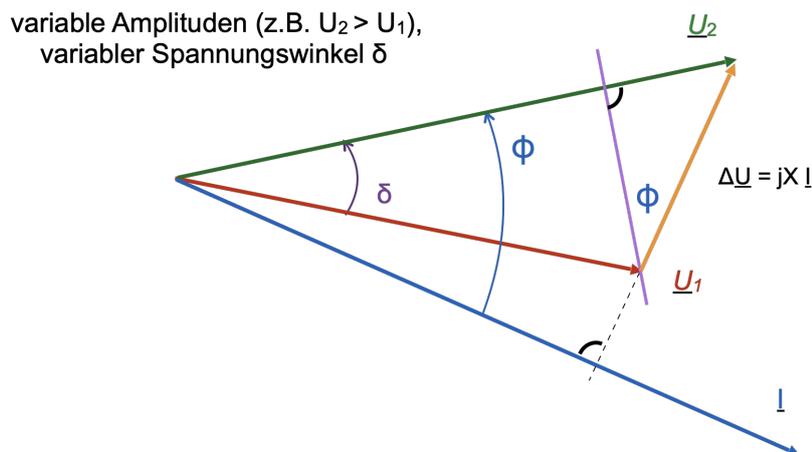


Abbildung B.3 Zeigerdiagramm für den allgemeinen Fall

Aus der Beziehung zwischen den Winkeln lässt sich auch der Lastfluss berechnen. Für die von System 2 aufgenommene bzw. abgegebene Leistung erhält man:

$$P_1(\delta) = U_1 I \cos(\phi) = \frac{U_1^2}{X} \sin(\delta)$$

Bemerkung: Voraussetzung für diese Darstellung sind gleiche Amplituden  $U_1 = U_2$ . Andernfalls ergibt sich das Produkt beider Spannungen. In letzterer Form findet sich die Gleichung in der Literatur.

Man erkennt den Einfluss der Reaktanz  $X$ , sowie des Spannungswinkels  $\delta$ . Die Richtung des Lastflusses ist abhängig vom Vorzeichen des Spannungswinkels. Für kleine Winkel ist der Lastfluss annähernd proportional zum Spannungswinkel.

Die Gleichung lässt sich wie folgte interpretieren:

- Der Wirkstromanteil und somit die Leistung sind proportional zum Spannungswinkel. Bei positivem Spannungswinkel ( $U_1$  läuft hinter dem Netz  $U_2$ ) wird Wirkleistung aufgenommen; bei negativem Spannungswinkel ( $U_1$  läuft vor dem Netz  $U_2$ ) wird Leistung abgegeben.
- Ein Kippunkt ist im Leistungsmaximum  $U_1^2/X$  erreicht.
- Wegen der Strombegrenzung durch die Serienreaktanz  $X$  ist die Leistung umgekehrt proportional zu dieser.

### Stellgrößen für Maschinen und Umrichter

Bei einer Synchronmaschine bzw. bei einem Umrichter lassen sich Wirkleistung und Blindleistung gemäß der Beziehungen aus der Maschengleichung einstellen. Hierbei ergeben sich folgende Stellgrößen für eine Maschine bzw. einen Umrichter:

- Wirkleistung: Stellgröße ist der Spannungswinkel  $\delta$ . Dieser resultiert in einem Wirkstrom. Die Richtung des Lastflusses ergibt sich aus dem Vorzeichen des Spannungswinkels.
- Blindleistung: Stellgröße ist die Spannungsamplitude  $|U_1|$ . Ist diese größer oder kleiner als die Amplitude der Netzspannung  $|U_2|$  an den Klemmen am Anschaltort, so ergibt sich ein Blindstrom und somit eine Blindleistung mit positivem bzw. negativem Vorzeichen.
- Stellgrößen bei der Synchronmaschine: Die Spannungsamplitude lässt sich über den Erregerstromkreis einstellen; der Spannungswinkel (= Polradwinkel) über die Turbinenleistung. Das Leistungsgleichgewicht lässt sich über einen Drehzahlregler für die Turbine herstellen. Eine Pufferung findet über die kinetische Energie der rotierenden Masse von Rotor und Turbinenschaufel statt.

- Stellgrößen beim Umrichter: Spannungsamplitude und Spannungswinkel werden aus einem Referenzsignal abgeleitet, dem der Umrichter folgt. Blindleistung kann hierbei aus dem DC-Zwischenkreis bezogen bzw. abgegeben werden. Aufgenommene Wirkleistung muss aus dem DC-Zwischenkreis abgeführt werden; abgegebene Wirkleistung muss dem DC-Zwischenkreis zugeführt werden. Das Leistungsgleichgewicht lässt sich über einen Regler der Zwischenkreisspannung aus einem Energiespeicher herstellen. Eine Pufferung findet über den Zwischenkreiskapazität statt.

## Anhang D – Drehstrom und Zeigertransformation

### Netzspannung

Die Vorgabe der Netzspannung geschieht durch den Spannungszeiger  $\{U_d, U_q\}$ . Die Werte werden durch die Transformation „dq2abc“ in ein dreiphasiges Drehstromsystem übersetzt.

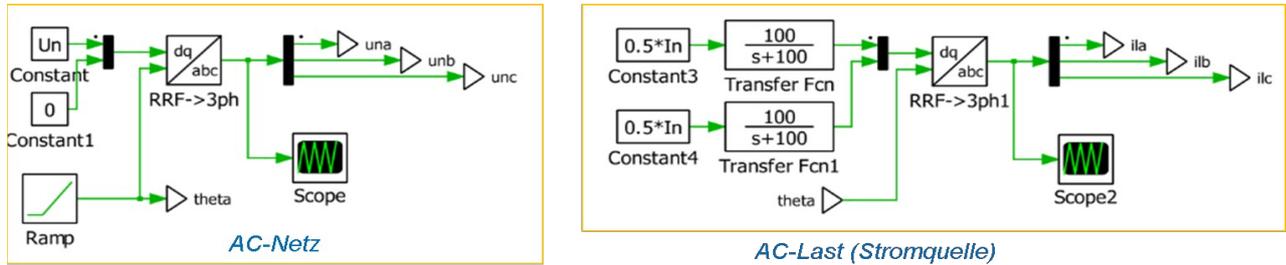


Abbildung D.1 Vorgabe von Spannungszeiger und Stromzeiger

Ebenso erfolgt die Vorgabe des Laststroms den Stromzeiger  $\{I_d, I_q\}$ . Hier sorgt ein 100 Hz-Filter für einen langsamen Anstieg des Stroms.

