

Modellierung energietechnischer Anlagen und Systeme

Teil 1

Grundlagen

Ausgabe 0.8, 14.04.2024
Autoren: Stephan Rupp

Kontakt: stephan.rupp@srupp.de
Web: <https://www.srupp.de>

Veröffentlicht unter [CC-BY-SA](https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/)

Hinweis zur Verwendung dieses Manuskripts

Ziel der Vorlesung ist die Vermittlung methodischen Wissens über die Modellierung und Simulation elektromechanischer und elektronischer Anlagen und Systeme. Hierzu werden Simulationswerkzeuge eingesetzt, die das Experimentieren und eigenständige Arbeiten mit den Systemen und Anlagen ermöglichen. Das Skript soll als Anleitung zum Lernen genutzt werden.

Das Manuskript ist nicht an ein spezielles Simulationswerkzeug gebunden. In der Vorlesung und für individuelle Seminararbeiten kommen wahlweise zum Einsatz:

- Matlab mit Simulink (Signalflüsse) und Simscape (physikalische Modelle, speziell elektrische Systeme),
- sowie PLECS (Signalflüsse, elektrische und mechanische Modelle),
- oder das Open Source Werkzeug Scilab (Signalflüsse) mit XCOS (physikalische Modelle).

Letzteres funktioniert am zuverlässigsten unter LINUX und setzt diesbezügliches Interesse voraus (beispielsweise zur Installation einer virtuellen Maschine). Für PLECS stehen Studierenden am CAS der DHBW für die Dauer des Studiums Netzwerklizenzen zur Verfügung. Matlab mit allen benötigten Zusatzpaketen gibt es ebenfalls für Studierende für Lehrzwecke kostenlos. Die Wahl einer geeigneter Software ist den Studierenden überlassen.

Zielgruppen sind Studierende der Elektrotechnik oder des Maschinenbaus, die sich in die Modellierung und Simulation energietechnischer Anlagen einarbeiten möchten, sowie Ingenieure, die sich eigenständig in diese Themen einarbeiten möchten. Teil 1 des Manuskripts fasst hierzu alle benötigten Grundlagen an konkreten Beispielen zusammen. Teil 2 des Manuskripts besitzt als Schwerpunkt Maschinen und Anlagen in elektrischen Energieversorgungsnetzen.

Inhaltsverzeichnis

1. Mechanische Systeme	5
1.1. Punktmasse.....	5
1.2. Tempomat.....	7
1.3. Abstandsregler.....	9
1.4. Rotierende Massen.....	10
1.5. Elektrischer Antrieb.....	12
1.6. Elektromechanisches Modell des Fahrzeugs.....	17
2. Elektrische Systeme	19
2.1. Brückengleichrichter.....	19
2.2. Brückenschaltung mit Phasenansteuerung.....	22
2.3. H-Brücke mit Pulsbreitenmodulation.....	24
2.4. Zwölfpuls-Gleichrichter.....	27
3. Photovoltaik	30
3.1. Diodenkennlinie.....	30
3.2. Photodiode.....	32
3.3. Solarzellen und Solarmodule.....	36
3.4. DC-Hochsetzsteller und Wechselrichter.....	37
4. Energiespeicher	40
4.1. Batteriespeicher.....	40
4.2. Superkondensatoren.....	45
4.3. Schwungradspeicher.....	47
4.4. Pumpspeicher.....	51
4.5. Wärmespeicher.....	52
4.6. Wasserstoff als Speicher.....	55
5. Übertrager und Wandler	57
5.1. Passive Übertrager.....	57
5.2. Schaltnetzteile.....	60
5.3. Gleichstromsteller.....	63
5.4. Frequenzumrichter.....	67
5.5. Flusskopplung.....	72
5.6. Leistungstransformatoren.....	76
6. Inselnetz	81
6.1. Lastprofile.....	81
6.2. Erzeugerprofile.....	82
6.3. Auslegung der Anlage.....	83
6.4. Musternetz.....	84

7. Seminararbeit.....	88
8. Klausuraufgaben.....	89
8.1. Rotorsystem einer elektrischen Maschine.....	89
8.2. Zeigertransformation.....	92
8.3. Gleichstrommaschine.....	95
8.4. Netzbildender Betrieb von Anlagen.....	97

1. Mechanische Systeme

1.1. Punktmasse

Ein Fahrzeug soll durch eine Punktmasse auf einem Geländeprofil (schiefe Ebene) abgebildet werden, siehe folgende Abbildung. Hierbei erzeugt die Kraft F den Antrieb in Vorwärtsrichtung, die Hangabtriebskraft F_{ab} berücksichtigt den Einfluss der Schwerkraft in Abhängigkeit der Steigung im Gelände. Das Fahrzeug wird als System interpretiert, bei dem die genannten Kräfte als Stellgröße und Störgröße berücksichtigt werden. Ausgangsgröße ist die Geschwindigkeit v in Vorwärtsrichtung. Das Fahrzeug hat die Masse m .



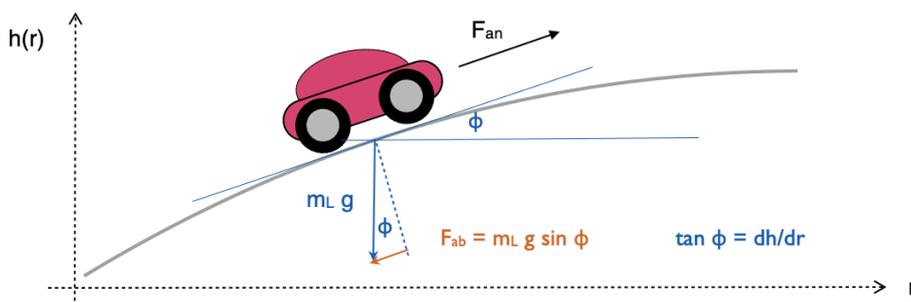
Abbildung 1.1 Modell des Fahrzeugs als bewegte Punktmasse

Frage 1.1.1: Physikalisches Modell. Erstellen Sie die Systemgleichungen.

Lösung: Es gilt hierbei in Fahrrichtung: Die Differenz der Antriebskraft und der Abtriebskraft ergibt die Beschleunigung der Fahrzeugmasse.

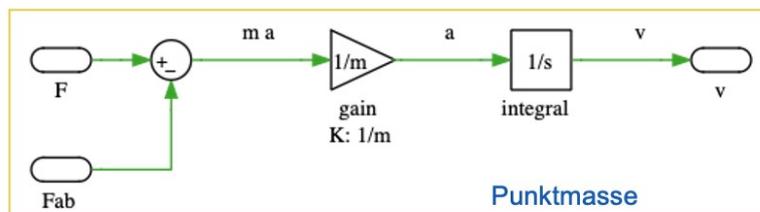
$$m a = F(t) - F_{ab}(t) = F(t) - m g \sin(\phi(t)) \quad (1.1)$$

Hierbei berechnet sich die Abtriebskraft aus dem Gradienten des Geländeprofils.



Frage 1.1.2: Erstellen Sie ein Fahrzeugmodell für die Simulation. Skizzieren Sie den Signalfluss.

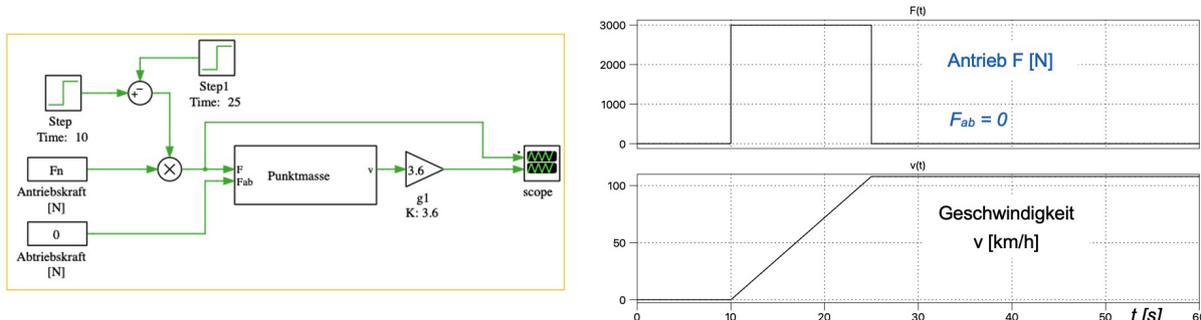
Lösung:



Frage 1.1.3: Simulation. Verwenden Sie eine realistische Größe für die Masse und für das Gelände. Simulieren Sie die Strecke. Überprüfen Sie die Ergebnisse auf Plausibilität.

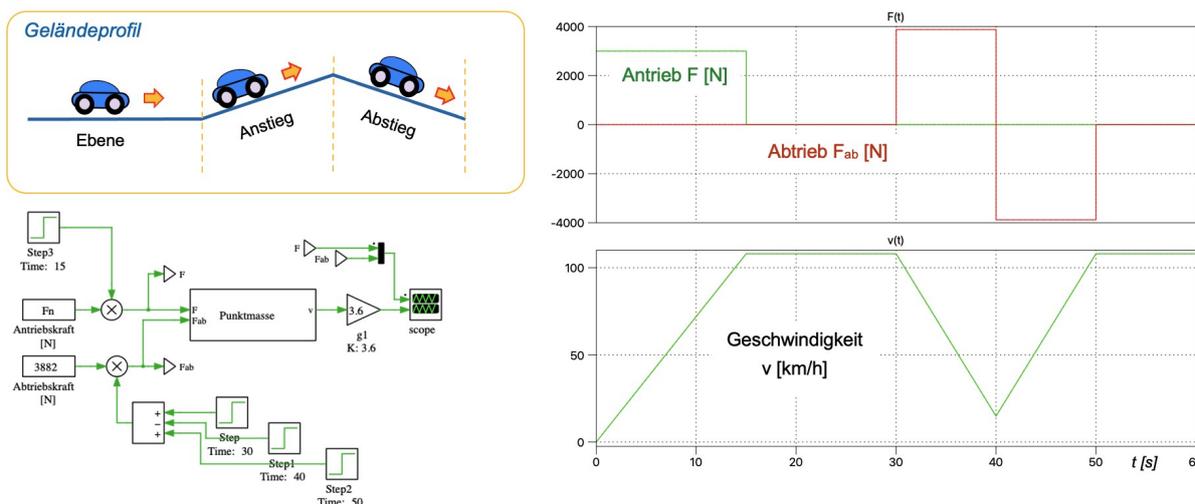
Lösung: Vorgabe Masse $m = 1500 \text{ kg}$ für einen PKW. Um den Wagen auf einer Steigung mit Winkel $\varphi = 45/3 \text{ Grad} = 15 \text{ Grad} = \pi/12$ zu halten, wäre somit eine Kraft von $F = m g \sin(\pi/12)$ erforderlich. Mit $g \approx 10 \text{ m/s}^2$ beträgt die hierfür erforderliche Antriebskraft $F = 3882 \text{ N}$.

Aufbau der Simulation (Beispiel $F = 3000 \text{ N}$ (ohne Steigung) zur Überprüfung der Plausibilität):



Frage 1.1.4: Fahrzyklus. Geben Sie ein Geländeprofil als Teststrecke für einen Fahrzyklus vor. Simulieren Sie das Fahrzeug.

Lösung: Die Strecke soll zunächst eben verlaufen, dann ansteigen und wieder zur Ebene absteigen. Die Abbildung zeigt einen Simulationslauf.

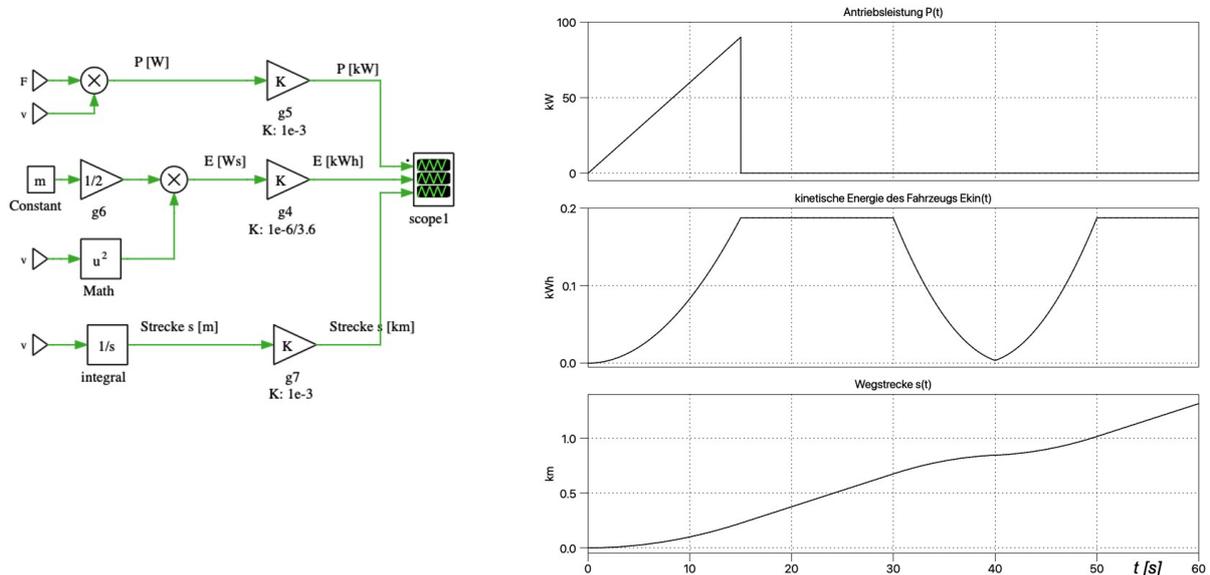


Hierbei wird das Fahrzeug zu Anfang in der Ebene beschleunigt; die Antriebskraft setzt dann aus. In der Ebene bewegt sich das Fahrzeug mit konstanter Geschwindigkeit weiter. Auch der Anstieg kann erklommen werden, wobei die Schwerkraft (= kinetische Energie) des Fahrzeugs allerdings weitgehend aufgebraucht wird. Auf dem Abstieg in die Ebene beschleunigt das Fahrzeug wieder auf seine ursprüngliche Geschwindigkeit.

Bemerkung: Anstieg und Abstieg wurden durch einen vorgegebenen Wert der Abtriebskraft für eine konstante Dauer mit jeweils positivem und negativem Vorzeichen nachgebildet. Die zugehörigen Wegstrecken lassen sich aus der Bahngeschwindigkeit ermitteln. In der Realität wären die Strecken vorgegeben, die zeitliche Dauer der Fahrt wäre abhängig von der Geschwindigkeit.

Frage 1.1.5: Leistung und Energie. Ermitteln Sie die benötigte Antriebsleistung und den Energiebedarf für den Fahrzyklus. Welche Energiebilanz ergibt sich beim Bremsen?

Lösung: Bei dem gewählten Fahrprofil wird nur anfangs beschleunigt. Die Berechnung der Antriebsleistung und kinetischen Energie des Fahrzeugs erfolgt auf Basis der Geschwindigkeit ($P = F \cdot v$ und $E_{kin} = \frac{1}{2} m v^2$). Außerdem lässt sich aus der Geschwindigkeit die zurückgelegte Strecke berechnen. Ein Simulationslauf zeigt folgende Ergebnisse:



Mit dem gewählten Fahrprofil (konstante Antriebskraft = Vollgas) wäre eine Motorleistung von ca. 100 kW erforderlich, speziell die Beschleunigung bei hoher Geschwindigkeit benötigt viel Leistung. Das Fahrzeug nimmt in der Ebene die Energie als kinetische Energie auf: Diese wächst mit dem Quadrat der Bahngeschwindigkeit und bleibt nach Erreichen der Höchstgeschwindigkeit konstant.

In der Steigung wird die kinetische Energie für potenzielle Energie fast aufgebraucht: Das Fahrzeug kommt annähernd zum Stillstand. Im Minimum der Geschwindigkeit (und der kinetischen Energie) wird kaum noch Wegstrecke zurückgelegt. Im anschließenden Gefälle nimmt das Fahrzeug wieder Fahrt auf und erreicht am Ende auf ebener Strecke wieder seine ursprüngliche Geschwindigkeit.

Die Energiebilanz der Steigung ist Null: Die für den Anstieg erforderliche Energie steht als potenzielle Energie für den Abstieg wieder zur Verfügung. Voraussetzung ist allerdings, dass im Gefälle keine Energie durch mechanisches Bremsen verloren geht. Elektrofahrzeuge können beim elektrischen Bremsen einen Teil der Bremsenergie wieder in elektrische Energie rekuperieren.

Da keine Reibungsverluste berücksichtigt wurden, kann die Energie vollständig auf der gewählten Teststrecke vollständig zurück gewonnen werden. Grund hierfür ist, dass Startpunkt und Endpunkt des Profils auf gleicher Höhe liegen. Diese Bedingung ist bei einer Rundfahrt immer gegeben (Startpunkt und Endpunkt der Reise sind gleich). Besteht die Möglichkeit zur Rückgewinnung von Bremsenergie, ist für eine Rundfahrt grundsätzlich keine Energie erforderlich.

Frage 1.1.6: Reibung. Erweitern Sie Ihr Streckenmodell um Rollreibung bzw. Luftreibung. Welchen Einfluß auf den Energiebedarf und die Energiebilanz haben Reibungsverluste?

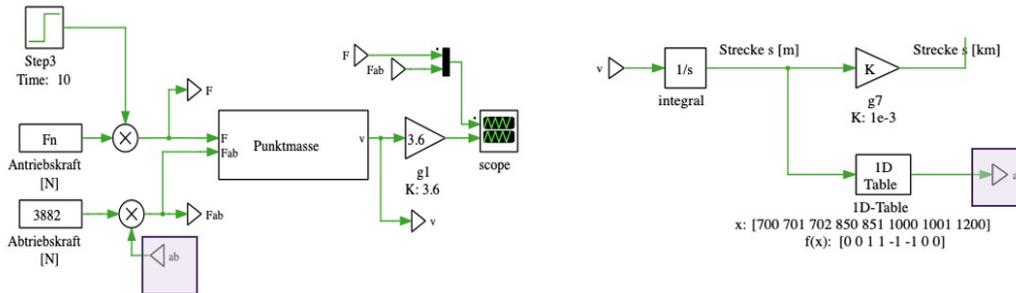
1.2. Tempomat

Gewöhnlich bewegt sich ein Fahrzeug mit einer vorgegebenen Geschwindigkeit fort. Die gewünschte Geschwindigkeit stellt der Fahrer ein, indem er die aktuelle Geschwindigkeit vom Geschwindigkeitsanzeiger (Tachometer) abliest und mit dem Gaspedal oder der Bremse auf Abweichungen reagiert. Ein Tempomat übernimmt als Regler die gleiche Funktion.

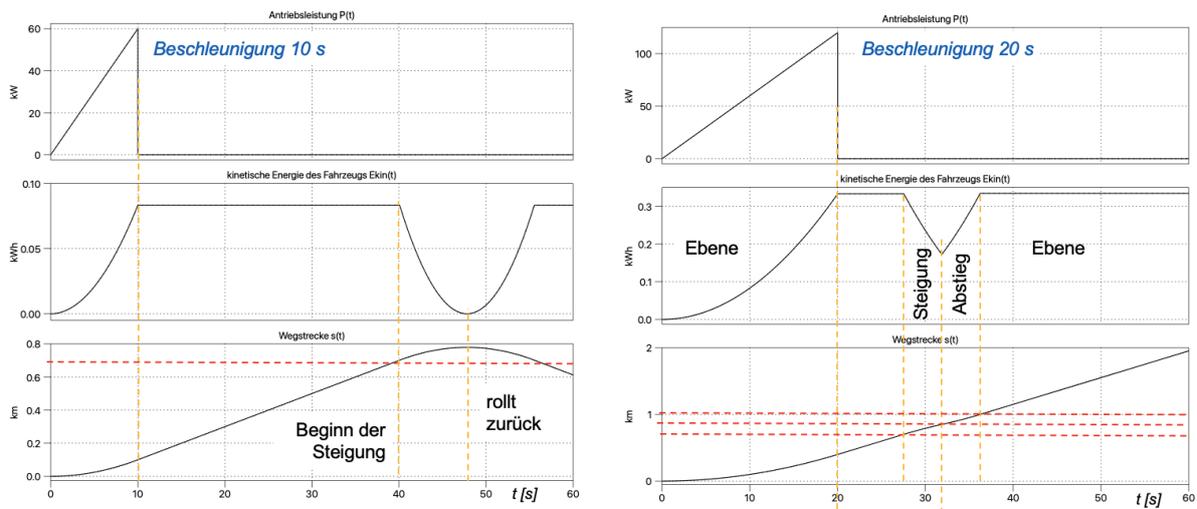
Hierbei beeinflusst das Gaspedal die Brennstoffzufuhr, und somit mittelbar die Antriebskraft (vermittelt über das Drehmoment des Motors über das Getriebe zum Drehmoment auf den Antriebsachsen). Die Bremse wirkt unmittelbar auf die Räder und somit die Antriebskraft. Stellgröße der Regelung ist die Antriebskraft F , Führungsgröße die Geschwindigkeit v .