### Leistungsmessung

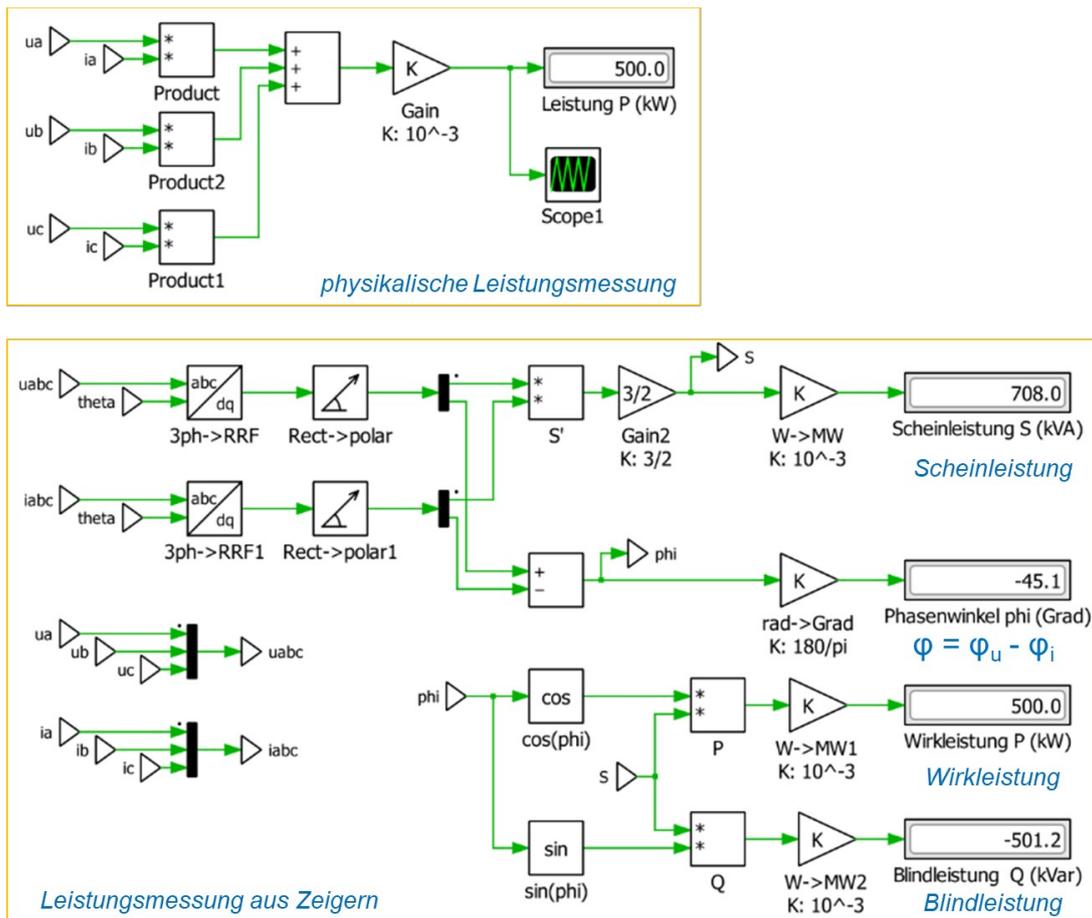


Abbildung D.2 Leistungsmessung

Die Leistungsmessung erfolgt einerseits physikalisch aus dem Mittelwert der Teilleistungen in den drei Strängen des Drehstromsystems (oberer Teil der Abbildung). In einem symmetrischen Sys-

tem addieren sich die 100-Hz Wechselleistungen  $p_a(t)$ ,  $p_b(t)$  und  $p_c(t)$  zu einer konstanten Leistung, die der mittleren elektrischen Leistungen über die 3 Stränge entspricht (und somit der Wirkleistung).

Scheinleistung und Blindleistung sind mathematische Hilfskonstruktionen, die sich aus dem Spannungszeiger und dem Stromzeiger berechnen lassen, wie im unteren Teil der Abbildung gezeigt. Hierzu werden die dreiphasigen Messwerte in die Zeigerdarstellung transformiert („abc2dq“). Den Betrag der Scheinleistung erhält man aus dem Produkt der Beträge von Strom und Spannung, Die Wirkleistung aus dem Betrag der Scheinleistung und dem  $\cos(\phi)$ , die Blindleistung aus dem Betrag der Scheinleistung und dem  $\sin(\phi)$ , wobei  $\phi = \phi_u - \phi_i$  den Winkel vom Stromzeiger zum Spannungszeiger darstellt.

Hierbei repräsentieren Stromzeiger und Spannungszeiger die Scheitelwerte pro Leiter (Leiterstrom und Spannung vom Leiter zum Sternpunkt). Für die gesamte Leistung ist der Betrag aus dem Produkt um einen Faktor 3 zu korrigieren. Da die Werte aus der Transformation Scheitelwerte darstellen, ist der Betrag außerdem auf den Effektivwert zu korrigieren, d.h. mit einem Faktor  $1/2$  zu multiplizieren. Hierdurch ergibt sich der Korrekturfaktor  $3/2$ . Die Berechnung lässt sich durch Vergleich mit der physikalisch gemessenen Wirkleistung überprüfen.

Die Abweichungen im Phasenwinkel von der Vorgabe 45 Grad und in der Blindleistung in der Messung sind durch die kurze Simulationsdauer verursacht, die für einen eingeschwungenen Zustand nicht ganz ausreicht.

### Leistungsgeregelte Last

Mit den Effektivwerten  $U$  für die Strangspannung (Leiter-zu-Sternpunkt bzw. Leiter zu Neutralleiter) und  $I$  für den Leiterstrom berechnet sich die komplexe Scheinleistung als:

$$\underline{S} = 3 U I \cos(\phi) + j 3 U I \sin(\phi) = 3 U I_d + j 3 U I_q = P + j Q \quad (D1.1)$$

Der Faktor 3 stellt die Leistung über alle 3 Phasen her, da die Stromzeiger und Spannungszeiger jeweils eine Phase repräsentieren.

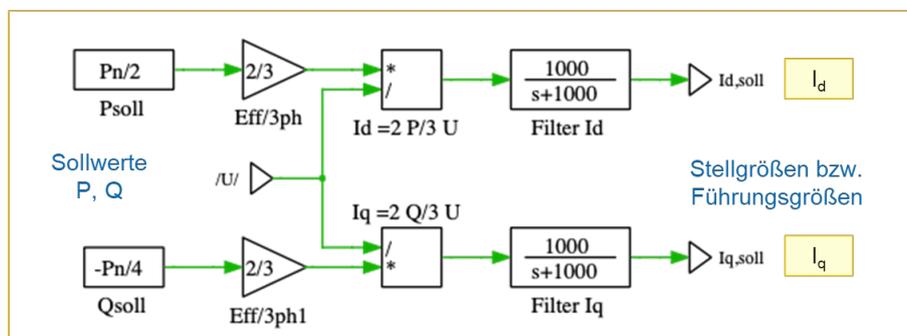


Abbildung D.3 Leistungsregelung

Somit erhält man für die Wirkleistung und die Blindleistung die Berechnungsvorschriften:

$$P = 3 U I_d \quad (D1.2)$$

$$Q = 3 U I_q \quad (D1.3)$$

Mit der gemessenen Spannung  $U$  lassen sich aus der Vorgabe von  $P$  und  $Q$  Wirkstrom  $I_d$  und Blindstrom  $I_q$  berechnen. Da die Simulation mit Scheitelwerten statt Effektivwerten arbeitet, ist das Produkt aus Strom und Spannung mit einem Faktor 2 zu multiplizieren. Um bei der Verwendung von Messwerten, die durch die Vorgabe verändert werden logische Zirkel zu vermeiden, muss zwischen Messwert und Vorgabe eine Zeitverzögerung vorgesehen werden, hier in Form eines 1 kHz-Filters.

## Anhang E – Anschlussrichtlinien

Zum Betrieb von Anlagen am Netz gelten Anschlussrichtlinien. Hierbei wird unterschieden nach Bezugsanlagen (Verbraucher) und Erzeugungsanlagen. Als Beispiel für eine Anschlussrichtlinie für Anlagen in der Mittelspannung sind hier die Inhalte der TAR 4110 aufgelistet.

### Allgemeines

Die Technische Anschlussregel Mittelspannung (VDE-AR-N 4110) spezifiziert die systemseitige bzw. anlagenseitige Schnittstelle für Systeme, die am Netz betrieben werden. Sie gilt für Betreiber von Anlagen am Netz mit Mittelspannungsanschluss. Diese Anforderungen sind nach dem hier beschriebenen Konzept von der AC-Station bzw. DC-Station und den nachgelagerten Systemen zu erfüllen. In der VDE-Anwendungsregel sind die wesentlichen Kriterien zur Netzkopplung zusammengefasst, die beim Anschluss und Betrieb von Kundenanlagen am Mittelspannungsnetz des Netzbetreibers zu berücksichtigen sind.

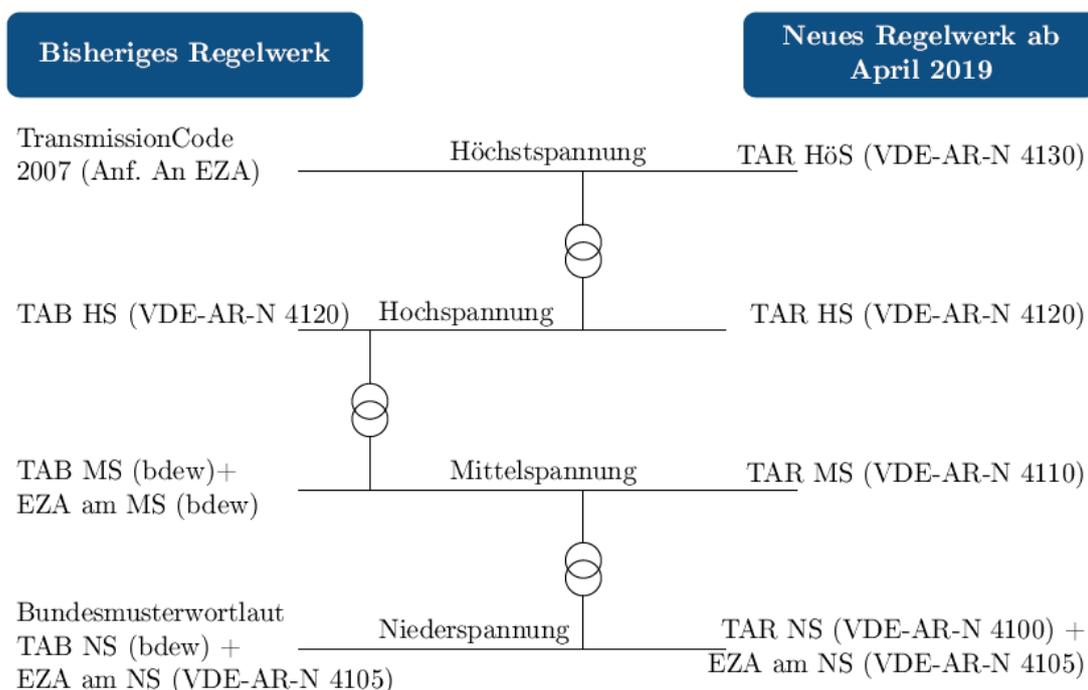


Abbildung E.1 Übersicht über die Anschlussrichtlinien

Die TAR 4110 ersetzt die bisherigen Regelwerke (TAB 2007) und ist für neue Anlagen ab April 2019 gültig, siehe Abbildung oben. Vergleichbare Regelwerke gibt es für die Niederspannung (TAR 4105), sowie für höhere Spannungsebenen.