Frage 1.2.1: Realistisches Streckenmodell. Erweitern Sie das Modell aus Aufgabe 1 so, dass die Abtriebskraft abhängig ist vom Geländeprofil, d.h. von der zurückgelegten Strecke. Untersuchen Sie das Verhalten des Fahrzeugs im Gelände abhängig von der Anfangsbeschleunigung.

Lösungsbeispiel: Die Abtriebskraft hängt nun ab von zurückgelegten Weg. Im Beispiel beginnt der Anstieg bei $s_1 = 700$ m, der Abstieg bei $s_2 = 850$ m, ab $s_3 = 1000$ m ist die Bahn wieder eben.



Folgende Abbildung zeigt einen Simulationslauf.

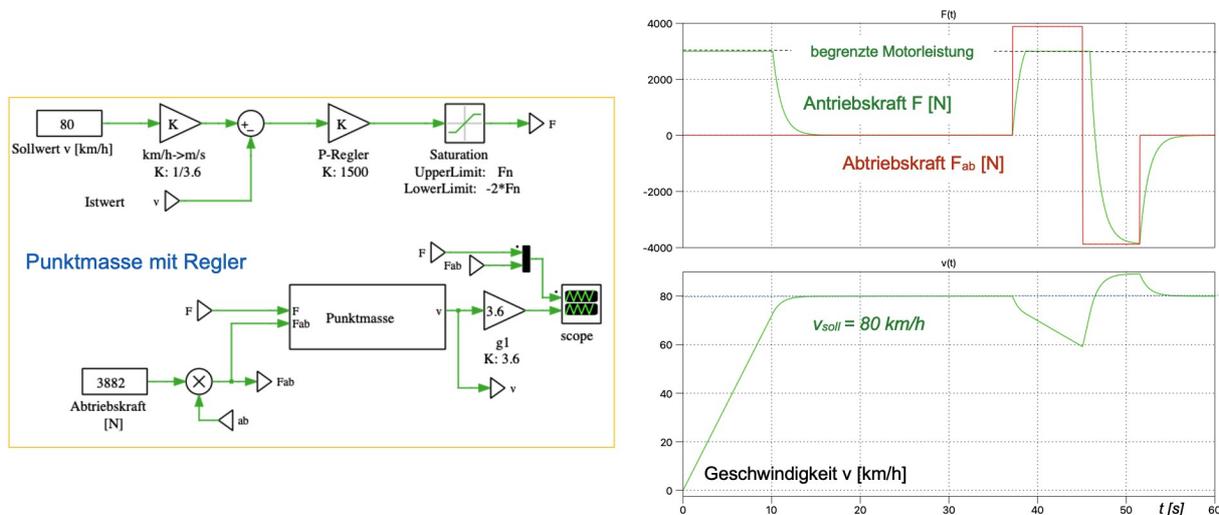


Man erkennt, dass der Zeitpunkt des Anstiegs nun vom zurückgelegten Weg abhängt. Ist die Dauer der Anfangsbeschleunigung zu kurz, erreicht das Fahrzeug seine Fluchtgeschwindigkeit nicht: Es kommt auf der Steigung zum Stillstand und rollt zurück. Bei hinreichender Anfangsbeschleunigung wird die Steigung rasch überwunden und eine weit größere Entfernung zurückgelegt.

Frage 1.2.2: Ergänzen Sie das Modell um einen Geschwindigkeitsregler und überprüfen Sie die Funktion in der Simulation. Welche Unterschiede ergeben sich durch den Regler im Vergleich zum unregulierten Betrieb auf der Teststrecke? Welche Konsequenzen ergeben sich für das Fahrzeug?

Lösungsbeispiel: Die Antriebskraft wird nun vom Regler gestellt. Der Regler erhält hierzu als Vorgabe die Differenz aus der Führungsgröße (Sollwert der Geschwindigkeit) und der Regelgröße (Istwert der Geschwindigkeit). In folgender Abbildung wurde der Regler als P-Regler mit Begrenzung der Stellgröße

ße realisiert: Die maximale Antriebskraft beträgt F_n , zum Bremsen stehen maximal $2 \cdot F_n$ zur Verfügung.



Die Begrenzung wirkt bei Beschleunigung mit Vollgas in der Ebene, so dass das Fahrzeug die gewünschte Geschwindigkeit $v_{soll} = 80 \text{ km/h}$ nach etwa 12 s erreicht. Im Anstieg und im Gefälle versucht der Regler, den Einfluss der Abtriebskraft F_{ab} zu kompensieren. Wegen der begrenzten Motorleistung (bzw. der begrenzten Antriebskraft) gelingt dies im Anstieg nicht: Das Fahrzeug ist für die Steigung untermotorisiert und wird langsamer. Für das Gefälle genügt die Bremskraft, allerdings wird auch hier die Sollgeschwindigkeit überschritten.

1.3. Abstandsregler

Das Fahrzeug soll nun so geregelt werden, dass der Abstand zum voraus fahrenden Fahrzeug konstant gehalten wird. Es wird also Fahren in der Kolonne möglich. Folgende Abbildung zeigt das Prinzip.

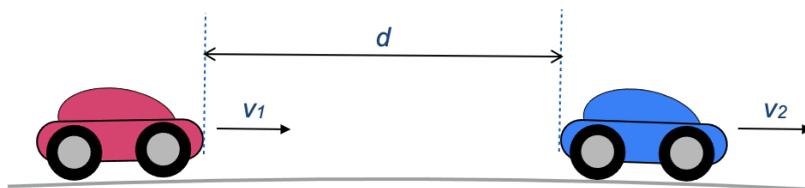


Abbildung 1.2 Regelung des Abstands d zum vorausfahrenden Fahrzeug

Frage 1.3.1: Skizzieren Sie die Struktur der Regelung. Erläutern Sie das Funktionsprinzip. Hinweis: Die Geschwindigkeit $v_2(t)$ des vorausfahrenden Fahrzeugs ist als Störgröße einzuführen.

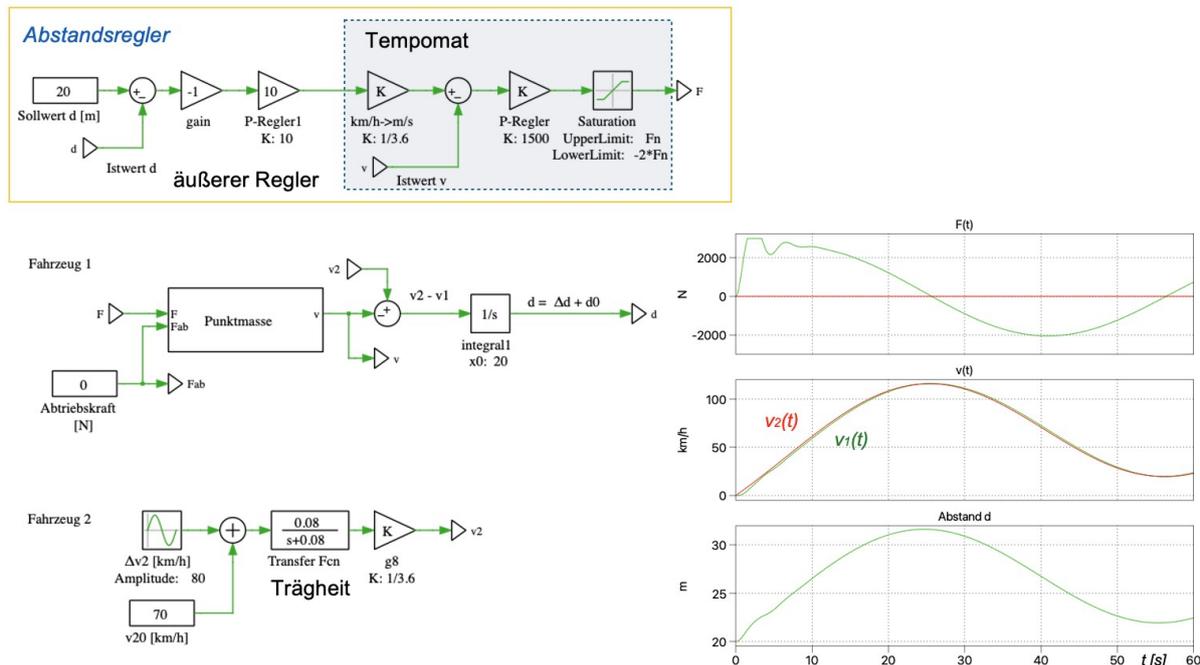
Lösung: Der Abstand d ergibt sich aus dem Integral der Geschwindigkeitsdifferenz beider Fahrzeuge:

$$d(t) = \int_0^t (v_2(\tau) - v_1(\tau)) \cdot d\tau + d_0 \quad (1.2)$$

Hierbei ist d_0 der initiale Abstand beider Fahrzeuge. Stellgröße für die Abstandsregelung ist die Geschwindigkeit $v_1(t)$ des Fahrzeugs 1.

Der Regler lässt sich somit als Kaskade aufbauen: Innerer Regler ist der Tempomat aus Aufgabe 1.2, dessen Führungsgröße $v_1(t)$ jetzt die Stellgröße des äußeren Reglers für den Abstand d darstellt.

Die Geschwindigkeit $v_2(t)$ des Fahrzeugs 2 wird als weitere Störgröße eingeführt. Folgende Abbildung zeigt den Aufbau des Reglers und die Modelle beider Fahrzeuge.



Frage 1.3.2: Implementieren Sie den Regler und überprüfen Sie die Funktion. Welche Rolle spielen die Motorleistung und die Trägheit der Fahrzeuge?

Lösungsbeispiel: siehe Abbildung unter der Lösung von Frage 1.3.1. Der Abstand d kann nur dann konstant bleiben, wenn die Geschwindigkeiten beider Fahrzeuge exakt übereinstimmen. Wegen der begrenzten Leistung (bzw. begrenzten Antriebskraft und Bremskraft) von Fahrzeug 1 lässt sich die Geschwindigkeit nur dann anpassen, wenn Motorleistung und Bremskräfte annähernd übereinstimmen, bzw. wenn Fahrzeug 1 übermotorisiert ist.

Für Fahrzeug 2 müsste somit ebenfalls ein Punktmassenmodell verwendet werden. In oben dargestelltem Beispiel wurde näherungsweise eine Trägheit mit Hilfe einer Übertragungsfunktion (engl. transfer function) nachgebildet: Der Wert kennzeichnet die Grenzfrequenz eines Tiefpass-Filters erster Ordnung (im Beispiel $f_g = 0.08$ Hz, d.h. der vorgegebene Wert wird mit einer Zeitkonstanten $T = 1/f_g \approx 12$ s erreicht).

Da der Abstandsregler durch Vorgabe des Sollwertes der Geschwindigkeit massiv in die Antriebskraft eingreift und somit innerhalb der Grenzen Vollgas und Vollbremsung agiert, sollte die Führungsgröße d_{soll} (= Sollwert des Abstands) besser nicht sprunghaft vorgegeben werden. Im Beispiel wurde das berücksichtigt, indem der initialer Abstand $d_0 = d_{\text{soll}}$ vorausgesetzt wurde. Der Abstandsregler würde somit mit einem Sollwert gestartet, der dem aktuellen Abstand entspricht. Ziel dieser Vorgabe wäre es, den aktuellen Abstand in einer Kolonne zu halten.

1.4. Rotierende Massen

Ein reales Fahrzeug besitzt Antrieb und Räder, die einerseits als rotierende Massen eine weitere Massenträgheit in das System bringen, andererseits aus dem Motormoment die Antriebskraft erzeugen. Zunächst soll das Modell des Fahrzeugs als Punktmasse um die Massenträgheit von Antrieb und Rädern erweitert werden.

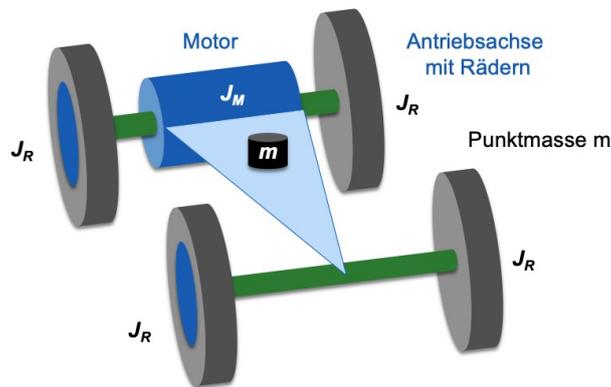


Abbildung 1.3 Rotierende Massen im Fahrzeug

Hierbei wird die Punktmasse m ergänzt um die Trägheitsmomente J_R der Räder, sowie um das Trägheitsmoment J_M des Motors.

Frage 1.4.1: Geben Sie realistische Abmessungen für den Rotor des Motors und die Räder vor. Schätzen Sie die Trägheitsmomente ab. Legen Sie den Radius der Räder fest.

Lösungsbeispiel: Für massive zylindrische Körper berechnet sich das Trägheitsmoment $J = m r^2 / 2$. Für einen Motor mit einem Durchmesser von 40 cm und einer Masse von 60 kg erhält man $J_M = 1,2 \text{ kg m}^2$. Für 1 Rad der Masse 20 kg (Felge und Reifen) und 70 cm Durchmesser (40 cm Felge plus 30 Reifenhöhe) ergibt sich $J_R = 1,225 \text{ kg m}^2$. Insgesamt erhält man somit ein Trägheitsmoment von $J_M + 4 J_R = 6,1 \text{ kg m}^2$.

Frage 1.4.2: Welche Beziehung besteht zwischen dem Antriebsmoment des Motors, dem Lastmoment und den Drehimpulsänderungen der Schwungmassen? Erstellen Sie die Systemgleichung.

Lösung: Die Differenz aus Antriebsmoment und Lastmoment ergibt eine Drehimpulsänderung (d.h. Beschleunigung bzw. Bremsung der rotierenden Massen). Systemgleichung:

$$(J_M + J_{\text{Räder}}) \dot{\omega} = M(t) - M_{\text{ab}}(t) \quad (1.3)$$

Die Struktur dieser Gleichung (Gleichgewicht der Drehmomente) stimmt mit der Struktur von Gleichung (1.1) überein (Gleichgewicht der Kräfte). Die Änderung der Drehzahl entspricht hierbei der Winkelbeschleunigung.

Bemerkung: Hierbei ist angenommen, dass die Drehzahl der Räder mit der Drehzahl des Motors übereinstimmt. Bei Verwendung eines Getriebes wären hier zwei unterschiedliche Drehzahlen einzuführen, die über das Übersetzungsverhältnis des Getriebes miteinander verknüpft sind.

Frage 1.4.3: Welche Beziehung besteht zwischen den Momenten und den Kräften? Erstellen Sie die Systemgleichungen.

Lösung: Das Lastmoment entsteht durch die Abtriebskraft, die am Radius der Räder als Hebel wirkt. Es gilt somit $M_{\text{ab}} = F_{\text{ab}} r_{\text{Rad}}$. Das Motormoment ist durch die Bauart des Motors vorgegeben. Das Gleichgewicht mit der Abtriebskraft wird wiederum über die Räder als Hebel hergestellt. Bei Verwendung eines Getriebes wird dieser Hebel wahlweise verlängert (mehr Kraft beim Anfahren) bzw. verkürzt (beim Halten einer höheren Geschwindigkeit mit weniger Kraft).

Systemgleichungen: Es muss zusätzlich die Fahrzeugmasse (Punktmasse m) berücksichtigt werden. Die Erweiterung von Gleichung (1.3) ergibt:

$$(J_M + J_{\text{Räder}}) \dot{\omega} + r_{\text{Rad}} m \dot{v} = M(t) - M_{\text{ab}}(t) = M(t) - r_{\text{Rad}} F_{\text{ab}}(t) \quad (1.4)$$

Interpretation: Eine Differenz von Antriebsmoment und Lastmoment führt zu einer Drehimpulsänderung der rotierenden Massen, sowie zu einer Änderung der Fahrzeuggeschwindigkeit. Die Trägheitsmomente bilden somit einen zusätzlichen Energiespeicher im System.

$$\frac{(J_M + J_{\text{Räder}})\dot{\omega}}{r_{\text{Rad}}} + m \dot{v} = F(t) - F_{\text{ab}}(t) \quad (1.4')$$

Hierbei gilt $v = \omega r_{\text{Rad}}$, und somit:

$$\left(\frac{J_M + J_{\text{Räder}}}{r_{\text{Rad}}^2} + m\right) \dot{v} = F(t) - F_{\text{ab}}(t) \quad (1.4'')$$

Frage 4.4: Erstellen Sie den Signalfuss für das erweiterte Modell. Testen Sie das Modell in der Simulation. Worin bestehen die Unterschiede zum Modell mit der einfachen Punktmasse?

Lösung: Die Masse aus dem Punktmassenmodell wird um die Trägheitsmomente gemäß (1.4'') erweitert. Testlauf: Es sind kaum Unterschiede zu erwarten, da die Fahrzeugmasse m nur um den Ausdruck $(J_M + J_{\text{Räder}})/r_{\text{Rad}}^2 \approx 50 \text{ kg}$ zu korrigieren wäre.

1.5. Elektrischer Antrieb

Für das Fahrzeug soll ein geeigneter elektrischer Antrieb ausgewählt werden. Im Modell soll hierfür ein Gleichstrommotor mit passender Motorleistung verwendet werden. Der Motor wird zunächst ohne Fahrzeug betrachtet. Folgende Abbildung zeigt das elektrische Ersatzschaltbild des Motors zusammen mit dem regelungstechnischen Modell:

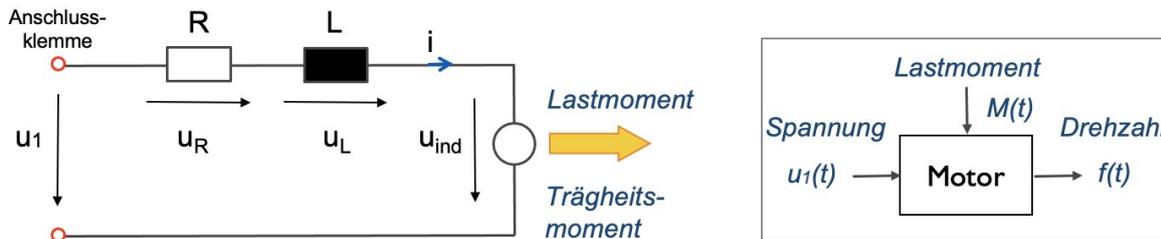


Abbildung 1.4 Modell des elektrischen Antriebs

Frage 1.5.1: Elektrisches Modell. Wie lauten die elektrischen Systemgleichungen? Welchen Einfluss hat die Induktivität im Modell bei einem Gleichstrommotor?

Lösung:

$$u_1(t) = R i(t) + L \frac{di(t)}{dt} + u_{\text{ind}}(t) = R i(t) + L \frac{di(t)}{dt} + k_M \omega(t) \quad (1.5)$$

Da die Induktivität L nur auf Stromänderungen wirkt, ist ihr Beitrag in einem Gleichspannungssystem in aller Regel im Vergleich zur mechanischen Reaktionszeit nur eine vernachlässigbare Zeitkonstante. Näherungsweise gilt daher:

$$u_1(t) = R i(t) + k_M \omega(t) \quad (1.5')$$

Die induzierte Spannung u_{ind} ist proportional zur Drehzahl der Maschine. Hierbei ist k_M eine Motorkonstante (= Modellparameter). Bemerkung: Im Modell ist die induzierte Spannung u_{ind} eine Gleichspannung bzw. ideal gleichgerichtete Spannung. In der Realität würde die Gleichrichtung der vom Rotor im Stator induzierten Wechselspannung mit Kreisfrequenz $\omega = 2\pi f$ durch den Kommutator an der Welle

der Maschine erfolgen. Die Induktivität sorgt für die Glättung des Stroms über der Differenz der stabilen Klemmenspannung und der gleichgerichteten induzierten Wechselspannung.

Frage 1.5.2: Mechanisches Modell. Der Motor besitzt ein Trägheitsmoment (siehe Aufgabe 1.4). Wie lauten die mechanischen Systemgleichungen.