### Statische Spannungshaltung

Im stationären Betrieb kann vom Netzbetreiber die Bereitstellung von Blindleistung durch eine Erzeugungsanlage zur Spannungshaltung im Verteilernetz gefordert werden. Die folgende Abbildung zeigt die Anforderungen am Netzanschlusspunkt für die Blindleistungsbereitstellung bezogen auf die Wirkleistung  $P_{b,inst}$  der Erzeugungsanlage. Je nach Arbeitspunkt ist die Blindleistung  $Q(U)$  bereit zu stellen. Die geforderte Blindleistung beträgt hierbei maximal  $1/3$  der Wirkleistung der Anlage. Eine Erzeugungsanlage muss in der Lage sein, einen Leistungsfaktor von  $\cos \varphi = 0,95$  (induktiv bzw. kapazitiv) anzufahren

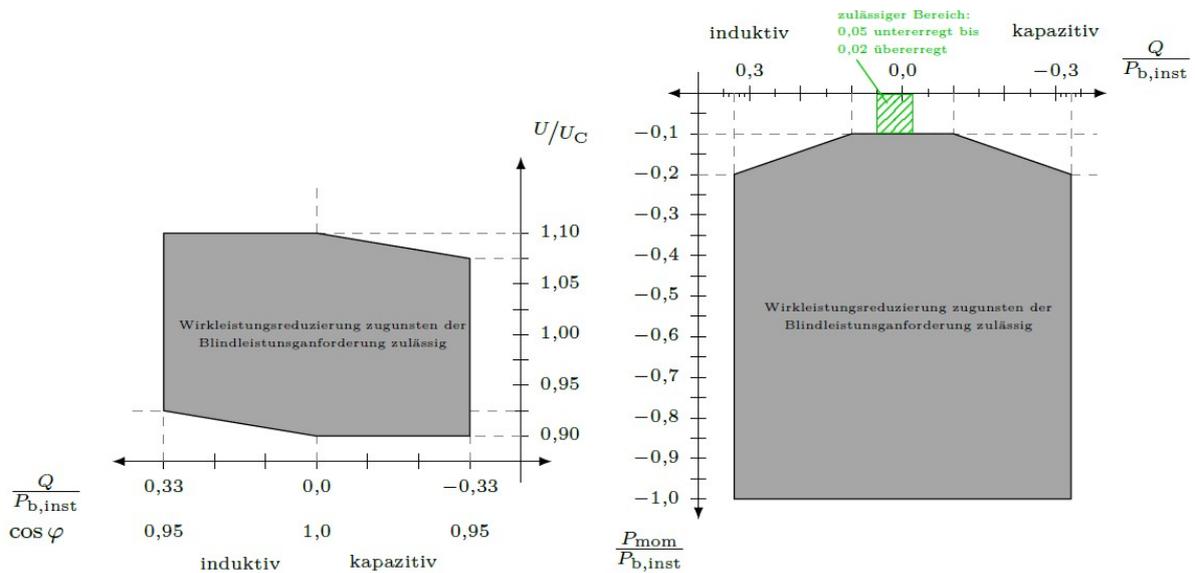


Abbildung E.2 Bereich zur Bereitstellung von Blindleistung; Quelle: (5)

Hierbei ist für die Geschwindigkeit der Regelung eine Einschwingdauer die Einhaltung von 95% innerhalb von 10 Sekunden gefordert, siehe folgende Abbildung.

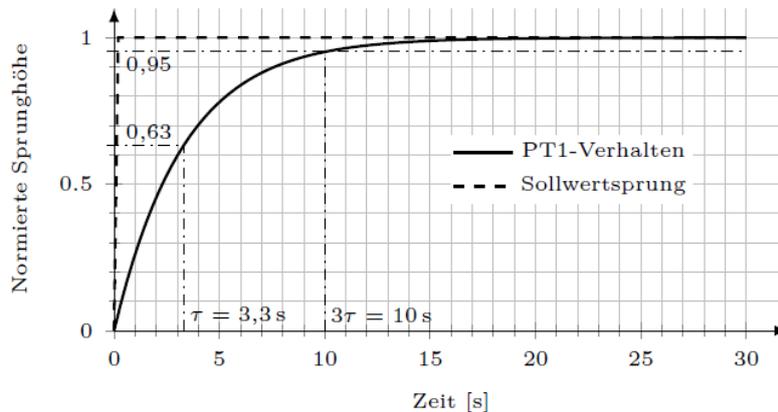


Abbildung E.3 Einschwingdauer der Regelung; Quelle: (5)

### Blindleistungs-Spannungskennlinie $Q(U)$

Bei diesem Verfahren tauscht die Erzeugungsanlage in Abhängigkeit der aktuellen Spannung des Mittelspannungsnetzes am Netzverknüpfungspunkt Blindleistung mit dem Netz aus. Die Kennlinie  $Q(U)$  ist in folgender Abbildung dargestellt. Die Steigung der Kennlinie und Wert bei Sollspannung werden vom Netzbetreiber im Rahmen der Planung vorgegeben.

Die Steigung ist so gewählt, dass bei 4% Unterspannung bzw. Überspannung die maximale Blindleistung gefordert ist. Die Blindleistung ist insgesamt, wie im letzten Abschnitt dargestellt, auf 1/3 der Wirkleistung begrenzt. Für das Regelverhalten sind wiederum 95% innerhalb von 10 s gefordert.