Lösung: siehe Gleichung (1.3)

$$J_M \dot{\omega} = M_M(t) - M_{Last}(t) \quad (1.6)$$

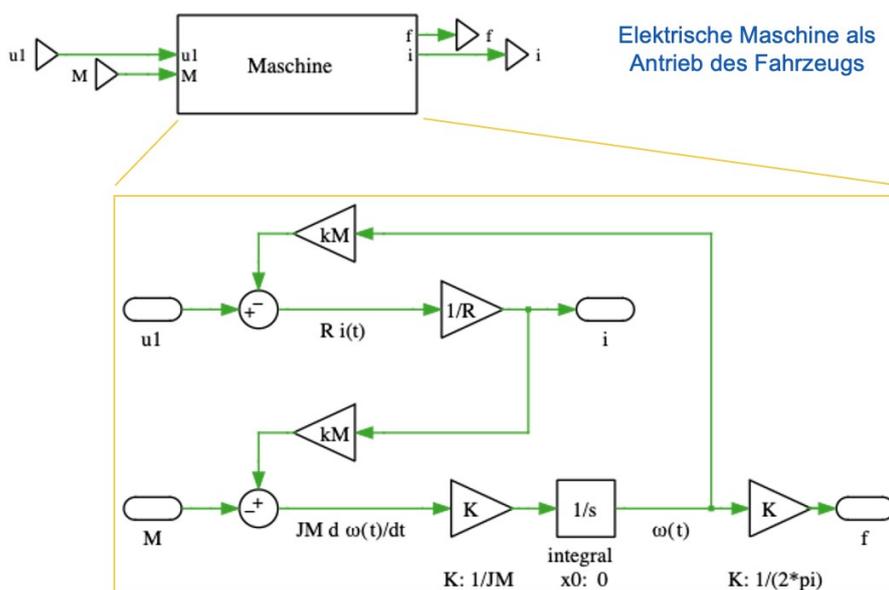
Die Differenz von Motormoment M_M und Lastmoment M_{Last} bewirkt eine Drehimpulsänderung der Maschine. Das Motormoment ist proportional zum Motorstrom: $M_M(t) = k_M i(t)$:

$$J_M \dot{\omega} = k_M i(t) - M_{Last}(t) \quad (1.6')$$

Frage 1.5.3: Systemmodell. Fassen Sie die Systemgleichungen zu einem Signalfluss zusammen.

Lösung: Gemäß der gewählten Systembeschreibung (siehe Abbildung unter Aufgabe 1.5) sind die Klemmenspannung $u_1(t)$ und das Lastmoment $M(t) = M_{Last}(t)$ Eingangsgrößen. Die Drehzahl $f(t)$ ist Ausgangsgröße. Der Strom $i(t)$ ist eine interne Größe (Zustandsgröße). Beide Gleichungen sind über den Strom $i(t)$ und die Kreisfrequenz $\omega(t)$ miteinander gekoppelt.

Aus den Systemgleichungen (1.5') und (1.6') ergibt sich folgender Signalfluss:



Hierbei wurde außer der Drehzahl auch der Motorstrom herausgeführt.

Frage 1.5.4: Modellparameter. Welches sind die Parameter (= Kenngrößen) des Antriebs im Modell? Wie lässt sich die Maschinenkonstante k_M interpretieren?

Lösung: Die Modellparameter sind $\{R, k_M, J_M\}$. Die Maschinenkonstante folgt aus dem Gleichgewicht elektrischer und mechanische Leistung bei konstanter Drehzahl:

$$P_{el} = UI = P_{mech} = M\omega \quad (1.7)$$

Hieraus folgt:

$$\frac{U}{\omega} = \frac{M}{I} = k_M = \text{konstant} \quad (1.8)$$

Die Größe der Maschinenkonstante ist abhängig von der Konstruktion der Maschine: Im Arbeitspunkt soll bei Nenndrehzahl die Nennspannung induziert werden, bzw. mit Nennstrom das Nennmoment erzeugt werden.

Frage 1.5.5: Modellparameter bestimmen. Bestimmen Sie die Modellparameter aus folgenden Vorgaben:

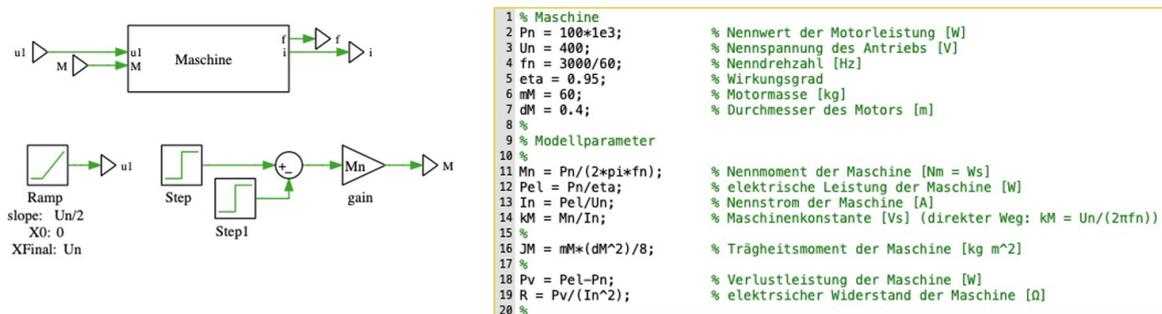
- Motorleistung P_n (= mechanische Leistung) = 100 kW
- Nennspannung $U_n = 400$ V
- Nenndrehzahl $f_n = 3000$ 1/min ($f_{\max} = 15000$ 1/min)
- Wirkungsgrad $\eta = 0,95$
- Masse m_M und Durchmesser d_M des Motors: 60 kg, 0,4 m.

Lösung:

- Es gilt $P_{\text{mech}} = P_n = M_n \omega_n$. Da P_n und ω_n gegeben sind, folgt hieraus das Nennmoment $M_n = 318$ Nm.
- Im Motorbetrieb wäre die elektrische Leistung $P_{\text{el}} = P_n / \eta = U_n I_n$. Hieraus folgt der Nennstrom $I_n = 263$ A.
- Aus dem Nennmoment und Nennstrom berechnet sich die Maschinenkonstante $k_M = M_n / I_n = 1,21$ Nm/A = 1,21 Vs/A = 1,21 Vs. Plausibilität: Es gilt auch $u_{\text{ind}} = k_M \omega$. Auch hierfür wäre die korrekte physikalische Einheit von $[k_M] =$ Vs.
- Der Verlustwiderstand R berechnet sich aus der Verlustleistung bei Nennstrom. Es gilt $(P_{\text{el}} - P_n) = I_n^2 R$. Hieraus folgt $R = 0,076$ Ω .
- Trägheitsmoment J_M : Lässt sich grob abschätzen gemäß der Zylinderformel $J = m r^2/2$. $J_M = 1.2$ kg m².

Frage 1.5.6: Wählen Sie passende Modellparameter für ihr Fahrzeug aus und simulieren Sie den Antrieb. Hinweis: Es genügt eine Simulation des Antriebs ohne das Fahrzeug.

Lösungsbeispiel: Folgende Abbildung zeigt den Aufbau der Simulation.

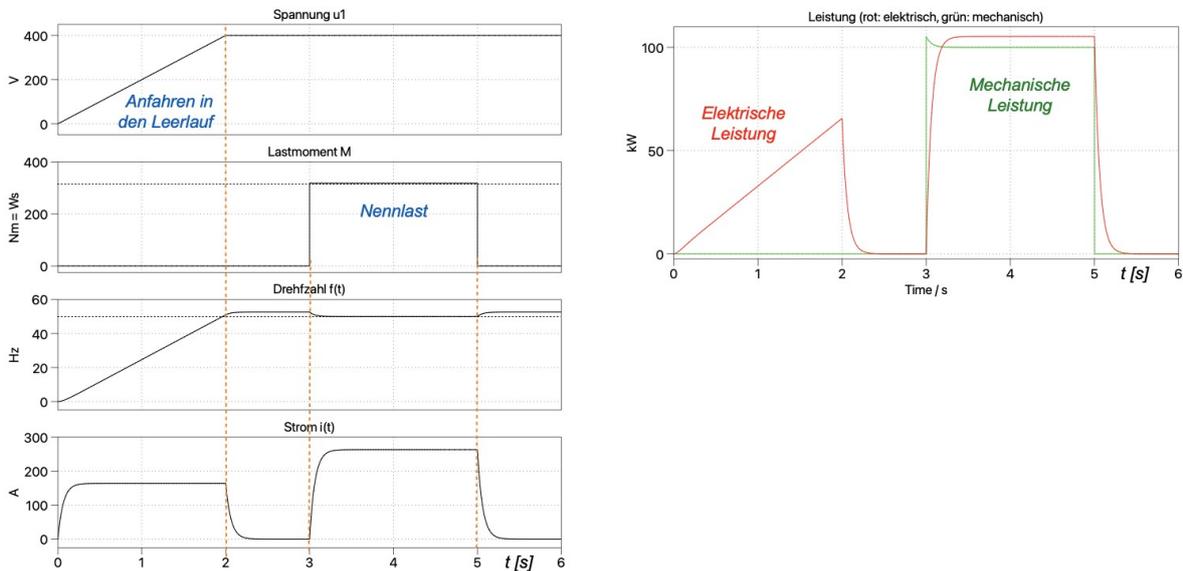


Die Modellparameter werden aus den Vorgaben in Aufgabe 1.5.5 im Simulationsprogramm berechnet (bei Matlab/Simscape im Workspace zu finden, bei PLECS unter dem Menüpunkt „Simulation/Simulation-Parameters/Initialization“).

Am Eingang der Maschine wird die Spannung mit Hilfe einer Rampe auf die Nennspannung hochgefahren. Dieser Start soll andernfalls zu hohe Einschaltströme verhindern. Zunächst ist noch keine Last

vorhanden: Die Maschine sollte also die Leerlaufdrehzahl erreichen. Zu gegebener Zeit wird das Nennmoment als Lastsprung zugeschaltet, später wieder abgeschaltet.

Die Maschine zeigt folgendes Verhalten.



Die Drehzahl folgt der Spannung, wie bei einer Gleichstrommaschine zu erwarten. Die Leerlaufdrehzahl liegt etwas über der Nenndrehzahl. Mit Zuschalten des Nennmoments sinkt die Drehzahl auf die Nenndrehzahl. Der Strom folgt dem Lastmoment. Allerdings ist auch der Anlauf im Leerlauf mit einem Motorstrom verbunden: Das zugehörige elektrische Moment dient der Beschleunigung der rotierenden Masse, es wird kinetische Energie aufgenommen. Mit zugeschaltetem Lastmoment folgt der Motorstrom der Last, bis auf die Beschleunigung bzw. Abbremsung der trägen Masse des Antriebs.

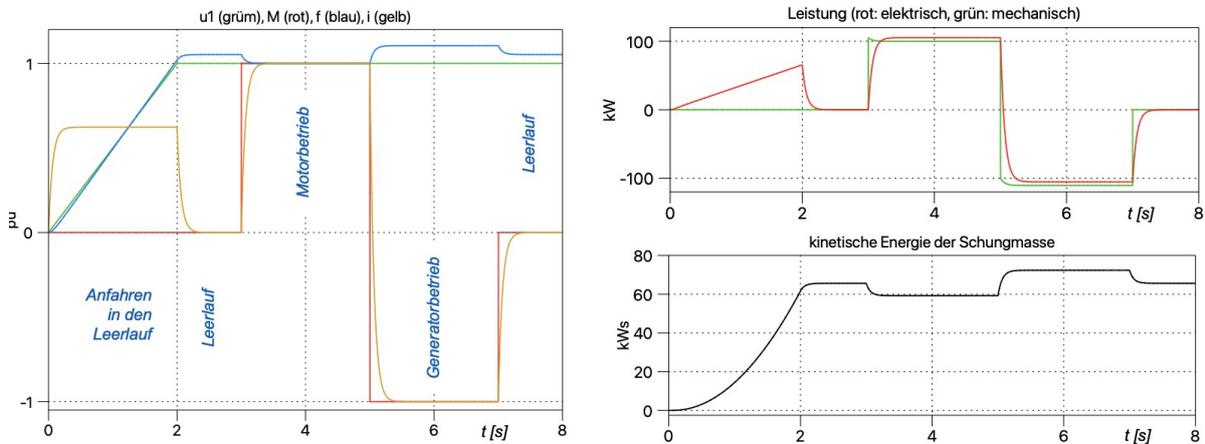
Der Zeitverlauf der mechanischen Leistung $P = M \omega$ und elektrischen Leistung $P_{el} = U I$ ist im rechten Teil der Abbildung dargestellt. Der Anlauf der Maschine im Leerlauf ist mit der Aufnahme elektrischer Leistung verbunden. Das geforderte mechanische Moment wird sofort erbracht, die mechanische Leistung enthält hierbei die Leistung aus der kinetischen Energie der rotierenden Masse. Im eingeschwungenen Zustand lässt sich aus dem Unterschied von elektrischer Leistung und mechanischer Leistung die Verlustleistung ablesen. Im Motorbetrieb werden die Verluste aus der von der Batterie bezogenen elektrischen Leistung gedeckt.

Frage 1.5.7: Generatorbetrieb der Maschine bei Gefälle. Bei negativem Lastmoment soll die Maschine dieses Lastmoment in elektrische Energie umsetzen, die in einer Batterie gespeichert werden soll. Erweitern Sie Ihre Maschine für den Betrieb bei umgekehrten Lastmoment.

Lösung: Änderungen an der Maschine sind nicht erforderlich: eine elektrische Maschine kann sowohl als Motor und als Generator betrieben werden. Der Generatorbetrieb stellt sich ein, wenn das Lastmoment negativ wird: in diesem Fall wird die Maschine angetrieben. Die Stromrichtung kehrt sich um: Die Spannungsquelle u_1 nimmt die Leistung nun auf.

Im Detail: Der Generatorbetrieb wird einfach dadurch hergestellt, dass sich die Richtung des Drehmomentes umkehrt (Gefälle statt Steigung). Die Höhe der Klemmenspannung wird hierbei konstant gehalten. Da der Strom dem Lastmoment folgt, kehrt sich bei negativem Lastmoment die Richtung des Stromes um. Somit wird das Produkt aus Strom $i(t)$ und Spannung $u_1(t)$ an der Klemme der Maschine ebenfalls negativ: Die Spannungsquelle nimmt elektrische Leistung auf.

Folgende Abbildung zeigt einen Simulationslauf, wobei zum direkten Vergleich alle Größen auf die Nennwerte normiert wurden (Darstellung im pu-System, pu = per unit):



Hierbei wurden die Eingangsgrößen wie folgt gewählt:

- Klemmenspannung $u_1(t)$: Anfahren bis $T = 2$ s, dann konstanter Wert $u_1(t) = U_n$
- Lastmoment $M(t)$: positives Lastmoment $M(t) = M_n$ zum Zeitpunkt $T = 3$ s (schiefe Ebene mit positiver Steigung); Zum Zeitpunkt $T = 5$ s negatives Lastmoment $M(t) = -M_n$; Lastabwurf $M(t) = 0$ ab Zeitpunkt $T = 7$ s.

Die Ausgangsgrößen zeigen folgendes Verhalten:

- Strom $i(t)$: folgt dem Lastmoment (siehe Gleichung (1.6')); Hierdurch Stromumkehr beim Vorzeichenwechsel des Lastmoments bei konstanter Klemmenspannung.
- Drehzahl $f(t)$: folgt der Klemmenspannung (siehe Gleichung (1.5')); Der Beitrag $R i(t)$ kann wegen des großen Wirkungsgrades hierbei vernachlässigt werden. Bei Lastumkehr wird somit die Drehrichtung beibehalten. Hierdurch dreht sich bei Lastumkehr das Vorzeichen der mechanischen Leistung um.
- Leistung $P(t) = P_{\text{mech}}(t) = M(t) \omega(t)$: Bei Lastumkehr folgt eine Umkehr der Leistung. Wegen des Wirkungsgrades der Maschine wird hierbei mehr mechanische Leistung aufgenommen als an der Klemme der Maschine elektrisch aufgenommen wird.
- Kinetische Energie der Maschine: Die Schwungmasse nimmt durch die Rotation kinetische Energie auf nach der Beziehung $E = \frac{1}{2} J \omega^2$. Die Trägheit des Systems lässt sich aus dem Verhältnis zu kinetischer Energie bei Nenn Drehzahl und Nennleistung bilden: $H = E/P$. Mit den gegebenen Größen erhält man $H \approx 60 \text{ kW} / 100 \text{ kW} = 0,6 \text{ s}$.

An der Maschine selbst sind somit für den Generatorbetrieb keine Änderungen erforderlich. In einem realen System würde die Klemmenspannung $u_1(t)$ durch die Fahrzeugbatterie auf einem konstanten Wert gehalten werden. Im Modell übernimmt diese Rolle die ideale Klemmenspannung $u_1(t)$.

Frage 1.5.8: Einfluss der Klemmenspannung. Wie verhält sich die Maschine unter den gleichen Lastverhältnissen, wenn die Klemmenspannung konstant auf Null gehalten wird (kurzgeschlossene Maschinenklemmen)? Erläutern Sie das Verhalten.

1.6. Elektromechanisches Modell des Fahrzeugs

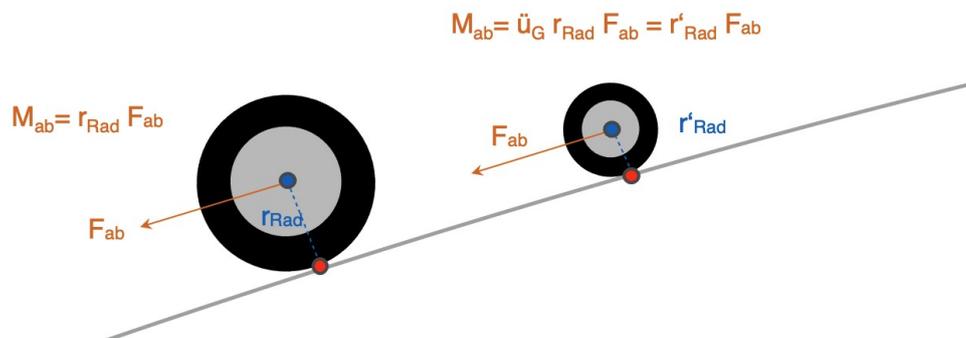
Der Gleichstrommotor soll nun als Antrieb ins Fahrzeugmodell eingebaut werden. Hierbei wird so vorgegangen, dass der Antrieb um das Fahrzeug als Punktmasse mit den rotierenden Massen der Räder ergänzt wird. Hierbei werden Kräfte in Drehmomente übersetzt.

Frage 1.6.1: Lastmoment und Steigungswinkel. Wie hängen Lastmoment und Hangabtriebskraft zusammen? Lässt sich aus dem Lastmoment der Steigungswinkel des Geländes rekonstruieren?

Lösung: Die Hangabtriebskraft besitzt als Hebel den Radius des Rades, d.h. $M_{ab} = F_{ab} r_{Rad}$. Verwendet man den Ansatz $F_{ab} = M_{ab}/r_{Rad} = m g \sin(\varphi)$, so lässt sich aus der Vorgabe des Lastmomentes der Steigungswinkel φ rekonstruieren.

Frage 1.6.2: Getriebe. Welche Rolle spielt ein Getriebe im Fahrzeug?

Lösung: Ein Getriebe mit Übersetzung $\ddot{u}_G = \varphi_{Rad}/\varphi_{Motor}$ verändert den effektiven Raddurchmesser, d.h. $r'_{Rad} = r_{Rad} \ddot{u}_G$. Dreht sich der Motor z.B. pro Radumdrehung um 2 Umdrehungen ($\ddot{u}_G = 0.5$), so halbiert sich hierdurch der effektive Raddurchmesser (und somit der Hebel der Abtriebskraft). Umgekehrt betrachtet, kann bei gleichem Motormoment am Rad die doppelte Kraft entwickelt werden. Folgende Abbildung illustriert das Prinzip.



Der Preis des kürzeren Hebels der Abtriebskraft ist der verkürzte Weg bei gleicher Drehzahl, und somit die geringere Bahngeschwindigkeit.

Frage 1.6.3: Fahrzeugmodell. Erweitern Sie Ihr Antriebsmodell um das Fahrzeugmodell. Verzichten Sie hierfür zunächst auf ein Getriebe (d.h. der Motor sitzt direkt auf der Antriebsachse). Führen Sie dann ein Getriebe zwischen Motor und Antriebsrädern ein.

Lösung: Im einfachsten Fall wird die Punktmasse aus Gleichung (1.4) im vorhandenen Fahrzeugmodell als Trägheitsmoment berücksichtigt. Sofern kein Getriebe vorhanden ist und somit eine einheitliche Drehzahl ω für Rad und Motor gilt, ergeben sich hierdurch keinerlei Einschränkungen.

$$J_M \dot{\omega} + 4 J_{Rad} \dot{\omega} + r_{Rad} m \dot{v} = (J_M + 4 J_{Rad} + r_{Rad}^2 m) \dot{\omega} = M(t) - M_{ab}(t) \quad (1.9)$$

Die Trägheitsmomente von Motor, 4 Rädern und das äquivalente Trägheitsmoment der Punktmasse über der Winkelgeschwindigkeit der Räder lassen sich zu einem Gesamtträgheitsmoment zusammenfassen.