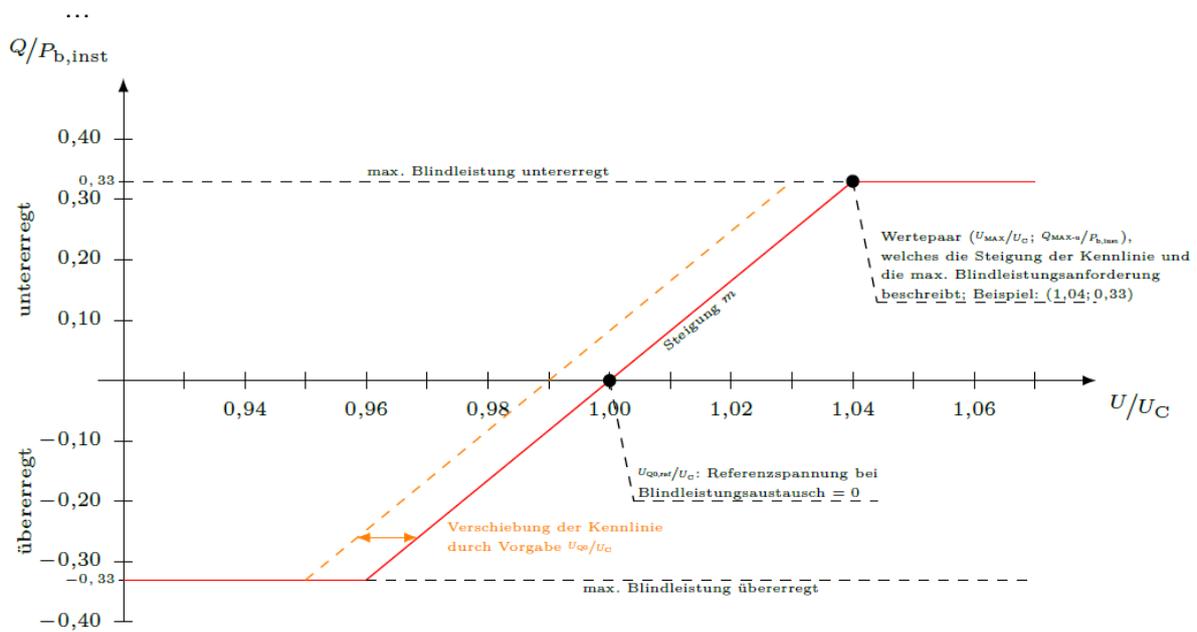


Abbildung E.4  $Q(U)$  - Blindleistung abhängig von der Spannung; Quelle: (5)

### Blindleistung in Abhängigkeit der Leistung $Q(P)$

Bei diesem Verfahren bezieht die Erzeugungsanlage in Abhängigkeit ihrer momentanen Wirkleistungsabgabe Blindleistung aus dem Netz ein (bzw. speist Blindleistung in das Netz ein). Die Kennlinie wird aus maximal zehn Stützpunkten durch den Netzbetreiber definiert. Folgende Abbildung zeigt ein Beispiel mit fünf Stützpunkten. Die graue Fläche gibt den möglichen Leistungsbereich wieder.

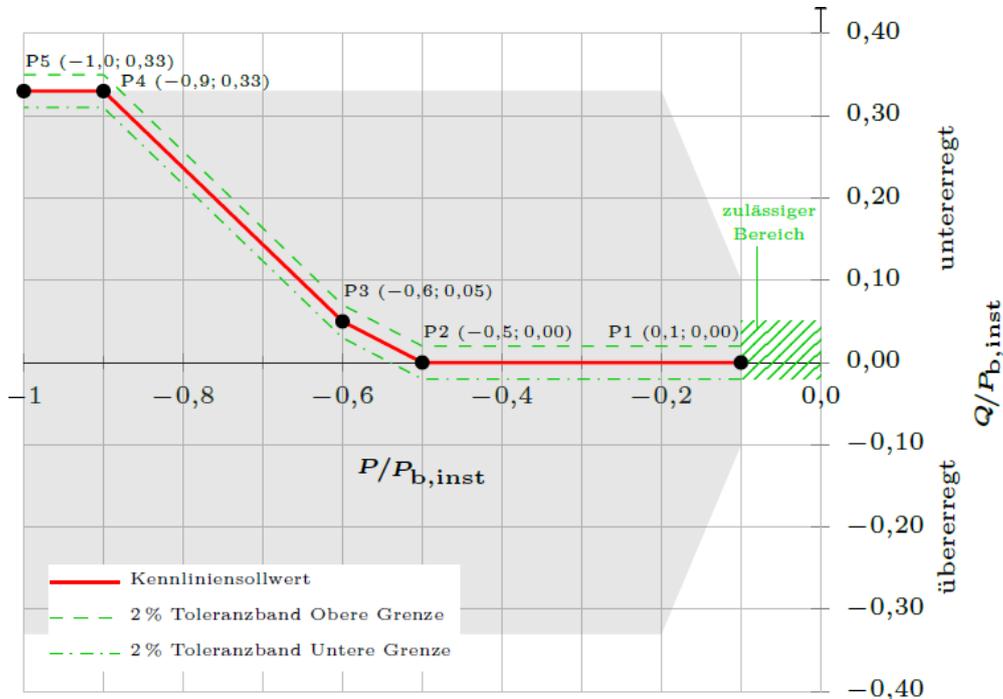


Abbildung E.5 Beispiel für  $Q(P)$  mit Leistungsbereich; Quelle: (5)

### Konstanter Leistungsfaktor mit Spannungsgrenzen $Q(U)$

Ziel dieses Verfahrens ist es, dass die Anlage weitgehend unabhängig von der Spannung arbeitet und nur bei Überschreiten bzw. Unterschreiten vorgegebener Spannungsgrenzen Blindleistung be-

zieht bzw. Blindleistung einspeist, uns innerhalb dieser Bandbreite mit konstanten Leistungsfaktor arbeitet. Die in folgender Abbildung gezeigte Kennlinie wird durch Vorgabe geeigneter Wertepaare innerhalb des Wertebereichs definiert.

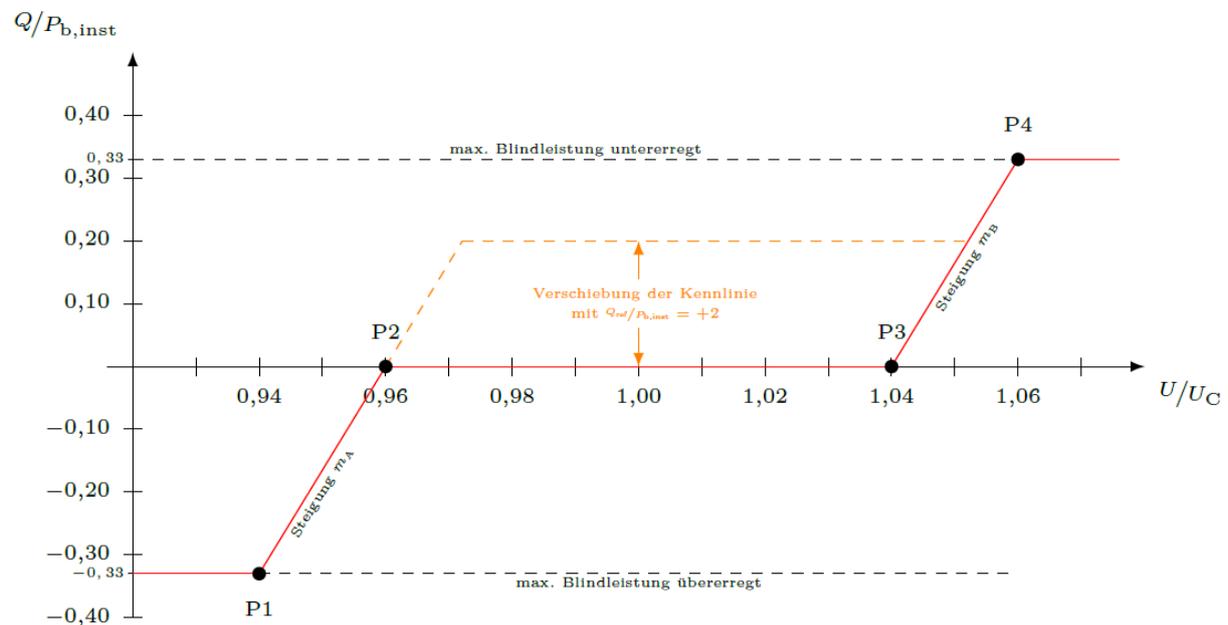


Abbildung E.6 Q(U) für konstanten Lastfaktor mit Spannungsgrenzen; Quelle: (5)

### Konstanter Leistungsfaktor

In dieser Variante wird eine Anlage am Netz mit konstantem Leistungsfaktor  $\cos \phi$  am Netz betrieben, wobei Blindleistung konsumiert oder abgegeben werden kann. Der Wertebereich bewegt sich innerhalb der gegebenen Grenzen der Wirkleistung ( $=1/3$  der Wirkleistung) und soll in minimaler Schrittweite 0,005 vorgegeben werden. Gibt der Netzbetreiber keinen Sollwert vor, ist ein Leistungsfaktor von 1 anzunehmen.

### Dynamische Netzstützung

Für Anlagen vom Typ 2 (i. d. R. Anlagen, die über einen Umrichter in das Netz einspeisen) werden Funktionen zur dynamischen Netzstützung gefordert, d.h. ein netzdienliches Verhalten im Fehlerfall. Hierunter versteht man das unterbrechungsfreie Durchfahren von Netzfehlern (engl.: Fault Ride Through, FRT).

Ziel dieses Verfahren ist es, eine ungewollte Abschaltung von Erzeugungsleistung bei kurzzeitigen Spannungsänderungen und somit eine Gefährdung der Netzstabilität zu verhindern. Im Allgemeinen führen Netzfehler (z. B. Kurzschlüsse) zu Spannungseinbrüchen, bzw. kann die Spannung im Fehlerfall erhöht sein.

Das Spannungs-Zeit-Diagramm in der Abbildung zeigt die Grenzkurven für verschiedene Netzfehler. Es darf nicht zu einer Trennung der Anlage vom Netz kommen, solange alle Leiter-Leiter-Spannungen am Netzanschlusspunkt innerhalb der gezeigten Grenzkurven liegen. Verbunden mit den Anforderungen zum unterbrechungsfreien Durchfahren von Netzfehlern ist eine dynamische Einspeisung von Blindstrom zur Spannungsstützung während des Netzfehlers gefordert. Hierbei ist der maximal geforderte Blindstrom bei einer Anlage vom Typ 2 gleich dem Bemessungsstrom.