Bei Einbau eines Getriebes muss eine weitere Drehzahl eingeführt werden: $\omega_{Rad} = \ddot{u}_G \omega$. Die Drehzahl der Räder ω_{Rad} geht mit Hilfe der Übersetzung \ddot{u} aus der Motordrehzahl ω hervor. Unabhängig vom Bezugssystem muss die kinetische Energie erhalten bleiben, es gilt somit

$$\frac{1}{2} J' \omega^2 = \frac{1}{2} J \omega_R^2 = \frac{1}{2} J \ddot{u}_G^2 \omega^2 \quad (1.10)$$

Beim Wechsel ins Bezugssystem des Antriebs gilt somit $J' = J \dot{u}_G^2$. Bezogen auf die Motordrehzahl erhält man insgesamt:

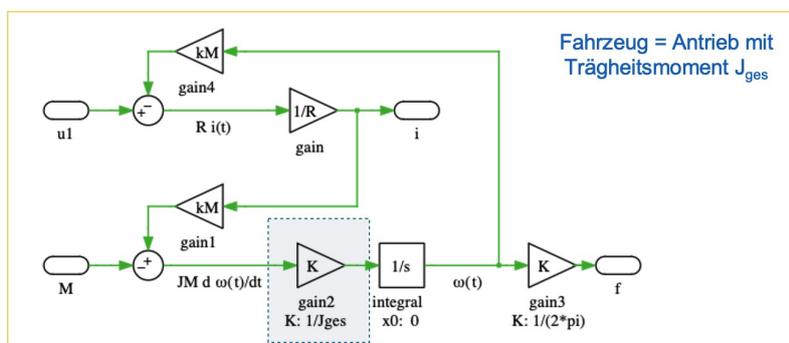
$$J_M \dot{\omega} + 4 J_{\text{Rad}} \dot{\omega}_{\text{Rad}} + r_{\text{Rad}}^2 m \dot{\omega}_{\text{Rad}} = (J_M + 4 J_{\text{Rad}} \dot{u}_G^2 + r_{\text{Rad}}^2 m \dot{u}_G^2) \dot{\omega} = M(t) - M_{\text{ab}}(t) \quad (1.11)$$

Frage 1.6.4: Simulation. Ergänzen Sie das Modell um ein Getriebe und testen Sie das Modell in der Simulation.

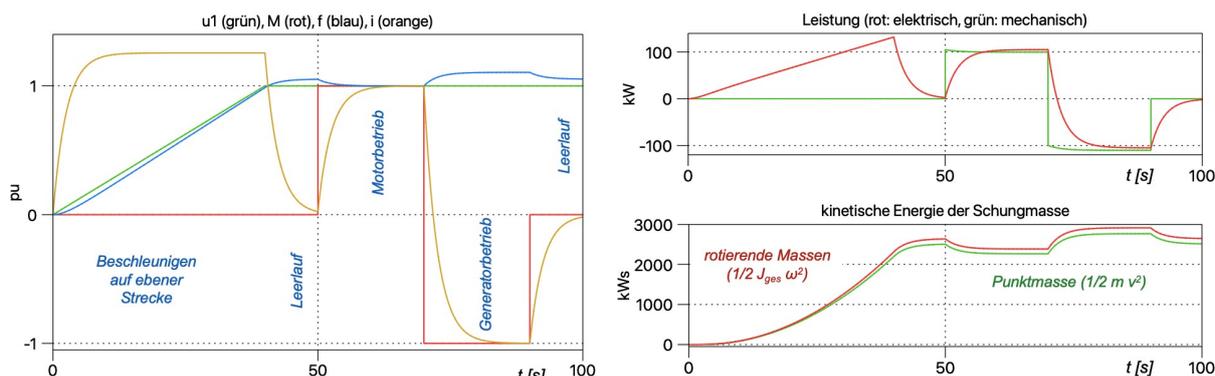
Lösungsbeispiel: Der Aufbau des Antriebs kann beibehalten werden. Wesentlicher Unterschied ist das nun erheblich vergrößerte effektive Trägheitsmoment:

$$J_{\text{ges}} = J_M + 4 J_{\text{Rad}} \dot{u}_G^2 + r_{\text{Rad}}^2 m \dot{u}_G^2 \quad (1.12)$$

Mit den unter Aufgabe 1.4 genannten Werten ergibt sich mit $J_{\text{ges}} = 48,4 \text{ kg m}^2$ ein gegenüber dem Antrieb ($J_M = 1,2 \text{ kg m}^2$) ein erheblich vergrößertes Trägheitsmoment. Die im Verhältnis zur Motorleistung definierte Trägheit $H = E_{\text{kin}}/P$ wird nun im Verhältnis der Trägheitsmomente J_{ges}/J_M ebenfalls um einen Faktor 40 größer: $H = 40 * 0,6 \text{ s} = 24 \text{ s}$ (siehe Aufgabe 1.5.7).



Im Modell der Maschine wurde das Trägheitsmoment J_M durch das gesamte Trägheitsmoment J_{ges} ersetzt. Davon abgesehen bleibt das Modell unverändert. Folgende Abbildung zeigt einen Simulationslauf über eine Dauer von 100 Sekunden.



Das Verhalten der Eingangsgrößen gegenüber der Simulation des Antriebs ohne Fahrzeug wurde beibehalten, d.h. Anfahren bis auf konstante Spannung, dann einen sprunghaftigen Lastwechsel. Es zeigt sich der Einfluss der nun sehr viel größeren trägen Masse.

Das Fahrzeug kann nun insgesamt auf einer Prüfstrecke in Betrieb genommen werden. Gegenüber der Punktmasse aus den Aufgaben 1.1 bis 1.3 besitzt es jetzt als Stellgröße die Spannung des Motors und enthält den Motorstrom und das Antriebsmoment. Die Maschine muss für das Fahrzeug insgesamt ausgelegt werden (Antriebskraft, Geschwindigkeiten und Motordrehzahlen, Übersetzung des Getriebes). Die Betrachtung der Energie bei Fahrzyklen ermöglicht die Auslegung der Batterie.

2. Elektrische Systeme

Die bisherigen Modelle repräsentieren die Differenzialgleichungen der Systeme in Form eines Signalfusses. Hierbei ist die Kausalität in Form von Ursache und Wirkung durch die Definition des Systems festgelegt. Die physikalischen Gleichungen sind nicht kausal: sie beschreiben einen Gleichgewichtszustand. Das Ohmsche Gesetz $U = R I$ legt nicht fest, ob ein Experiment mit einer Spannungsquelle betrieben wird, die einen Strom verursacht, oder mit einer Stromquelle, die eine Spannung verursacht. Bei der Repräsentation als Signalfuss sind entweder Spannung oder Strom als Eingangsgröße und somit als Ursache festzulegen.

Eine Alternative zur Modellierung durch den Signalfuss sind physikalische Modelle. Für elektrische Systeme bestehen diese Modelle aus konzentrierten Bauelementen R , L und C , sowie aus Spannungsquellen und Stromquellen. Auf diese Weise kann eine elektrische Schaltung unmittelbar abgebildet werden, ohne Differenzialgleichung und Signalfuss. Diese Art der Modellierung gestattet auch die Verwendung nichtlinearer Bauelemente wie z.B. Dioden, Schalter und Transistoren.

Die Kopplung der physikalischen Modelle mit dem Signalfuss erfolgt durch die Messung von Strömen und Spannungen (Sensoren), sowie durch die Verwendung gesteuerter Bauelemente (wie z.B. Stromquellen, Spannungsquellen, oder Schalter als Aktoren). Der Signalfuss repräsentiert hier die Signalverarbeitung auf einem Prozessor, das physikalische Modell die elektrische Schaltung.

2.1. Brückengleichrichter

Eine Diodenbrücke soll unmittelbar am Netz mit Spannung 230 V betrieben werden, wie in folgender Abbildung dargestellt. Die Schaltung soll eine Leistung von bis zu 1 kW übertragen.

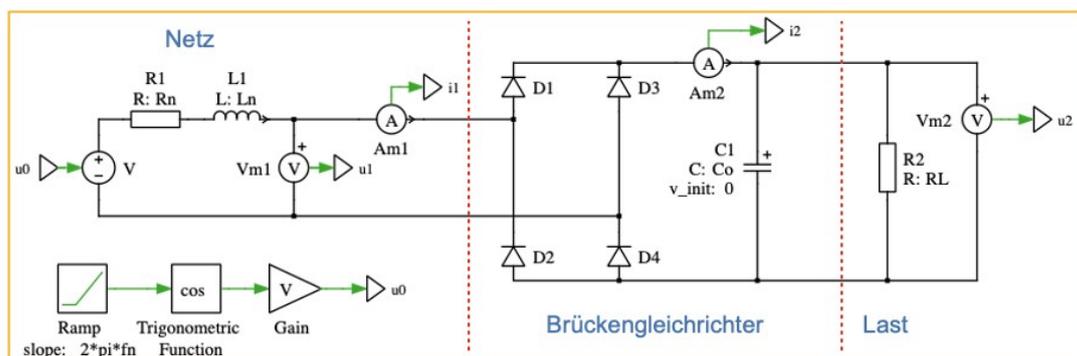


Abbildung 2.1 Modell des Brückengleichrichters

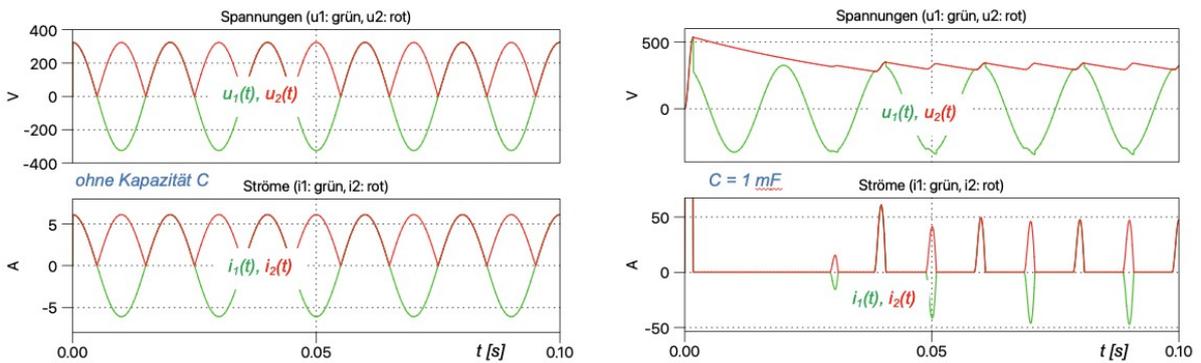
Frage 2.1.1: Erstellen Sie die Schaltung und überprüfen Sie die Funktion in der Simulation.

Lösungsbeispiel: Aufbau der Schaltung wie in der Abbildung oben. Der Lastwiderstand R_L wurde näherungsweise aus dem Effektivwert der AC-Spannung U_n und der gewünschten Leistung P_n berechnet ($P_n = U_n^2/R_L$). Für das Netz wurde eine Reaktanz $X_n = 1 \Omega$ und ein Widerstand $R_n = 0,1 \Omega$ angenommen.

Bemerkung: Bei einer Kurzschlussspannung von 12% am Ortsnetztransformator berechnet sich die Netzreaktanz näherungsweise zu $X_n = 12\% U_n / I_n$. Bei einem Nennstrom von $I_n = 290 \text{ A}$ (bei einer Transformatorleistung von $200 \text{ kW} = 3 \cdot 230 \text{ V} \cdot I_n$) ergibt sich $X_n \approx 0,1 = 2\pi f_n L_n$. Der Leitungswiderstand R_n bis zum Anschlusspunkt der Brücke wurde mit dem gleichen Wert wie X_n abgeschätzt. In einer genaueren Auslegung wäre X_n aus der Transformatorreaktanz und der Leitungsreaktanz zu berechnen, R_n aus dem Leitungswiderstand zum Anschlusspunkt.

Folgende Abbildung zeigt einen Simulationslauf. Die Funktion der Schaltung besteht in der Gleichrichtung der positiven und negativen Halbperiode der Wechselspannung (als sogenannte Zwei-Puls-

Schaltung). Die Verläufe der Spannungen und Ströme am Netzanschlusspunkt und vor der Glättungskapazität zeigt der linke Teil der Abbildung: Hier wurde auf die Glättungskapazität C verzichtet.

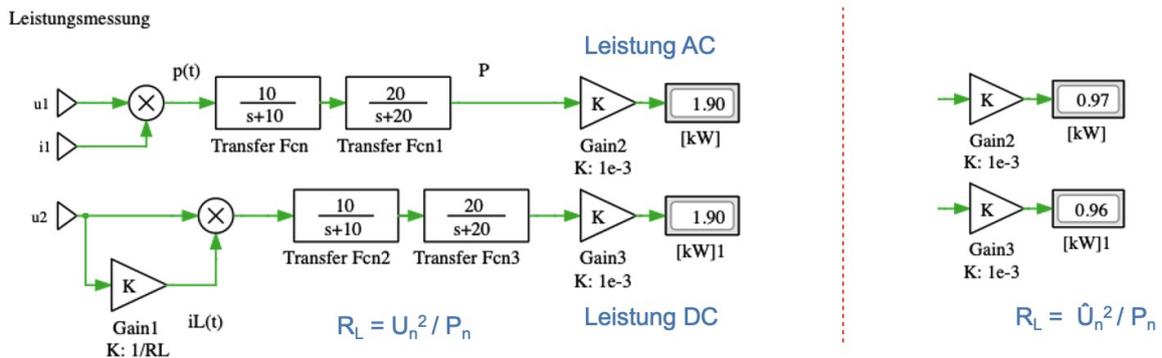


Mit der Glättungskapazität (hier $C = 1 \text{ mF}$) stellt sich nach dem Laden der Kapazität ein stabiler Zustand ein, bei dem der Verlauf der Ausgangsspannung annähernd konstant ist, und somit der Kondensator nur dann vom Netz aus nachgeladen wird, wenn der Betrag der Netzspannung (in beiden Halbperioden) größer als die Kondensatorspannung ist.

Es ergibt sich ein pulsierender der Strom vor dem Kondensator sowie auch im Netz (dort ein pulsierender Wechselstrom). Über die Netzimpedanz wird auch die Spannung am Anschlusspunkt der Brücke durch die Stromspitzen beeinträchtigt.

Frage 2.1.2: Leistung. Messen Sie die Leistung auf der DC-Seite und AC-Seite. Hinweis: Siehe Effektivwerte und Leistungsmessung in Anhang B.

Lösungsbeispiel: Die Leistung ist der Mittelwert aus dem Produkt von Strom und Spannung.

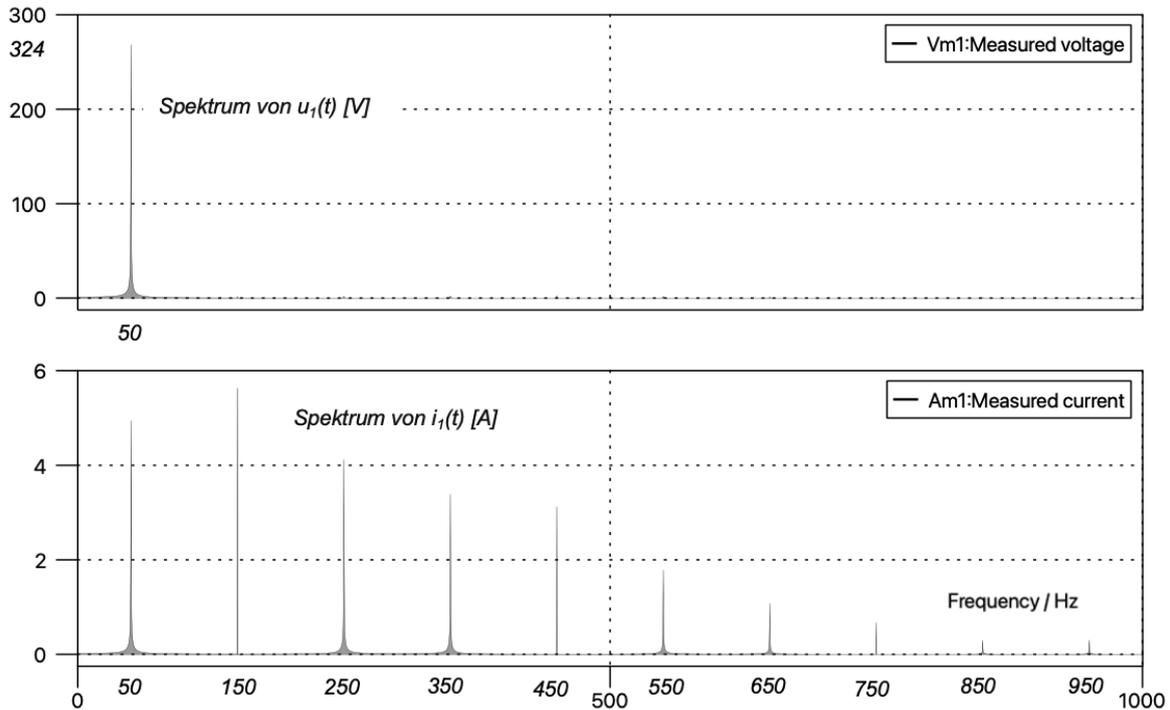


Auf der AC-Seite wird das Produkt aus Strom und Spannung zur Mittelwertbildung durch ein Tiefpassfilter geschickt (hier eine Kaskade zweier Filter erster Ordnung mit Grenzfrequenzen 10 Hz und 20 Hz zur Unterdrückung der Signalanteile $p(t)$ von 100 Hz). Auf der DC-Seite ist eine Strommessung am Lastwiderstand nicht erforderlich, da der Strom der Sekundärspannung $u_2(t)$ folgt.

Im Beispiel wird eine Leistung von 1.9 kW übertragen. Grund für den höheren Wert ist die Höhe der DC-Spannung, die in der Nähe des Scheitelwertes der AC-Spannung liegt. In der Abschätzung der Größe des Lastwiderstands (siehe Aufgabe 2.1.1) wurde der Effektivwert der AC-Spannung verwendet. Verwendet man den Scheitelwert zur Abschätzung, ergibt sich annähernd die gewünschte Leistung. Bemerkung: In der Brückenschaltung bewegt sich der Mittelwert der DC-Spannung zwischen Effektivwert und Scheitelwert der AC-Spannung.

Frage 2.1.3: Spektrum und Oberwellen. Untersuchen Sie das Oberwellenspektrum von Strom und Spannung auf der AC-Seite. Hinweis: Diese Funktion ist in den Oszilloskopen von PLECS oder Matlab enthalten, es genügt der vorhandene Messaufbau für $u_1(t)$ und $i_1(t)$ in der Schaltung.

Lösung: Der Strom besitzt ausgeprägte Oberwellen: er setzt sich zusammen aus den den ungeradzahlig Vielfachen von 50 Hz. Dass die Vielfachen ungeradzahlig sind, liegt an der Signalforn des Stroms: periodische Signale, die im Zeitbereich symmetrisch zu ihrem Maximum sind (d.h. links und rechts vom Maximum die gleiche Form haben), lassen sich aus ungeradzahlig Vielfachen der Grundschwingung zusammensetzen, da diese ebenfalls symmetrisch zum Maximum sind. Geradzahlige Vielfache erhält man bei „schiefen“ periodischen Zeitsignalen.



Die Spannung ist vergleichsweise unverzerrt: Sie zeigt eine Spektrallinie von 324 V bei 50 Hz. Bei genauem Hinsehen zeigen sich einige ungeradzahlige Oberwellen kleiner 3 Volt.

Frage 2.1.4: Klirrfaktor (THD = Total Harmonic Distortion). Ein Maß für den verzerrten Signalanteil beschreibt der Klirrfaktor (engl. THD für total harmonic distortion):

$$\text{THD} = \frac{\sqrt{S_{\text{rms}}^2 - S_{1\text{rms}}^2}}{S_{1\text{rms}}} \quad (2.1)$$

Hierbei stellt das ursprüngliche harmonische Signal die Grundschwingung $s_1(t)$ dar. Der Klirrfaktor beschreibt das Maß an Verzerrungen im Verhältnis zum Effektivwert des unverzerrten Signals. Für ein unverzerrtes Signal ist demnach der Klirrfaktor gleich Null. Welcher Klirrfaktor ergibt sich für ein rechteckförmig verzerrtes Signal gleichem Scheitelwert wie ein harmonisches Signal? Welchen Klirrfaktor erwarten Sie für den Strom nach den Spektrallinien aus Aufgabe 2.1.3?

Lösung: Für ein rechteckförmiges Signal der Amplitude 1 ist der Effektivwert gleich dem Scheitelwert und somit $S_{\text{rms}} = 1$. Ein harmonische Signal der Amplitude 1 besitzt einen Effektivwert $S_{1\text{rms}} = 1/\sqrt{2}$. Somit beträgt die Differenz $S_{\text{rms}}^2 - S_{1\text{rms}}^2 = 1/2$ und der Klirrfaktor folglich $1 = 100\%$.

Für den Strom aus Aufgabe 2.1.3 zeigen die Spektrallinien, dass die 3. Oberwelle größer als die Grundschwingung ist. Die Summe der Quadrate aller Spektrallinien über der Grundschwingung wird

ein Vielfaches des Quadrates der Grundschwingungen betragen. Hier wird der Klirrfaktor größer als 1 und übersteigt somit den Begriff einer harmonischen Verzerrung.

2.2. Brückenschaltung mit Phasensteuerung

Statt der Dioden der Brückenschaltung sollen schaltende Elemente eingesetzt werden, die den Strom in einer gegebenen Phasenlage zur Spannung schalten und somit eine Variation oder Regelung der Spannung auf der DC-Seite ermöglichen. Folgende Abbildung zeigt den Aufbau der Schaltung.

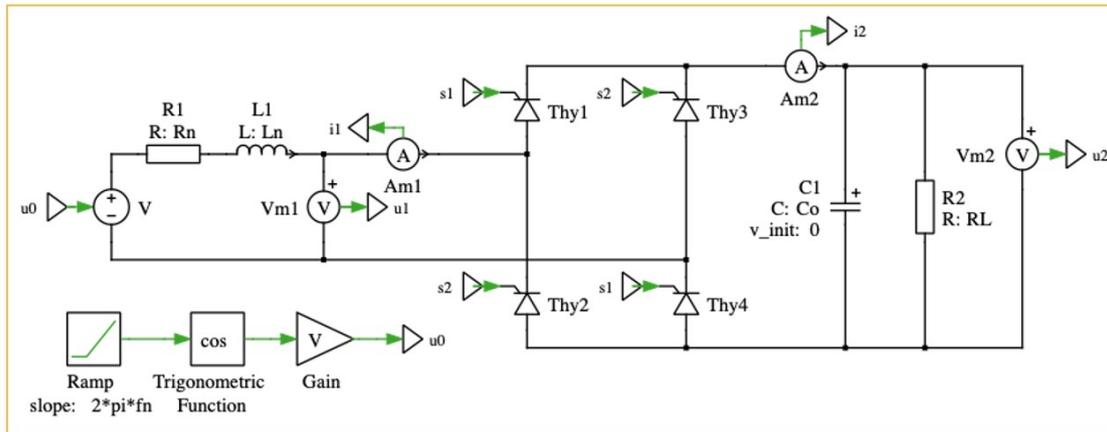


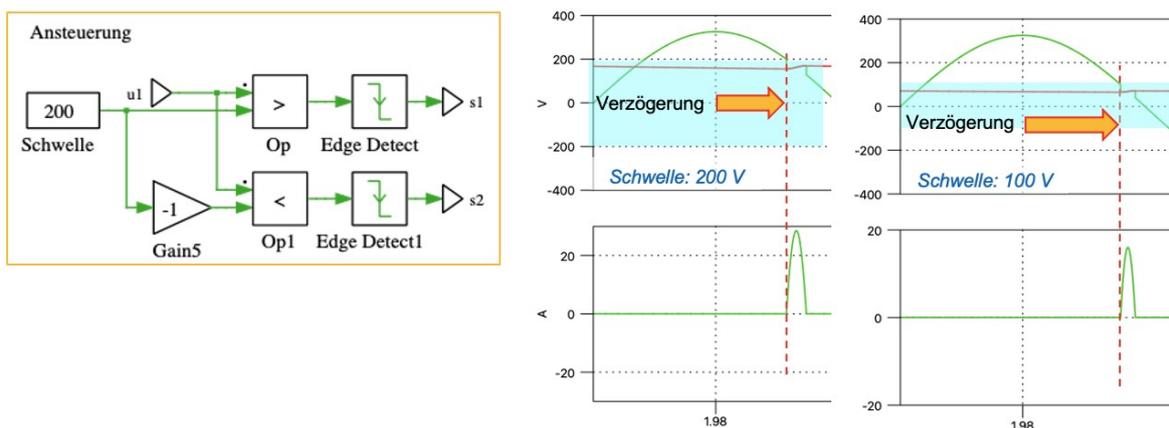
Abbildung 2.2 Zweipuls-Brückengleichrichter mit Phasensteuerung

Frage 2.3.1: Erläutern Sie die Funktionsweise der Schaltung. Welche Unterschiede zur Schaltung nach Aufgabe 2.1 gibt es?

Lösung: Anstelle der Dioden zur Gleichrichtung sind Bauelemente verwendet, die erst nach Zündung leiten (Thyristoren). Einmal gezündet, verhält sich das Bauelement wie eine Diode. Durch geeignete Wahl des Zündzeitpunktes lässt sich das Niveau der DC-Spannung einstellen.

Frage 2.3.2: Realisieren Sie die Ansteuerung der Schalter so, dass bezogen auf das Spannungsmaximum der AC-Spannung zeitverzögert geschaltet werden kann (mit verspäteter Phasenlage zum Maximum).

Lösungsbeispiel: siehe folgende Abbildung.

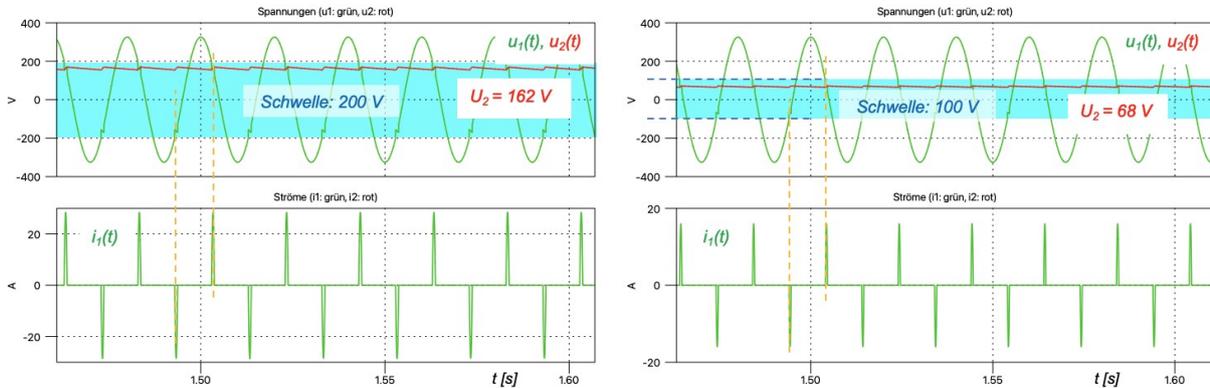


Geschaltet wird bezogen auf das Maximum der Klemmenspannung des Gleichrichters am Eingang (AC-Spannung $u_1(t)$). Durch Vorgabe eines Schwellwertes werden die Zeitpunkte detektiert, an denen die Spannung die Schwelle überschreitet (obere Halbwelle), bzw. unterschreitet (untere Halbwelle). Durch Auswahl der fallenden Flanken des Detektors erhält man die Schaltsignale für die Brückenarme. Die Schaltung in der Brücke findet „über Kreuz“ statt: es schalten jeweils die Schalter 1 und 3 für

die positive Halbwelle, und die Schalter 2 und 4 für die negative Halbwelle. Der Strom im AC-Kreis wird hierbei niemals unterbrochen, sondern kommutiert von einem Zweig auf den anderen.

Frage 2.3.3: Untersuchen Sie die Schaltung in der Simulation und erläutern Sie die Funktion.

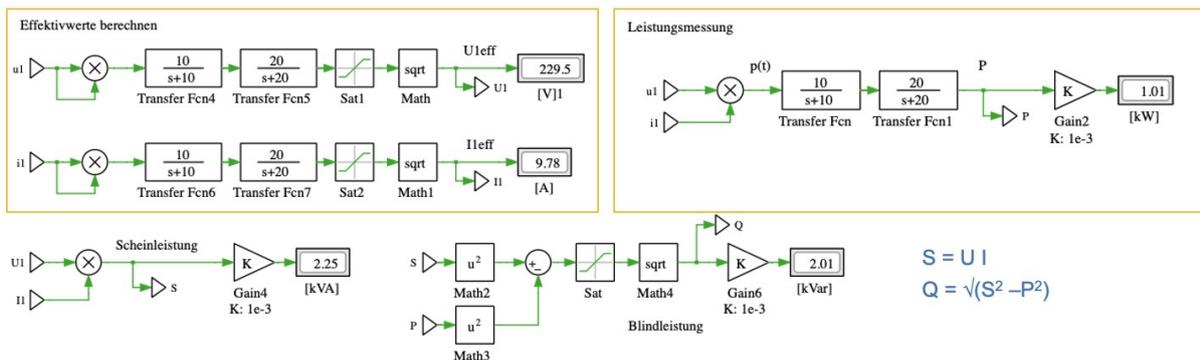
Lösung: siehe folgende Abbildung.



Durch die Wahl des Schaltzeitpunktes außerhalb des Maximums der AC-Spannung sinkt das Niveau der DC-Spannung über der Last, da nur dann nachgeladen wird, wenn die AC-Spannung die DC-Spannung übersteigt. Die Ladeströme fallen niedriger aus. An einer ohmschen Last (Lastwiderstand R_L) reduziert sich die Leistung gemäß $P = U_2^2/R_L$.

Frage 2.3.4: Blindleistung. Berechnen Sie die Scheinleistung und die Blindleistung auf der AC-Seite abhängig von der Ansteuerung. Sind Scheinleistung und Blindleistung passende Begriffe zur Beschreibung der Verhältnisse? Hinweise zur Berechnung von Leistung und Blindleistung finden Sie in Anhang B.

Lösung: Die Wirkleistung P lässt sich als mittlere Leistung aus Spannung $u_1(t)$ und Strom $i_1(t)$ ermitteln, ebenso die Effektivwerte U_1 und I_1 von Spannung und Strom. Aus dem Produkt der Effektivwerte U_1 und I_1 folgt die Scheinleistung S ; aus Scheinleistung S und Wirkleistung P folgt die Blindleistung Q .



Wegen seiner pulsförmigen Ausprägung fällt der Effektivwert des Stroms im Vergleich zu einem unverzerrten Strom gleicher Leistung recht hoch aus: Für eine Leistung von $P = 1$ kW wäre mit einem Effektivwert von $U_1 = 230$ V ein Strom mit Effektivwert $I_1 = 4,3$ A ausreichend. Die Berechnung des pulsförmigen Stroms ergibt einen Effektivwert von annähernd 10 A.

Daher fallen Scheinleistung und Blindleistung der Schaltung in jedem Arbeitspunkt in einer solchen Betrachtung hoch aus. Für solche verzerrten Ströme passt im Grunde genommen der Begriff der Blindleistung nicht: es handelt sich nicht um phasenverschobene harmonische Ströme. Auch die Scheinleistung liefert keine passende Beschreibung der Effekte.

2.3. H-Brücke mit Pulsbreitenmodulation

Als schaltende Elemente sollen nun Transistoren zum Einsatz kommen. Folgende Abbildung zeigt eine H-Brücke mit Transistoren und Freilaufdioden als Schalter. Die Schaltung koppelt mit einer Serieninduktivität ans AC-Netz. Auf der DC-Seite findet sich eine DC-Spannungsquelle, die sowohl Leistung aufnehmen kann, als auch Leistung bereitstellen kann.

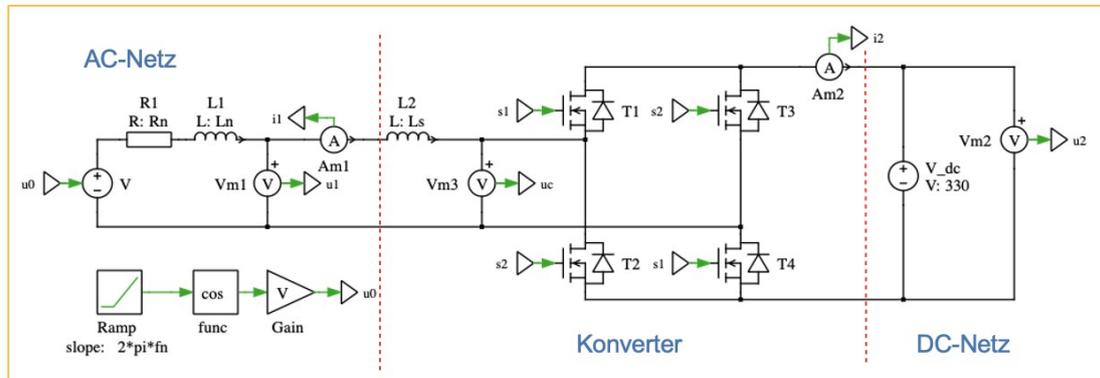


Abbildung 2.3 H-Brückenschaltung im Betrieb zwischen AC-Netz und DC-Netz

Diese Schaltung ist in der Lage, bidirektional zu arbeiten: als Bezugsanlage entnimmt sie dem AC-Netz Leistung, als Einspeiseanlage führt sie dem AC-Netz Leistung zu. In letzterer Betriebsart repräsentiert die Anlage z.B. ein Balkonkraftwerk, wobei die PV-Module die DC-Spannung bereitstellen.

Frage 2.4.1: Erläutern Sie die Funktionsweise der Schaltung. Worin bestehen die Unterschiede zu den Schaltungen aus Aufgabe 2.1 und Aufgabe 2.3?

Lösung: Auch in dieser Schaltung werden die Brückenzweige „über Kreuz“ geschaltet: Es leiten entweder die Schalter T_1 und T_3 (in der positiven Halbwelle der AC-Spannung), oder die Schalter T_2 und T_4 (in der negativen Halbwelle). Die Freilaufdioden ermöglichen einen Strompfad zur Kommutierung entgegen der Durchlassrichtung der Transistoren.

Dieser Pfad ist z.B. dann aktiv, wenn die DC-Spannung unterhalb der aktuellen AC-Spannung liegt. In diesem Fall benimmt sich die Schaltung wie eine Diodenbrücke (siehe Aufgabe 2.1). Wenn die DC-Spannungsquelle die DC-Spannung auf dem Scheitelwert der AC-Spannung oder darüber fixiert, findet kein Stromfluss durch die Dioden statt: Die Schaltung arbeitet nur mit den Transistoren.

Die Transistoren werden mit Schaltfrequenzen im Audibereich bzw. außerhalb des Audibereichs betrieben. Auf diese Weise kann man mit Hilfe der Pulsbreitenmodulation (engl. PWM für pulse width modulation) eine harmonische AC-Spannung approximieren. Der Konverter wandelt die DC-Spannung dann in eine AC-Spannung, die über die Serieninduktivität L_s mit der AC-Spannung des Netzes verbunden ist. Je nach Phasenlage der Konverterspannung zur Netzspannung und je nach Amplitude der Konverterspannung im Verhältnis zur Netzspannung ergeben sich Wirkströme bzw. Blindströme. Die Schaltung arbeitet bidirektional in 4 Quadranten der P-Q-Ebene (jeweils positive und negative Werte von P und Q).

Diese Schaltung ist somit nicht auf den Betrieb als Gleichrichter fixiert (Aufgaben 2.1 und 2.2), sondern sehr viel universeller einsetzbar.

Frage 2.4.2: Referenzsignal und Ansteuerung des Konverters. Folgende Abbildung zeigt die Bildung des Referenzsignals für die Konverterspannung, aus der die Ansteuerung der Schalter abgeleitet wird. Erläutern Sie das Funktionsprinzip. Realisieren Sie die Schaltung in der Simulation und untersuchen Sie die Funktionsweise.

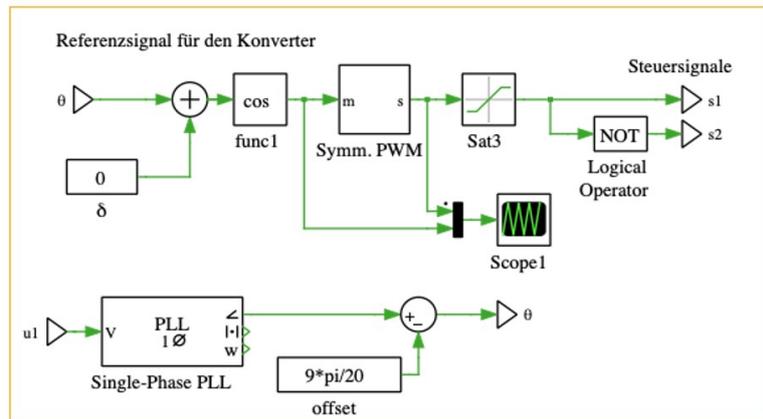
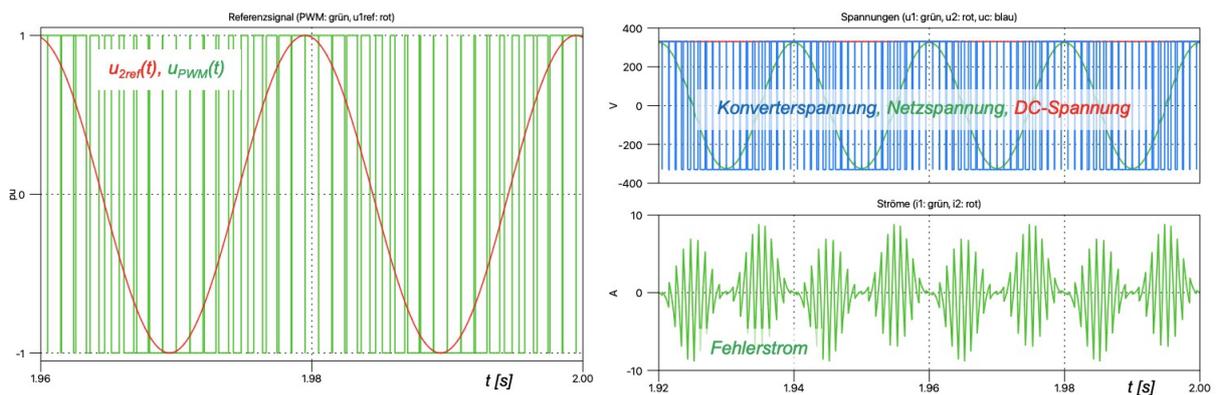


Abbildung 2.4 Ansteuerung des Konverters

Lösung: Basis der Schaltung ist das Bezugssystem $\theta(t) = 2\pi f_n t$, also der zeitlich veränderliche Phasenwinkel. In der Praxis wird das Bezugssystem mit Hilfe eines Phasendetektors (PLL für phase locked loop) aus der gemessenen Spannung am Netzanschlusspunkt des Konverters rekonstruiert. It Hilfe des Bezugssystem lässt sich die Phase der Konverterspannung in Bezug auf die Netzspannung einstellen. In der Simulation wurde ein fertiger Baustein zur Phasenrekonstruktion verwendet. Alternativ wäre es in der Simulation auch möglich, das Bezugssystem zu verwenden, aus dem die Netzspannung erzeugt wird (siehe Abbildungen 2.1, 2.2 und 2.3).

Das Bezugssystem weist einen Gangunterschied zu den simulierten Spannungen auf, da in der Simulation eine Kosinus-Funktion zur Erzeugung der harmonischen Signale verwendet wird, im Baustein eine Sinus-Funktion. Der Gangunterschied beträgt somit $\pi/2$ (bzw. 90 Grad). Außerdem zeigt sich eine vermutlich durch die Signalverarbeitung im PLL bedingter Unterschied von $\pi/20$. Der Gangunterschied (engl. Offset) wird in der Bezugsphase $\theta(t)$ korrigiert, so dass diese synchron zur Spannung am Anschlusspunkt verläuft. Folgende Abbildung zeigt einen Simulationslauf mit phasensynchroner Konverterspannung.