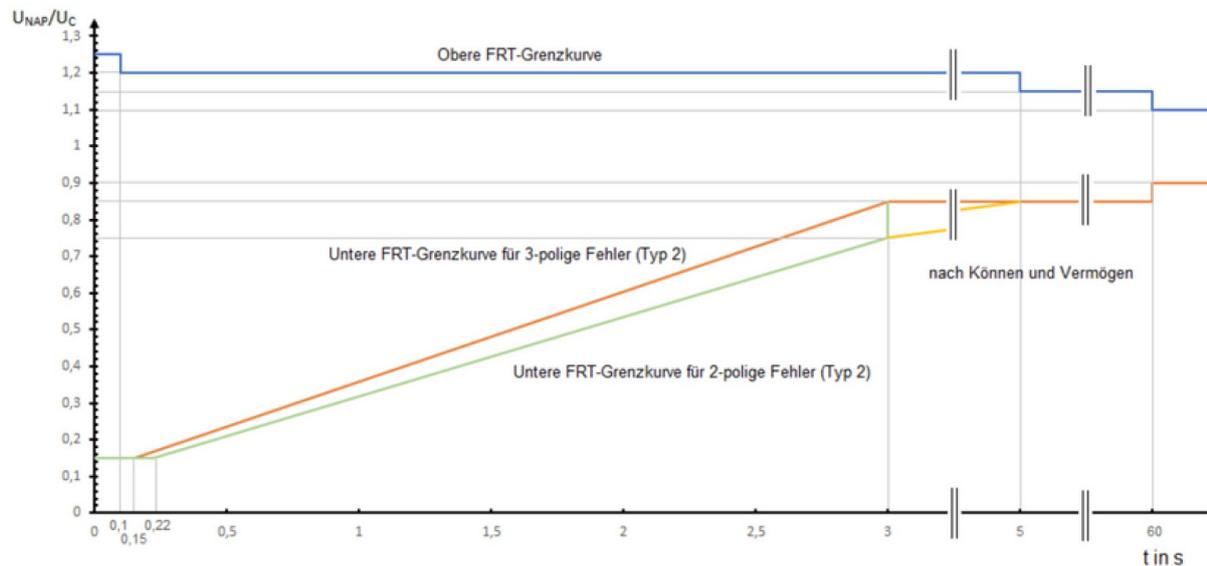


Abbildung E.7 Verhalten im Fehlerfall (Fault Ride Through); Quelle: (5)

## Wirkleistungsabgabe P(f)

Bei Überfrequenz ist ab einer Frequenz von 50,2 Hz (einstellbar bis 50,5 Hz) bis maximal 51,5 Hz der Wirkleistungs-Arbeitspunkt von Erzeugungsanlagen und Speicher anzupassen. Die Statik  $s$  der frequenzabhängigen Wirkleistungseinspeisung berechnet sich zu

$$s = (\Delta f / f_N) / (\Delta P / P_{ref})$$

und muss von 2% bis 12% einstellbar sein.  $P_{ref}$  entspricht hierbei der Bemessungsleistung der Anlage vom Typ 2. Eine Statik von 12% entspricht einem Leistungsgradienten von 16,67%  $P_{ref}$  je Hertz bis 100%  $P_{ref}$  je Hertz ( $s = 2\%$ ). Macht der Netzbetreiber hierzu keine Vorgaben, so gilt ein Leistungsgradient von 40%  $P_{ref}$  je Hertz ( $s = 5\%$ ). Für Speicher vom Typ 2 gilt ein Standard-Wert für den Leistungsgradienten von 40%  $P_{ref}$  je Hertz ( $s = 2\%$ ).

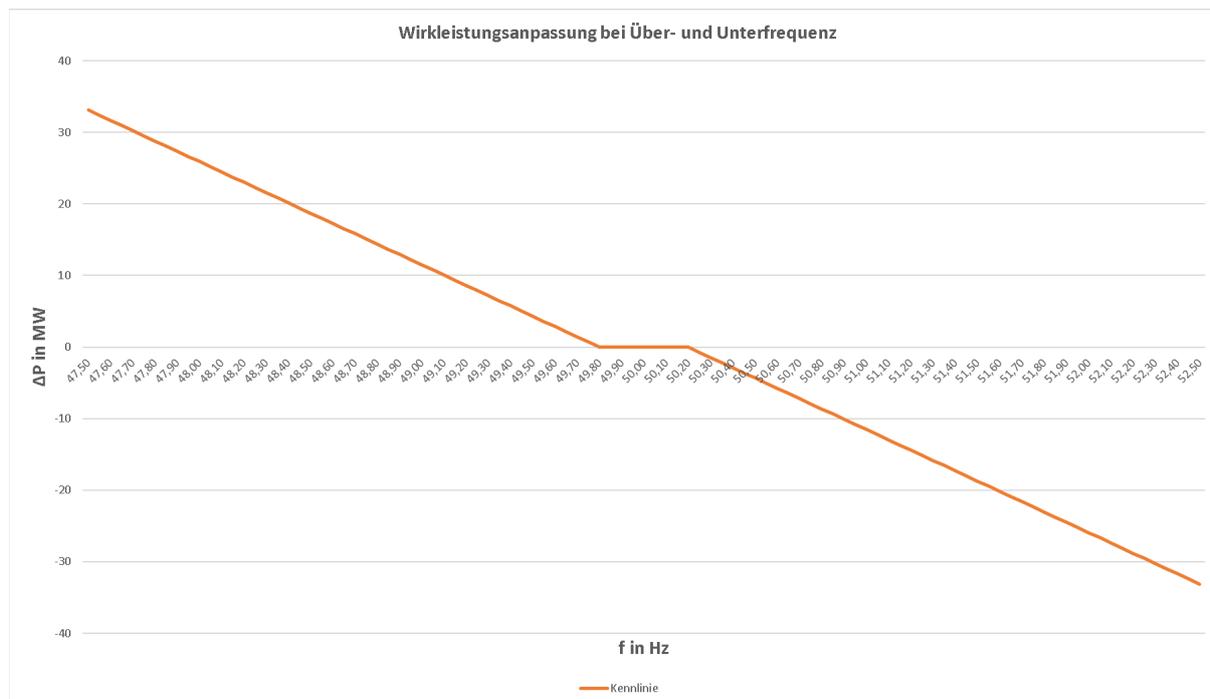


Abbildung E.8 Kennlinien für P(f)

Bei Unterfrequenz muss der Beginn der frequenzabhängigen Wirkleistungseinspeisung von 49,5 Hz bis 49,8 Hz einstellbar sein. Bei fehlender Vorgabe seitens des Netzbetreibers ist der Beginn auf 49,8 Hz einzustellen und der Wirkleistungs-Arbeitspunkt ist bis zu einer Frequenz von 47,5 Hz anzupassen. Die Anforderungen an die Statik bzw. den Leistungsgradienten von Erzeugungsanlagen und Speicher vom Typ 2 bei Unterfrequenz stimmen mit denen der Überfrequenz überein. Im Fall einer Netzfrequenz von  $f > 51,5$  Hz oder  $f < 47,5$  Hz dürfen sich Erzeugungsanlagen und Speicher vom Netz trennen.

Im Bereich von 49,8 bis 50,2 Herz erfolgt keine Netzstützung: Hier bleibt alleine die Primärregelung der Kraftwerke aktiv, sowie die Sekundärregelung der Kraftwerke. Daher leistet diese Kennlinie Netzstützung, jedoch keine Leistungsregelung.