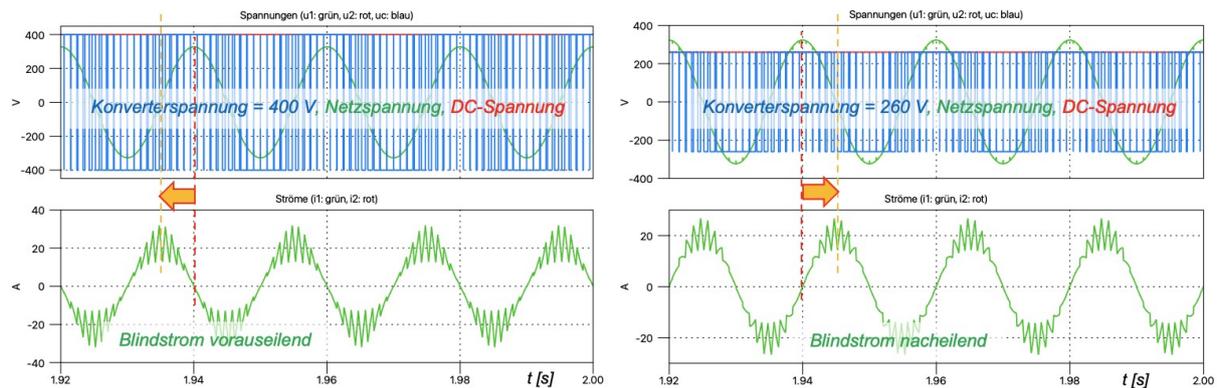


Da außerdem die Amplitude der Netzspannung mit der Amplitude der Konverterspannung übereinstimmt, laufen beide Spannungsquellen exakt synchron. Es sollte sich somit kein Lastfluss zwischen beiden Spannungsquellen ergeben. Da die Konverterspannung allerdings durch eine pulsweitenmodulierte Spannung approximiert wird, ergeben sich vor allem in der Nähe der Nulldurchgänge der Spannung Abweichungen zwischen Konverterspannung und Spannung am Anschlusspunkt, die zu Strömen mit Schaltfrequenz führen. Diese Ströme sind schaltfrequente Blindströme, wie auch die Leistungsmessung in der Simulation zeigt.

Bemerkung: In der Simulation wurde eine Schaltfrequenz von $f_s = 1$ kHz gewählt, damit die Effekte deutlich zu sehen sind. Bei höheren Schaltfrequenzen gelingt die Approximation besser und die Fehlerströme fallen deutlich geringer aus.

Frage 2.4.3: Betrieb mit Blindleistung. Wie kann die Schaltung betrieben werden, um Blindleistung ins Netz zu speisen ($Q < 0$ aus Sicht des Konverters), oder Blindleistung aus dem Netz zu beziehen ($Q > 0$ aus Sicht des Konverters)? Untersuchen Sie diese Betriebsweise in der Simulation.

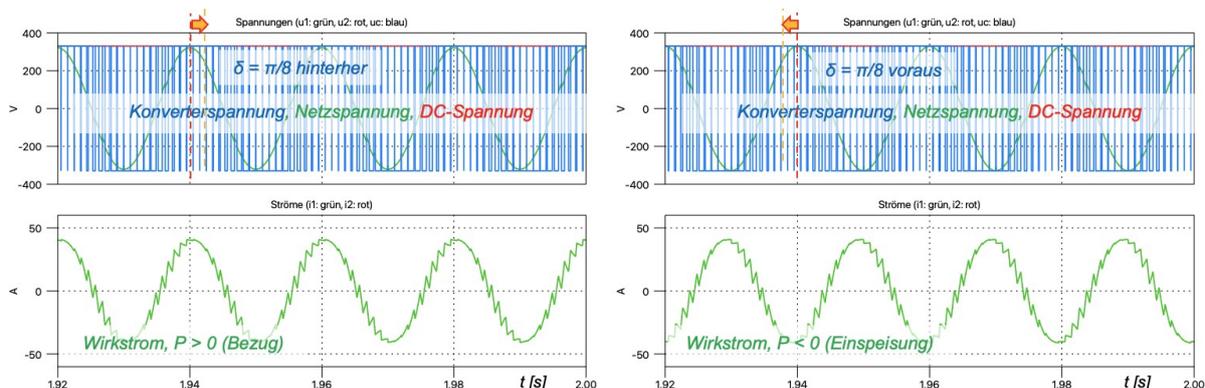
Lösung: In dieser Betriebsweise sind Konverterspannung und Spannung am Anschlusspunkt exakt phasensynchron (Spannungswinkel $\delta = 0$), jedoch die Amplituden der Konverterspannung und Spannung am Anschlusspunkt unterschiedlich. Die Spannung am Anschlusspunkt ist gegeben. Die Konverterspannung lässt sich z.B. durch die Höhe der DC-Spannung einstellen. Folgende Abbildung zeigt einen Simulationslauf.



Mit einem Unterschied in der Spannungsamplitude von 70 V stellen sich Ströme mit Scheitelwert von ca. 20 A ein. Dass diese Ströme Blindströme sind, erkennt man an der Phasenlage zur Spannung am Anschlusspunkt (bzw. zur Konverterspannung). Die Leistungsmessung ergibt keine Wirkleistung, jedoch eine Blindleistung mit Betrag von ca 3,9 kVar. Das Vorzeichen von Q lässt sich aus der Berechnung der Blindleistung aus den Quadraten von Wirkleistung und Scheinleistung nicht rekonstruieren, jedoch an der Phasenlage der Ströme erkennen: einen vorseilenden Strom würde man als Strom mit positivem Imaginärteil interpretieren, einen nacheilenden Strom als Strom mit negativem Imaginärteil. Somit kann der Konverter Blindleistung mit positivem und negativem Vorzeichen bereitstellen.

Frage 2.4.4: Einspeisung und Bezug von Leistung. Wie kann die Schaltung betrieben werden, um Wirkleistung ins Netz zu speisen ($P < 0$ aus Sicht des Konverters), oder Wirkleistung aus dem Netz zu beziehen ($P > 0$ aus Sicht des Konverters)? Untersuchen Sie diese Betriebsweise in der Simulation.

Lösung: In dieser Betriebsweise bleiben die Amplituden von Konverterspannung und Spannung am Anschlusspunkt gleich, jedoch wir der Phasenwinkel zwischen beiden Spannungen variiert.



Die Abbildung zeigt Simulationsläufe mit nacheilender Konverterspannung ($\delta = -\pi/8$) und vorausiegender Konverterspannung ($\delta = \pi/8$). In beiden Fällen ergeben sich Wirkströme, wie man an der Phasenlage der Ströme zu den Spannungen erkennt. Mit nacheilendem Konverter nimmt dieser Leistung auf (ca. 6,4 kW mit dem gegebenen Spannungswinkel). Bei vorausiegender Konverterspannung ändert sich das Vorzeichen des Stroms: Es wird ins AC-Netz eingespeist.

Bemerkung: Das Vorzeichen der Leistung ergibt sich im Zusammenhang mit den Zählpfeilen: In Abbildung 2.3 erkennt man, dass der Strom $i_1(t)$ am Anschlusspunkt des Konverters in Richtung des Konverters gemessen wird. Interpretiert man diese Richtung als Zählpfeil, so bedeutet ein positiver Strom (= Strom mit gleicher Phasenlage wie die Spannung am Anschlusspunkt) eine Strom in den Konverter: Das Produkt $P = U_1 I_1 \cos \varphi$ aus Spannung und Wirkstrom wird positiv. Umgekehrt bedeutet ein negativer Strom $P < 0$, und somit eine Abgabe von Leistung aus dem Konverter. Voraussetzung für diese Interpretation der Leistung ist das Verbraucherzählpfeilsystem.

Bezogen auf die Netzspannung U_0 fließt ein positiver Wirkstrom $I_1 \cos \varphi$ aus der Spannungsquelle U_0 heraus, und somit entgegen der Richtung der Spannung. Das Netz gibt in diesem Fall Leistung ab ($P_{\text{Netz}} < 0$ für $P > 0$). Im Falle der Einspeisung sind die Verhältnisse umgekehrt ($P_{\text{Netz}} > 0$ für $P < 0$). Bis auf Leitungsverluste sind die Beträge der Leistung gleich ($P_{\text{Netz}} + P = 0$ im verlustfreien Fall).

2.4. Zwölfpuls-Gleichrichter

In dreiphasiger Ausführung bezeichnet man einen Brückengleichrichter als Sechspuls-Gleichrichter: Er richtet aus 3 Phasen die positiven und negativen Halbwellen gleich. Die Gleichspannung gelingt also wesentlich gleichmäßiger als bei der einfachen Diodenbrücke (siehe Aufgabe 2.1); die Ströme am Anschlusspunkt haben deutlich weniger Oberwellen.

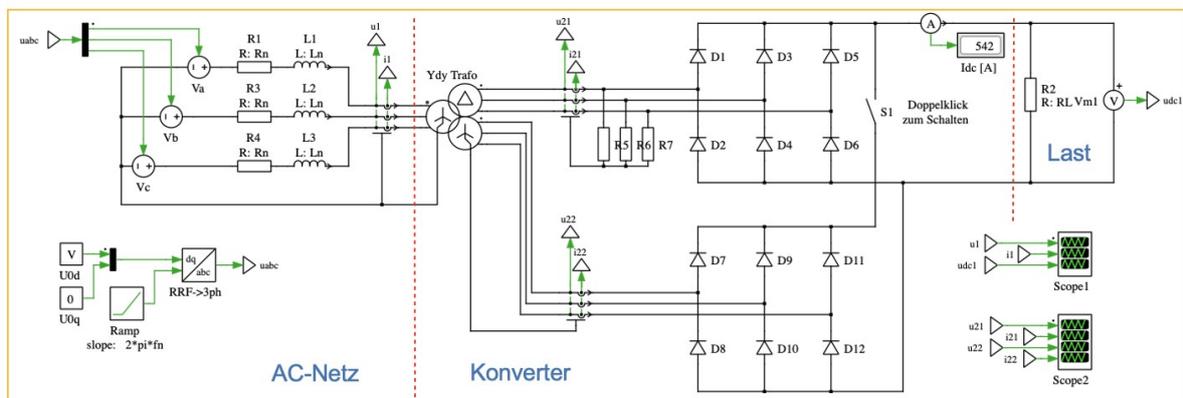


Abbildung 2.5 Aufbau des Konverters

Durch den Parallelbetrieb zweier dreiphasiger Brücken, die mit 30 Grad Phasenversatz arbeiten, erhält man einen zwölfpulsigen Gleichrichter. Die Abbildung oben zeigt den Aufbau.

Frage 2.4.1: Erläutern Sie das Funktionsprinzip.

Lösung: Die Phasenverschiebung erreicht man mit Hilfe eines Transformators mit zwei Sekundärwicklungen (in Sternschaltung und Dreieckschaltung). Die Wicklungsverhältnisse werden so gewählt, dass die Amplitude beider Spannungen annähernd gleich ist. Hierdurch ist der Parallelbetrieb der beiden dreiphasigen Diodenbrücken an einer DC-Last möglich.

In der Abbildung oben wurde auf einen Kondensator zur Glättung verzichtet. Der Parallelbetrieb lässt sich durch Zuschalten des zweiten Gleichrichters herstellen.

Frage 2.4.2: Leistungsberechnung. Die Leistung am Anschlusspunkt soll aus den Zeigern \underline{U}_1 und \underline{I}_1 der Spannung und des Stroms ermittelt werden. Wie lassen sich hieraus Wirkleistung und Blindleistung berechnen? Hinweis: Verwenden Sie folgenden Ansatz für die Scheinleistung:

$$\underline{S} = \underline{U}_1 \cdot \underline{I}_1^* \quad (2.2)$$

Lösung: Der Ausdruck \underline{I}_1^* steht für den konjugiert komplexe Zahl $= I_1 e^{-j\phi_i}$, d.h. den Strom \underline{I}_1 mit negativem Imaginärteil bzw. negiertem Phasenwinkel. Hierdurch wird das Produkt

$$\underline{S} = \underline{U}_1 \cdot \underline{I}_1^* = U_1 e^{j\phi_u} I_1 e^{-j\phi_i} = U_1 \cdot I_1 e^{j\phi}$$

zum Produkt mit der Phasendifferenz ϕ zwischen Strom und Spannung. Aus dem Produkt folgt die bekannte Form

$$\underline{S} = U_1 \cdot I_1 e^{j\phi} = U_1 \cdot I_1 \cos(\phi) + j U_1 \cdot I_1 \sin(\phi) = P + jQ$$

Für die Leistungsberechnung aus Realteil und Imaginärteil von Strom und Spannung lässt sich Gleichung (2.2) direkt nach diesen Komponenten auflösen:

$$\underline{S} = \underline{U}_1 \cdot \underline{I}_1^* = (U_{1d} + j U_{1q}) \cdot (I_{1d} - j I_{1q})$$

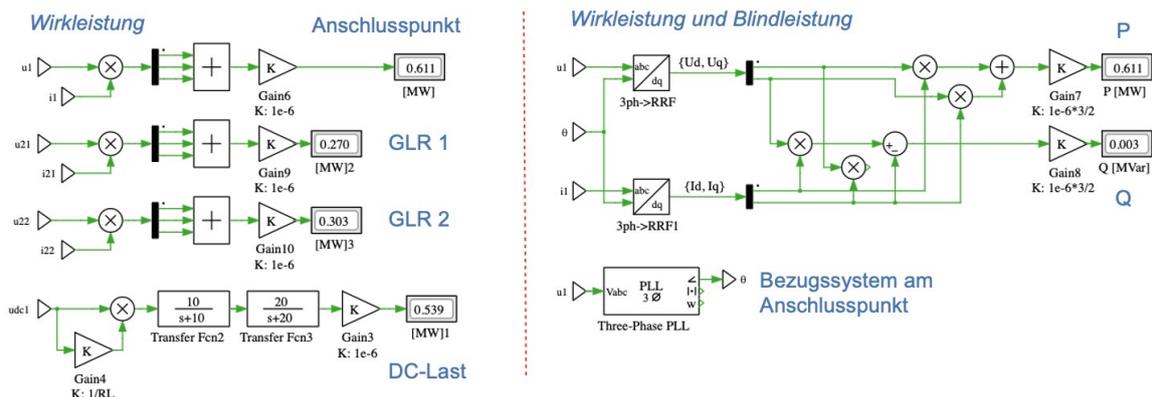
Durch Ausmultiplizieren und sortieren nach Realteil und Imaginärteil erhält man:

$$P = U_{1d} \cdot I_{1d} + U_{1q} \cdot I_{1q} \quad (2.31)$$

$$Q = U_{1q} \cdot I_{1d} - U_{1d} \cdot I_{1q} \quad (2.32)$$

Dies Form lässt sich für die aus dem Zeitbereich transformierten Zeiger verwenden, ohne dass man den Phasenwinkel ϕ berechnen muss.

Frage 2.4.3: Leistungsmessung. Folgende Abbildung beschreibt eine Methode zur direkten Messung der Wirkleistung aus den Spannungen und Strömen im Zeitbereich, sowie die in Aufgabe 2.4.2 beschriebene Methode zur Ermittlung von Wirkleistung und Blindleistung aus den Zeigern von Strom und Spannung. Erläutern Sie das Prinzip beider Verfahren.



Lösung: Die direkte Messung im linken Teil der Abbildung ermittelt die Wirkleistung als Mittelwert der Produkte von Strom und Spannung im Zeitbereich. Bei dreiphasigen Wechselstromsystemen werden hierzu Strome und Spannungen jeder Phase miteinander multipliziert und die Teilleistungen der 3 Phasen addiert. Für symmetrische Systeme kann hierbei die Mittelwertbildung entfallen, da die Phasenverschiebungen der drei Teilleistungen $p_i(t)$ in den höherfrequenten Anteilen erhalten bleiben und sich diese somit wegheben. Es verbleibt der Gleichanteil. Hierdurch ist diese Messung sehr schnell.

Bei der Messung der DC-Leistung (unten im linken Teil der Abbildung) ist die Mittelwertbildung erforderlich. Das Zeitsignal $p_{DC}(t)$ wird hierzu durch einen Tiefpass gefiltert, der die Anteile mit doppelter Netzfrequenz und darüber unterdrückt.

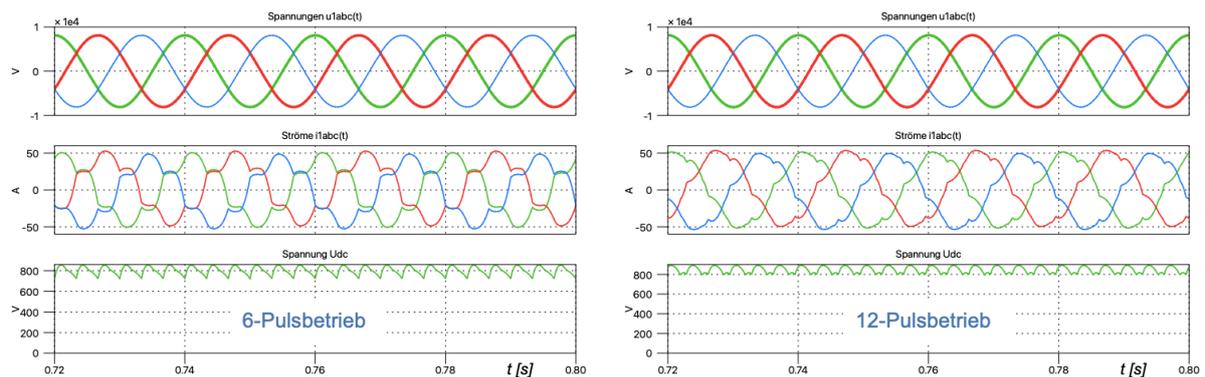
Im rechten Teil der Abbildung ist die Berechnung nach Aufgabe 2.4.2 implementiert. Hierzu werden die Zeitsignale $i_{abc}(t)$ und $u_{abc}(t)$ mit Hilfe der Zeigertransformation in den Bildbereich transformiert. Aus dem Realteil und Imaginärteil des Stromzeigers und des Spannungszeigers folgen Wirkleistung und Blindleistung nach den Gleichungen (2.31) und (2.32).

Korrekturfaktor: Da diese Berechnung für jeweils eine Phase mit der Strangspannung \underline{U}_1 und dem Strangstrom \underline{I}_1 durchgeführt wurde, ist der Wert für ein dreiphasiges System mit dem Faktor 3 zu multiplizieren. Da die Zeigertransformation die Scheitelwerte von Strom und Spannung liefert, und nicht die Effektivwerte, ist der Wert für die Leistung im einen Faktor $\frac{1}{2}$ zu korrigieren. Der Korrekturfaktor $3/2$ findet sich im Block „gain“ am Ende des Signalfusses.

Bemerkung: Bezugspunkt der Messung ist die Phase $\theta(t)$ der Spannung \underline{U}_1 am Anschlusspunkt der Anlage. Diese Phase muss durch einen Phasendetektor (PLL) aus den Messwerten $u_{1,abc}(t)$ ermittelt werden. Der Block findet sich in der Abbildung unter der Messung von Wirkleistung und Blindleistung.

Frage 2.4.4: Simulation. Untersuchen Sie die Funktionsweise der schaltung in der Simulation.

Lösungsbeispiel: Siehe folgende Abbildung.



Im 6-Pulsbetrieb sind Spannungen und Ströme deutlich weniger verzerrt als bei einer einfachen Di-odenbrücke. Gemessen wurden die Spannungen und Ströme am Anschlusspunkt der Anlage auf der Primärseite des Transformators. Die Primärseite wurde im Beispiel mit Mittelspannung von 10 kV betrieben (verkettete Spannung): Die Ströme fallen daher vergleichsweise klein aus bei einer Leistung von ca. 300 kW pro Teilsystem (Dreiphasiger Gleichrichter).

Bei Parallelschaltung der Systeme arbeiten beide Teilsysteme sekundärseitig als parallele Spannungsquellen. Da der Lastwiderstand gleich bleibt, ändert sich hierdurch am Anschaltspunkt die Höhe des Stromes nicht. Allerdings wird der Strom im 12-Pulsbetrieb deutlich weniger verzerrt als im 6-Pulsbetrieb.

In der Gleichspannung am Lastwiderstand sind im 6-Pulsbetrieb die 6 Pulse pro Periode gut zu erkennen. Im 12-Pulsbetrieb fällt die Spannung sehr viel gleichmäßiger aus, allerdings sind die Beiträge beider Teilsysteme zur Spannung nicht exakt gleich, so dass sich kein vollkommenes 12-pulsiges Muster zeigt. Grund hierfür ist der Parallelbetrieb der Spannungsquellen, die sich in ihrer Impedanz und in der Höhe der Teilspannungen leicht unterscheiden.

3. Photovoltaik

Photovoltaikanlagen bestehen aus den Solarmodulen, sowie einem Solarwechselrichter zur Anschaltung ans Netz. Folgende Abbildung zeigt den Aufbau.

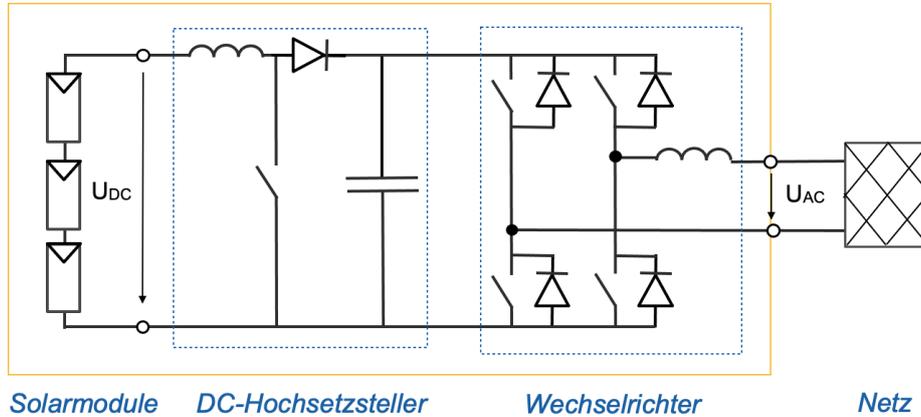


Abbildung 3.1 Aufbau eines Balkonkraftwerks

Die Solarmodule enthalten Photodioden und werden in Reihe bzw. parallel verschaltet. Der Solarwechselrichter besteht optional aus einem DC-Hochsetzsteller zur Anhebung des Spannungsniveaus der Solarmodule, sowie aus dem netzseitigen Wechselrichter zum Anschluss ans Netz. Das einphasige Modell aus der Abbildung entspricht einem Balkonkraftwerk.

3.1. Diodenkennlinie

Eine Diode sei an eine Spannungsquelle angeschlossen, wie in folgender Abbildung gezeigt.

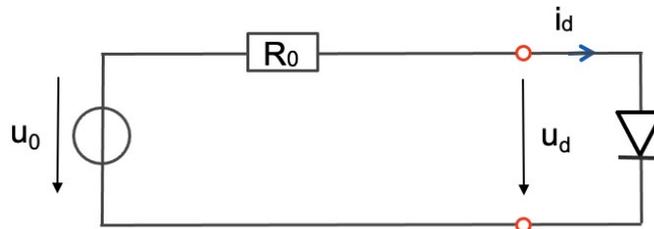


Abbildung 3.2 Diode als nichtlineares Bauelement

Die Diode ist durch ihre Kennlinie beschrieben;

$$i_d = i_s \cdot \left(e^{\frac{u_d}{U_T}} - 1 \right) \tag{3.1}$$

Hierbei bedeutet U_T die Temperaturspannung und i_s den Sperrstrom. Im Unterschied zu den Bauelementen $\{R, L, C\}$ ist der Zusammenhang zwischen Strom und Spannung der Diode nichtlinear.

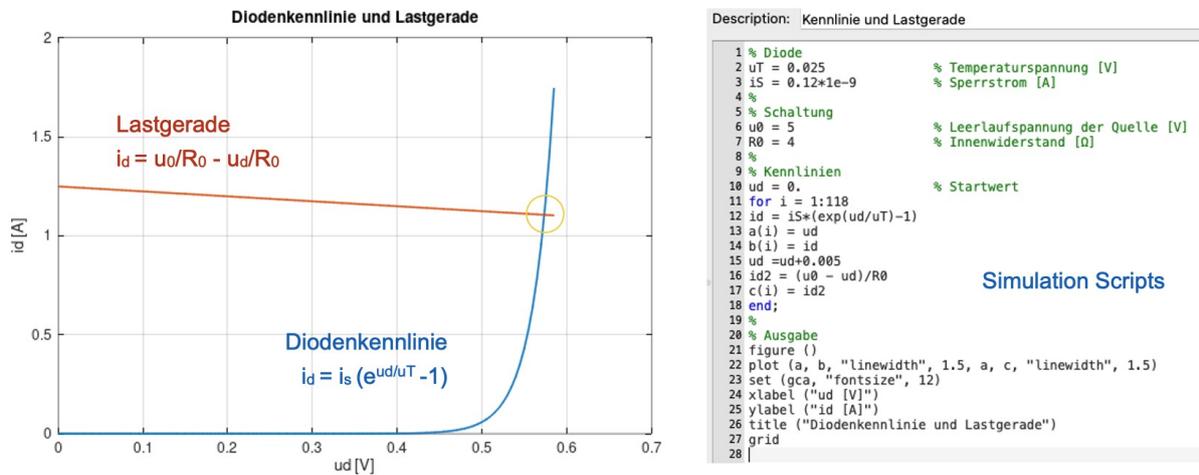
Frage 3.1.1: Arbeitspunkt bestimmen. Bestimmen Sie u_d und i_d grafisch mit Hilfe der Kennlinie.

Lösung: Schnittpunkt der beiden Gleichungen

$$i_d(u_d) = i_s \cdot \left(e^{\frac{u_d}{U_T}} - 1 \right) \quad \text{Diodenkennlinie} \tag{3.1}$$

$$i_d(u_d) = \frac{u_0}{R_0} - \frac{u_d}{R_0} \quad \text{Lastgerade} \tag{3.2}$$

Hierbei ist Gleichung (3.1) die Diodenkennlinie. Gleichung (3.2) geht aus der Maschengleichung hervor und beschreibt eine Gerade mit dem Achsenabschnitt u_0/R_0 und Steigung $-1/R_0$. Der Arbeitspunkt liegt im Schnittpunkt beider Funktionen, wie in folgender Abbildung gezeigt.



Frage 3.1.2: Arbeitspunkt numerisch berechnen. Die Diode sei an eine Spannungsquelle angeschlossen, wie in der Abbildung oben Abbildung gezeigt. Die Diode ist durch ihre Kennlinie gemäß Gleichung (3.1) beschrieben. Bestimmen Sie den Arbeitspunkt numerisch. Hinweis: Die Zusammenfassung der Lastgerade mit der Diodenkennlinie ergibt eine nicht lineare Gleichung. Diese lässt sich unter günstigen Bedingungen iterativ lösen.

Lösung: Genereller Lösungsansatz: Gegeben ist eine nichtlineare Gleichung der Form

$$x = f(x) \tag{3.4}$$

Diese lässt sich mit Hilfe eines Startwertes x_0 durch den iterativen Ansatz

$$x_{n+1} = f(x_n) \tag{3.5}$$

lösen, sofern die Funktion im gesuchten Arbeitspunkt günstig konditioniert ist.

Im Beispiel wäre die nichtlineare Funktion die Zusammenfassung der Lastgeraden (3.2) mit der Diodenkennlinie (3.1):

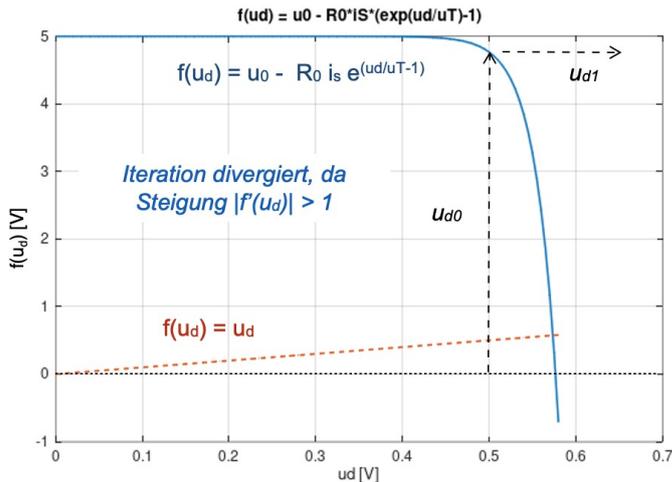
$$u_d = f(u_d) = u_0 - R_0 i_s \left(e^{\frac{u_d}{U_T}} - 1 \right) \tag{3.4'}$$

Diese Gleichung hat die Form $x = f(x)$ und lässt sich für eine Iteration gemäß (2.1.8) verwenden:

$$u_{d,n+1} = f(u_{d,n}) = u_0 - R_0 i_s \left(e^{\frac{u_{d,n}}{U_T}} - 1 \right) \tag{3.5'}$$

Allerdings konvergiert diese Iteration nicht. Grund hierfür ist die Steigung der Funktion im gesuchten Arbeitspunkt. Grafisch bedeutet (2.1.7), dass man den Schnittpunkt der Geraden $f(x) = x$ mit der Funktion $x = f(x)$ sucht. In folgender Abbildung ist diese Darstellung für die Diodenkennlinie dargestellt.

Den Verlauf der Iteration bis zum gesuchten Arbeitspunkt im Schnittpunkt kann man durch wechselseitige Projektion der Funktionswerte auf die Gerade und von der Geraden auf die Funktion darstellen. Da die Steigung des Betrags der Funktion $|f(x)| > 1$ ist, konvergiert die Suche allerdings nicht. Für den Rechner ist der offensichtliche Schnittpunkt beider Kurven auf diese Weise nicht ermittelbar.



Ansatz:

$$u_{d,n+1} = f(u_{d,n})$$

$$u_{d,n+1} = u_0 - R_0 i_s e^{(u_{d,n}/u_T)}$$

Iteration:

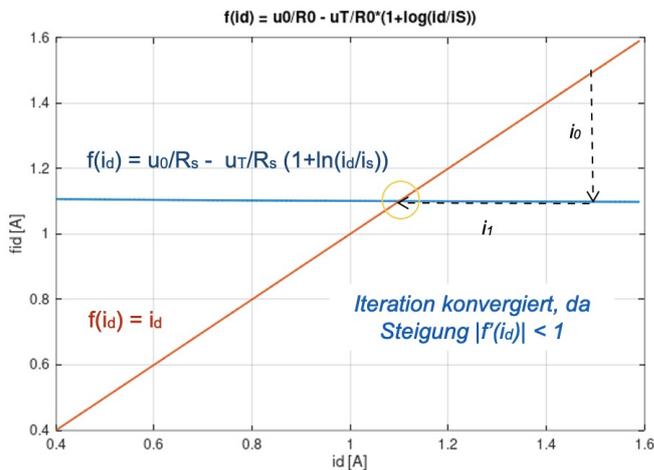
$$i_{d,n+1} = i_s e^{(u_{d,n}/u_T)}$$

$$u_{d,n+1} = u_0 - i_{d,n+1} R_0$$

```

9 % Iteration
10 ud = 0.5; % Startwert
11 for i = 1:5
12 id = iS*(exp(ud/uT)-1)
13 ud = u0 - id*R0
14 a(i) = ud
15 b(i) = id
16 end;
17
    
```

Formt man die Gleichung jedoch um nach der inversen Funktion (hier: nach dem Strom), so ergibt sich der in der folgenden Abbildung gezeigte Verlauf für die Gerade $f(x) = x$ und die Funktion $x = f(x)$. Da hier nun die Steigung sehr gering ist ($|f'(x)| \ll 1$), konvergiert das Verfahren rasch.



Ansatz:

$$i_{d,n+1} = f(i_{d,n})$$

$$i_{d,n+1} = u_0/R_s - u_T/R_s (1 + \ln(i_{d,n}/i_s))$$

Iteration:

$$u_{d,n+1} = u_T (1 + \ln(i_{d,n}/i_s))$$

$$i_{d,n+1} = (u_0 - u_{d,n+1}) / R_s$$

```

9 % Iteration
10 id = 1.5; % Startwert
11 for i = 1:5
12 ud = uT*(1+log(id/iS));
13 id = (u0 - ud)/R0;
14 end;
15
    
```

id 1.09844	ud 0.606225
id 1.10039	ud 0.598436
id 1.10038	ud 0.59848
id 1.10038	ud 0.59848
id 1.10038	ud 0.59848

3.2. Photodiode

Photodioden sind Dioden, deren PN-Übergang durch Licht bestrahlt wird. In dieser Betriebsweise besitzt eine Photodiode folgendes Ersatzschaltbild.

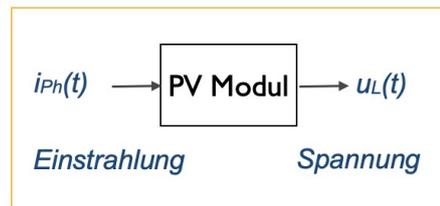
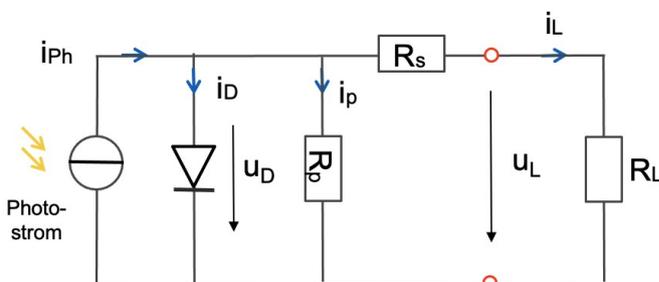


Abbildung 3.3 Ersatzschaltbild der Photodiode

Der Photostrom i_{Ph} ist bedingt durch die Einstrahlung und fließt auch ohne äußere Spannung an der Diode, d.h. auch unterhalb der Durchlass-Spannung der Diode, bzw. im Sperrbereich. R_s kennzeichnet den Innenwiderstand der Photodiode als Spannungsquelle, R_p dient der Modellierung der

Leerlaufspannung. Die Diode im Ersatzschaltbild ist ideal und dient der Formung der Kennlinie. Dunkelstrom, Rauschen, sowie die Sperrschichtkapazität der Diode wurden hierbei vernachlässigt.

Die Photodiode arbeitet somit als Stromquelle mit Dioden-Kennlinie. Ist der Photostrom Null, repräsentiert die Ersatzschaltung eine normale Diode (als Dunkelkennlinie). Die Kennlinie einer idealen Diode lässt sich beschreiben durch

$$i_D = i_s \cdot (e^{\frac{u_D}{U_T}} - 1) \quad (3.6)$$

Hierbei bedeutet U_T die Temperaturspannung, und i_s den Sperrstrom. Aus der Ersatzschaltung ergeben sich folgende Gleichungen:

$$i_L = i_{ph} - i_D - i_p = i_{ph} - i_s \left(e^{\frac{u_D}{U_T}} - 1 \right) - \frac{u_D}{R_p} \quad (3.7)$$

Durch Einsetzen von

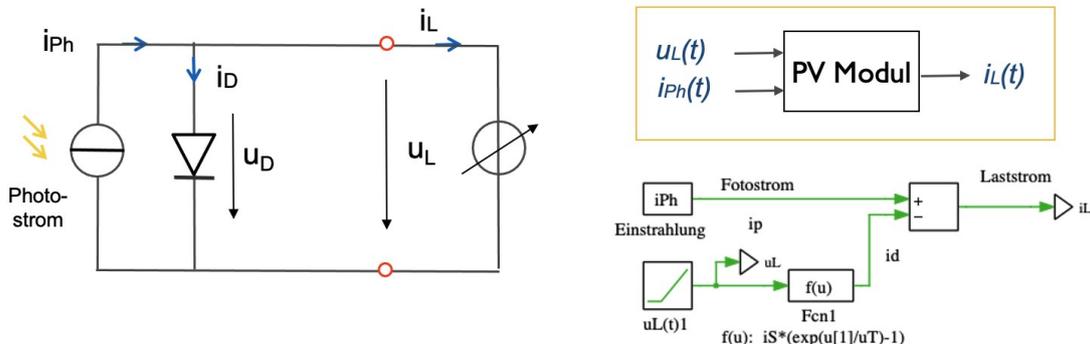
$$u_D = i_L R_s + u_L \quad (3.8)$$

erhält man die Beziehung

$$i_L = i_{ph} - i_s \left(e^{\frac{i_L R_s + u_L}{U_T}} - 1 \right) - \frac{(i_L R_s + u_L)}{R_p} \quad (3.9)$$

Diese Gleichung lässt sich numerisch durch Iteration lösen.

Frage 3.2.1: Sperrstrom. Gegeben seien $U_T = 25 \text{ mV}$, die Leerlaufspannung $u_0 = 0,575 \text{ V}$, der Kurzschlussstrom $i_0 = 1.2 \text{ A}$. Schätzen Sie hieraus den Sperrstrom i_s der Diode gemäß der folgenden vereinfachten Ersatzschaltung ab.



Lösung: Im Leerlauf ist der Diodenstrom gleich dem Photostrom $i_{ph} \approx i_0$. Aus der Diodengleichung folgt

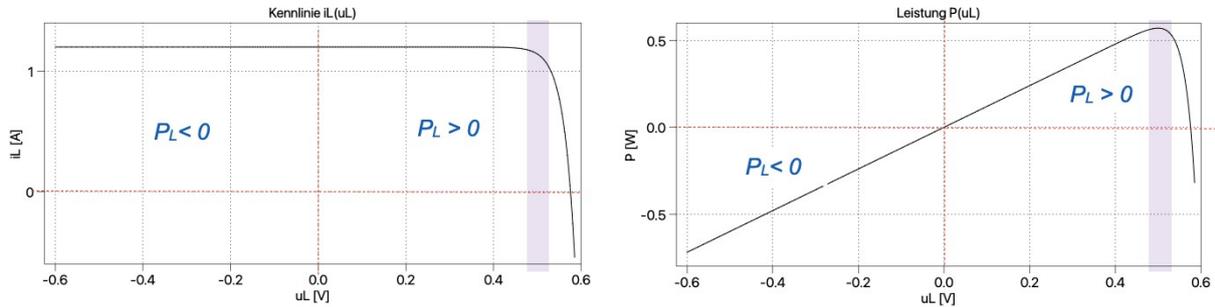
$$i_s \approx i_0 / (e^{\frac{u_0}{U_T}} - 1)$$

Man erhält einen Sperrstrom von 0,12 nA.

Frage 3.2.2 Kennlinie der Photodiode. Berechnen Sie die Strom-Spannungskennlinie der Photodiode über einen Bereich $-u_1 < u_L < u_1$ mit Hilfe des Ersatzschaltbildes oben. Berechnen Sie außerdem die Leistung.

Lösung: Zur Berechnung der Kennlinie wird die Spannung aus Ausgang der Diode im Bereich von ca. $-0,6 \text{ V} < u_L < 0,6 \text{ V}$ variiert, während der Photostrom konstant bleibt. Man erhält eine Diodenkennlinie, die im Bereich des Sperrstroms um den Photostrom verschoben ist (siehe folgende Abbildung), und nach unten abknickt, statt wie gewohnt nach oben. In der Darstellung wurde die Stromrichtung des Stroms i_L in Sperrrichtung der Diode (Strom i_D) gewählt, so dass die Diodenkennlinie ab der Schleienspannung (Durchlassspannung) in Richtung der negativen Stromachse abknickt. Der Betriebsbe-

reich der Photodiode als Generator befindet sich in dieser Zählweise im Bereich positiver Spannungen und positiver Ströme: Hier ist $P_L = u_L \cdot i_L > 0$; die Spannungsquelle nimmt die Leistung auf, die von der Diode abgegeben wird.



Im Bereich negativer Spannungen u_L nimmt die Diode Leistung auf, sie arbeitet als Lichtsensor: der Strom repräsentiert des Photostrom proportional zur Helligkeit. Im Bereich negativer Ströme i_L arbeitet die Photodiode wie eine normale Diode, getrieben von der Spannung u_L .

Im Betrieb als Erzeuger bleibt der Strom bis zum Knickpunkt annähernd konstant, die Leistung wächst somit mit der Spannung. Mit sinkendem Strom verringert sich dann die Leistung. Das Leistungsmaximum liegt somit nahe am Knickpunkt.

Frage 3.2.3: Weitere Parameter der Ersatzschaltung. Gegeben seien $U_T = 25 \text{ mV}$, die Leerlaufspannung $u_0 = 0,575 \text{ V}$, der Kurzschlussstrom $i_0 = 1.2 \text{ A}$, der Sperrstrom $i_s = 0,12 \text{ nA}$. In Leistungsmaximum haben Strom und Spannung die Werte $i_{\max} = 1 \text{ A}$ und $u_{\max} = 0,5 \text{ V}$. Schätzen Sie die Impedanzen R_p und R_s in Abbildung 3.3 ab.

Lösung: (1) Im Leerlauf ($i_L = 0$) ist $u_L = u_D = u_0$, d.h.

$$0 = i_{ph} - i_s \left(e^{\frac{u_0}{U_T}} - 1 \right) - \frac{u_0}{R_p} \approx i_0 - i_s \left(e^{\frac{u_0}{U_T}} - 1 \right) - \frac{u_0}{R_p}$$

Bei gegebenem Sperrstrom i_s lässt sich hieraus R_p abschätzen ($R_p = u_0 / (i_0 - i_D)$).