Bei der Regelung der Wirkleistungseinspeisung müssen Erzeugungsanlagen und Speicher auf Änderungen der Netzfrequenz der in folgender Abbildung definierten Reaktionszeiten reagieren.

		Erzeugungsanlagen (Typ 2)	Speicher (Typ2)
Leistungserhöhung	Anschwingzeit bei Frequenzrückgang $49,8 \text{ Hz} \leq f \leq 47,5 \text{ Hz}$	$\leq 10 \text{ s}$ für ein $\Delta P \leq 50 \%$ von $P_{b,inst}$	$\leq 1 \text{ s}$ für ein $\Delta P \leq 100 \%$ von $P_{b,inst}$
	Anschwingzeit bei Frequenzrückgang $51,5 \text{ Hz} \leq f \leq 50,2 \text{ Hz}$		
	Einschwingzeit	$\leq 30 \text{ s}$	$\leq 10 \text{ s}$
Leistungsreduktion	Anschwingzeit bei Frequenzanstieg $50,2 \text{ Hz} \leq f \leq 51,5 \text{ Hz}$	$\leq 2 \text{ s}$ für ein $\Delta P \leq 50 \%$ von $P_{b,inst}$	$\leq 1 \text{ s}$ für ein $\Delta P \leq 100 \%$ von $P_{b,inst}$
	Anschwingzeit bei Frequenzanstieg $47,5 \text{ Hz} \leq f \leq 49,8 \text{ Hz}$		
	Einschwingzeit	$\leq 20 \text{ s}$	$\leq 10 \text{ s}$

Abbildung E.9 Anforderungen an das Zeitverhalten für  $P(f)$ ; Quelle: (5)

## Oberschwingungen

Der Netzbetreiber gibt in Abhängigkeit von der Anschlussleistung der Kundenanlage und den Gegebenheiten am Netzverknüpfungspunkt Obergrenzen für die Einspeisung von Oberschwingungsströmen vor. Bei der Ermittlung von Grenzwerten wird zwischen Harmonischen (geradzahlige und ungeradzahlige Oberschwingungen), Zwischenharmonische und Supraharmonische (Frequenzen im Bereich 2 kHz bis 9 kHz) unterschieden. Unter Berücksichtigung verschiedener vereinfachter Annahmen ist zur Berechnung der zulässigen Oberschwingungsgrenzen folgende Gleichung gültig:

$$I_{v,zul} = \frac{p_{vf,v}}{1000} \cdot \sqrt{\frac{S_{kV}}{S_A}} \cdot I_A$$

Hierbei kennzeichnet der Index v die geradzahligen und ungeradzahligen Oberschwingungen. Für den Proportionalitätsfaktor  $p_{vf,v}$  sind Grenzwerte vorgeschrieben. Es bezeichnen

- $I_{v,zul}$  den zulässigen Oberschwingungsstrom
- $I_A$  den Strom der Anlage
- $S_{kV}$  die Kurzschlussleistung am Netzverknüpfungspunkt
- $S_A$  die Anschlussleistung der Anlage (Summe der Beträge aus Bezugs-, Erzeugungs- und Speicherleistung).

Folgende Abbildung zeigt als Beispiel die Grenzwerte für Oberwellenströme, die für eine Anlage mit einer Anschlussscheinleistung von 30MVA berechnet wurden.

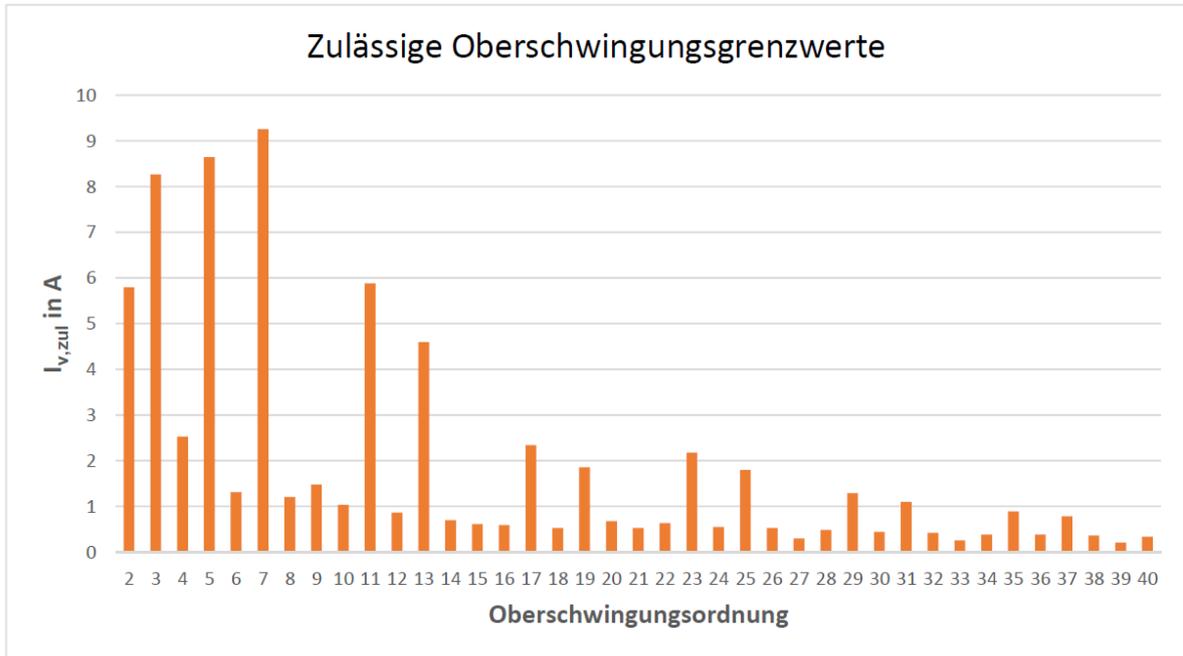


Abbildung E.10 Grenzwerte für Oberschwingungen (Beispiel)