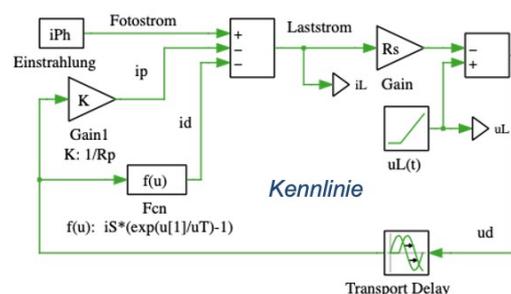
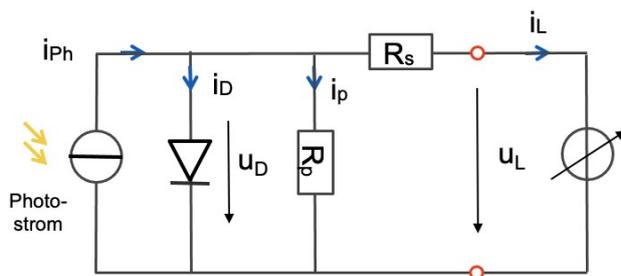
(2) Leistungsmaximum: Gegenüber der Leerlaufspannung ergibt sich über der Serienimpedanz R_s die Spannung:

$$u_0 - u_{\max} = R_s \cdot i_{\max}$$

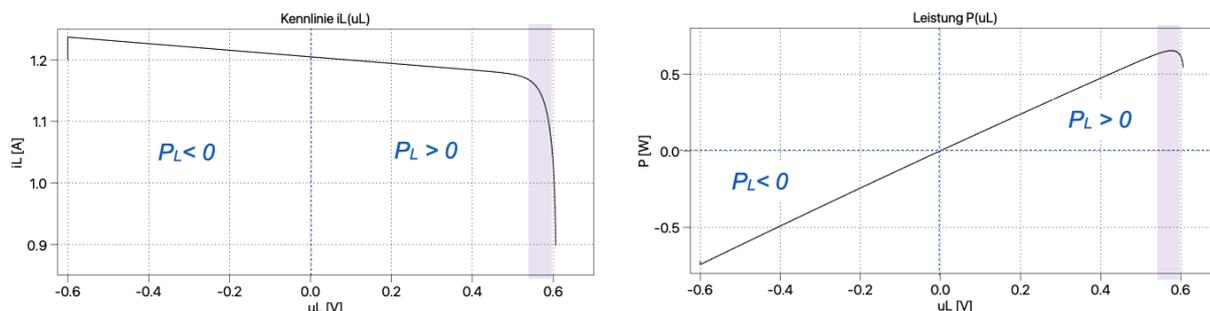
Hieraus folgt R_s . Mit den gegebenen Werten errechnen sich $R_s = 0,07 \Omega$ und $R_p = 18,8 \Omega$. Die vereinfachte Ersatzschaltung gilt also hier mit guter Näherung.

Frage 3.2.4: Kennlinie der vollständigen Ersatzschaltung. Berechnen Sie die Strom-Spannungskennlinie der Photodiode über einen Bereich $-u_1 < u_L < u_1$. Berechnen Sie außerdem die Leistung.

Lösung: Für den Signalfluss wurde nach dem Ersatzschaltbild folgende Struktur gewählt:



Der Laststrom i_L wird iterativ aus der rückgekoppelten Diodenspannung berechnet. Der Photostrom bleibt konstant. Die Verzögerung im Rückkopplungszweig repräsentiert die Verzögerung einer Messung und verhindert einen logischen Zirkelschluss für die Iteration. Man erhält folgende Kennlinien:



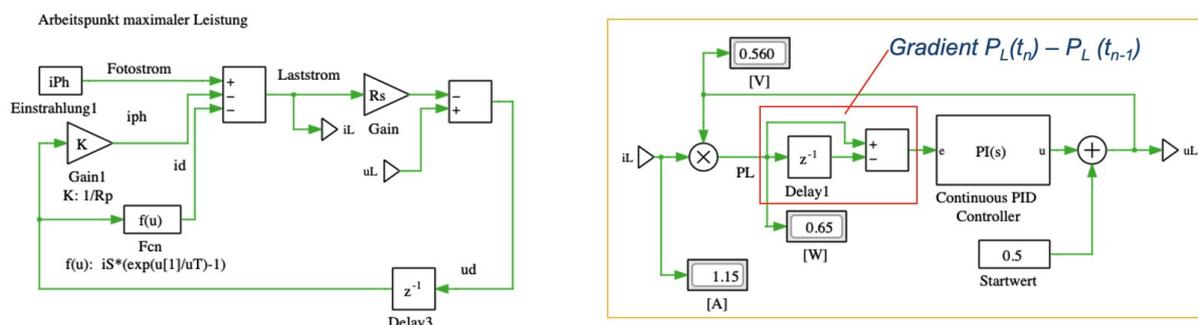
Die Kennlinie stellt eine um den Photostrom verschobene Diodenkennlinie dar, wobei der Zählpfeil des Stroms in Lastrichtung definiert wurde. Eine positive Leistung $P_L > 0$ bedeutet somit, dass von der Last (d.h. von der Spannungsquelle u_L) Leistung aufgenommen wird. Diese Leistung gibt die Diode als Spannungsquelle ab.

Das Maximum der Leistung ist kurz vor dem Abknicken der Kennlinie erreicht, wenn also das Produkt aus Spannung und Strom maximal wird.

Frage 3.2.5: Arbeitspunkt maximaler Leistung. In einer Solarzelle ist die Leistungsausbeute entscheidend: Der Arbeitspunkt soll möglichst im Maximum der oben gezeigten Kennlinie liegen. Überprüfen Sie die Leistung des Moduls, wenn über der Last die Spannung u_{mp} gefordert wird. Wie könnte man dafür sorgen, dass die Zelle stets im Leistungsmaximum arbeitet?

Lösung: Der Arbeitspunkt lässt sich iterativ verbessern, d.h. durch Messung der Leistung und Probieren. Zu diesem Zweck wird der jeweils aktuelle Wert der gemessenen Leistung $P(t_n)$ verglichen mit dem vergangenen Wert $P(t_{n-1})$. Ist die Differenz $P(t_n) - P(t_{n-1}) > 0$, so kann die Leistung durch Vergrößerung der Spannung (bzw. des Stroms) noch gesteigert werden. Ist umgekehrt $P(t_n) - P(t_{n-1}) < 0$, so befindet man sich auf dem absteigenden Ast der Leistungskennlinie. In diesem Fall muss die Spannung (bzw. der Strom) reduziert werden.

Folgende Abbildung zeigt eine Regelung auf Basis der Abfrage des Leistungsmaximums. Damit man in den variablen Bereich der Leistungskennlinie kommt, wird ein Startwert für die Spannung u_L vorgegeben. In der Praxis wird man von einem existierenden Arbeitspunkt aus starten. Für ein richtiges Gradientenverfahren wäre eine Steuerung der Schrittweite erforderlich.



Man erkennt, dass sich die Leistungsausbeute hierdurch verbessern lässt. Die Regelung auf das Maximum der Leistungskennlinie (engl. maximum power point) wird als MPP-Tracking bezeichnet.

3.3. Solarzellen und Solarmodule

Solarzellen sind Photodioden mit großer Fläche. Solarmodule fassen mehrere Solarzellen zusammen. Folgende Abbildung zeigt unterschiedliche Möglichkeiten der Verschaltung von Solarmodulen zu einer Solaranlage.

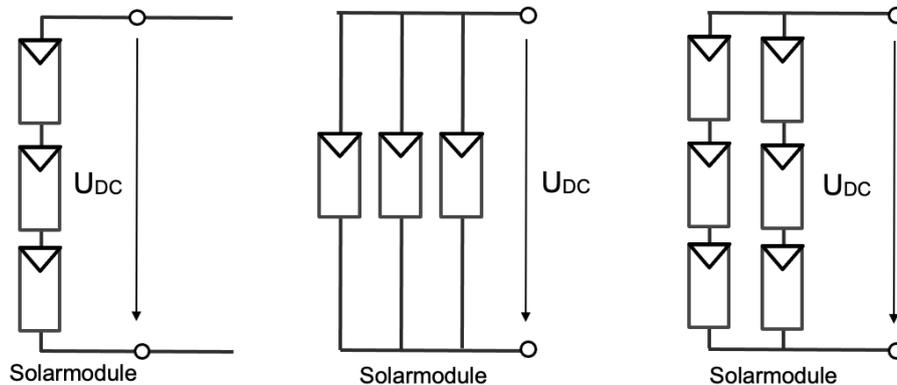
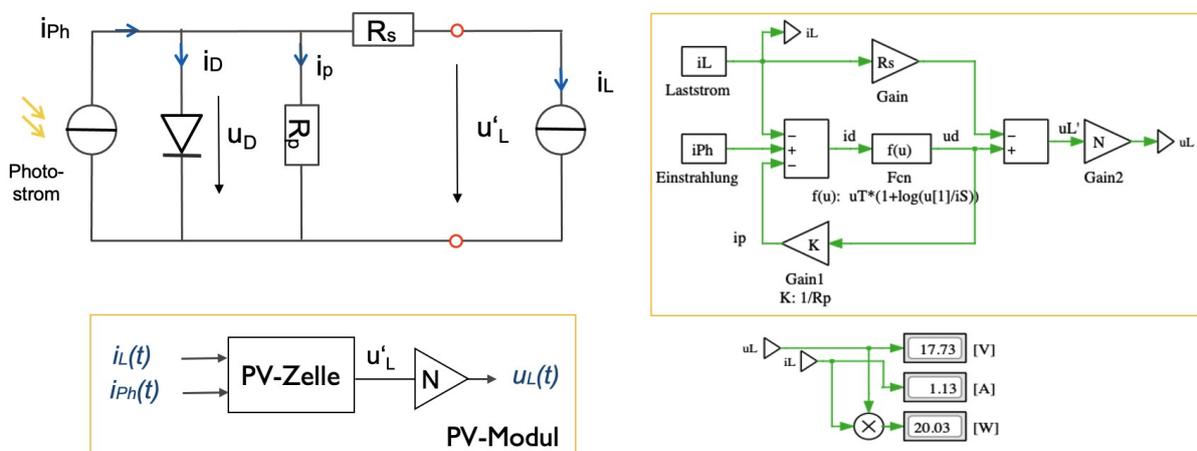


Abbildung 3.4 Solaranlagen aus Solarmodulen

Frage 3.3.1: Solarmodul als Stromquelle. Auf dem Datenblatt eines Solarmoduls finden sich folgende Angaben: maximale Leistung $P_{max} = 20 \text{ W}$, Spannung im Leistungsmaximum $U_{mp} = 17,8 \text{ V}$, Strom im Maximum $I_{mp} = 1,13 \text{ A}$, Leerlaufspannung $U_0 = 22 \text{ V}$, Kurzschlussstrom $I_0 = 1,22 \text{ A}$. Wie viele Photozellen enthält das Modul? Erstellen Sie ein Modell des Solarmoduls als Stromquelle. Außerdem soll der Photostrom abhängig von der Einstrahlung sein. Die Einstrahlung E ist in W/m^2 vorgegeben, wobei als Bezugsgröße die Bestrahlungsstärke $E_0 = 1000 \text{ W/m}^2$ definiert wird.

Lösung: Unter der Annahme, dass eine Photozelle eine Leerlaufspannung von ca. $0,6 \text{ V}$ besitzt, sind in dem Solarmodul insgesamt $N = 22,3 \text{ V} / 0,6 \text{ V} = 36$ Zellen in Reihe geschaltet.

Die Einstrahlung wird in relativen Einheiten vorgegeben: $e = E/E_0$. Für $e = 1$ soll der Photostrom dem Maximalwert I_0 entsprechen. Außerdem wird als Eingangsgröße der Laststrom I_L definiert. Der Einfachheit halber werden nicht N Zellen hintereinander geschaltet, sondern die Spannung einer Zelle im Modell um den Faktor N vervielfacht. Da die Zellen seriell verschaltet sind, sind die Ströme mit denen der einzelnen Zelle identisch.



Die Abbildung oben zeigt die Ersatzschaltung und den Signalfluss. In diesem Modell wurde die Di-odenspannung aus dem Diodenstrom berechnet, d.h. $u_d = f(i_d)$. Diese Gleichung ist numerisch für itera-

tive Verfahren besser konditioniert als die Beziehung $i_d = f(u_d)$. Davon abgesehen gibt es keine Unterschiede. Bemerkung: Für die Zellimpedanzen wurde folgende Werte verwendet: $R_p = 10 \Omega$, $R_s = 0,04 \Omega$. Letzterer Wert wurde angepasst, um die Herstellerspezifikation zu treffen.

Frage 3.3.1: Bypass-Dioden. Es seien N Solarzellen in Reihe geschaltet. Eine der Zellen wird abgeschattet. Welche Konsequenz hat dieser Zustand? Wie lässt sich mit Hilfe einer sogenannten Bypass Diode Abhilfe schaffen? Hinweis: Skizzieren Sie ein Ersatzschaltbild mit zwei Zellen.

Lösung: Die abgeschattete Zelle ist nun in Sperrrichtung zum Stromfluss der übrigen Zellen gepolt. In der Serienschaltung ist somit der Stromfluss unterbrochen. Umgekehrt kann der Strom jedoch durch die abgeschattete Diode fließen, es wird somit Leistung aufgenommen. Eine Bypass-Diode gibt den Weg für den Strom durch die inaktive Zelle frei.

Frage 3.3.3: Solaranlage. Wie würden Sie die Module verschalten, wenn einphasig in ein AC-Netz mit 230 V eingespeist werden soll? Welche Verschaltung wäre für ein DC-Netz mit 24 V oder 48 V zu empfehlen?

Frage 3.3.4: Für eine Solaranlage stehen Ihnen Module mit 20 W Leistung zu Verfügung. Die Module haben im Leistungsmaximum eine Betriebsspannung von 17,8 V und einen Strom von 1,13 A. Die Module sind 345 mm breit und 470 mm hoch. Welche Fläche benötigen Sie für eine Anlage mit 2 kW? Wie verschalten Sie die Module zur einphasigen Einspeisung in ein 230 V Wechselstromnetz? Die Betriebsspannung der Module ist nicht stabil, sondern abhängig von der Einstrahlung. Zum Einspeisen benötigen Sie eine Spannung, die über der Netzspannung liegt. Die Solaranlage liefert Gleichspannung. Was benötigen Sie zur Einspeisung außer den Modulen?

3.4. DC-Hochsetzsteller und Wechselrichter

Da Solarmodule eine von der Einstrahlung abhängige Spannung liefern, zum Einspeisen in ein DC-Netz oder AC-Netz jedoch ein Spannungsniveau über der Netzspannung benötigt wird, wird die Ausgangsspannung der Solarmodule auf eine Zwischenkreisspannung angehoben. Folgende Abbildung zeigt den hierfür verwendeten Hochsetzsteller (engl. DC-Booster).

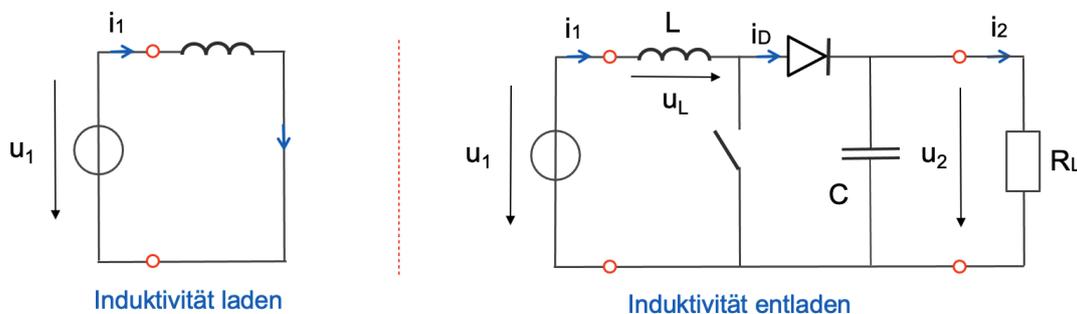


Abbildung 3.5 Aufbau und Funktionsprinzip des Hochsetzstellers

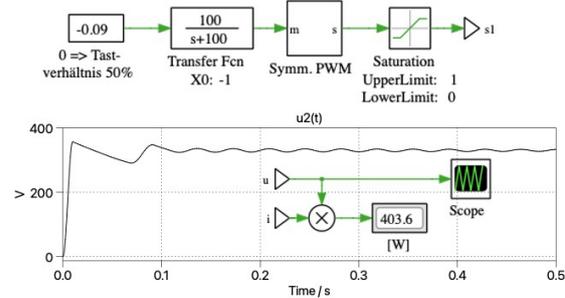
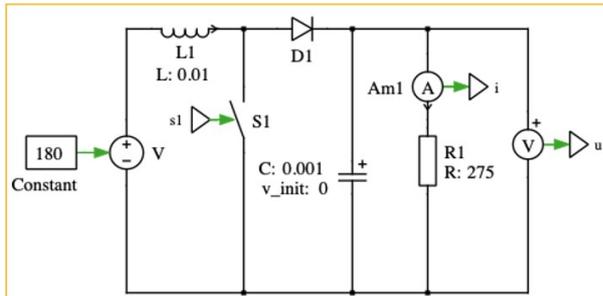
Der Zwischenkreis mit der Ladekapazität C dient hierbei auch als Energiespeicher. Der Hochsetzsteller arbeitet als Strompumpe. Über einen Schalter (z.B. einen Transistor) wird ein Stromkreis abwechselnd über der Induktivität L geschlossen und über der Last geöffnet. Hierbei speichert die Induktivität bei geschlossenem Schalter Energie, die sie beim Öffnen des Schalters an den Stromkreis mit der Ladekapazität C abgibt.

Frage 3.4.1: Simulieren Sie den Schaltkreis mit geeigneten Werten für R_L , L und C . Verwenden Sie eine Schaltfrequenz von 10 kHz (10000 Schaltvorgänge pro Sekunde) und variieren Sie das Tastverhältnis. Der Hochsetzsteller soll für ein Balkonkraftwerk mit 400 W Leistung aus 2 parallelen Solarmodulen eine Spannung im Bereich von 180 V auf ein Niveau von 330 V anheben und halten.

Lösungsbeispiel: siehe folgende Abbildung.

Für $U_1 = 180 \text{ V}$, $U_2 = 330 \text{ V}$ und einer Leistung von 400 W betragen die Ströme primärseitig $I_1 = 2,2 \text{ A}$ und sekundärseitig $I_2 = 1,2 \text{ A}$. Als Lastwiderstand wird $R_L = 275 \Omega$ gewählt.

Bei einer Schaltfrequenz von $f_s = 10 \text{ kHz}$ beträgt das Schaltintervall $T_s = 1/f_s = 0,1 \text{ ms}$. Für den Transport einer Leistung von $P = 400 \text{ W}$ muss in dieser Zeit eine Energie von $E = P \cdot T_s = 0,04 \text{ Ws}$ aufgenommen werden. Induktivität und Kapazität sind gemäß $E_L = \frac{1}{2} L I_1^2$ und $E_C = \frac{1}{2} C U_2^2$ auszulegen, wobei im Beispiel C deutlich großzügiger ausgelegt wurde.



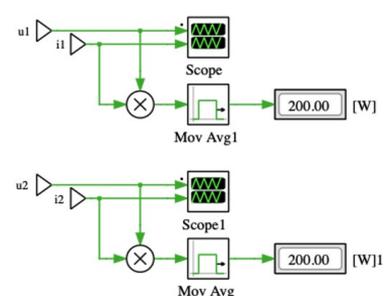
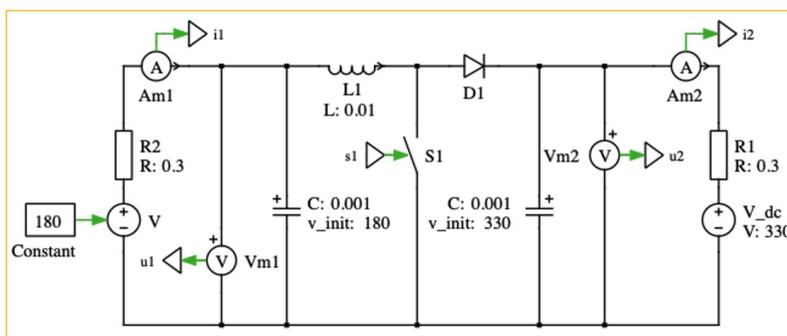
Bei einem Tastverhältnis von etwas weniger als 50% erreicht die Ausgangsspannung das gewünschte Niveau (annähernd die doppelte Eingangsspannung). Die Ströme verhalten sich umgekehrt. Dieses Verhalten folgt aus der Konstanz der transportierten Leistung: $P_2 = P_1$ (abgesehen von den Verlusten des Hochsetzstellers).

Die Übertragungsfunktion im Beispiel stellt ein Tiefpassfilter mit Grenzfrequenz 100 Hz dar, mit einem Initialwert von -1 am Ausgang, entsprechend einem Tastverhältnis von Null. Auf diese Weise wird das Tastverhältnis innerhalb von ca. 10 ms auf den gewünschten konstanten Wert geführt, um beim Einschalten ein Überschwingen der Ausgangsspannung zu verhindern.

Bemerkung: Hochsetzsteller werden nicht benötigt, wenn die Spannung der Solarmodule ausreicht. Für Module von 300 W wäre das mit den Angaben aus Aufgabe 3.3 der Fall.

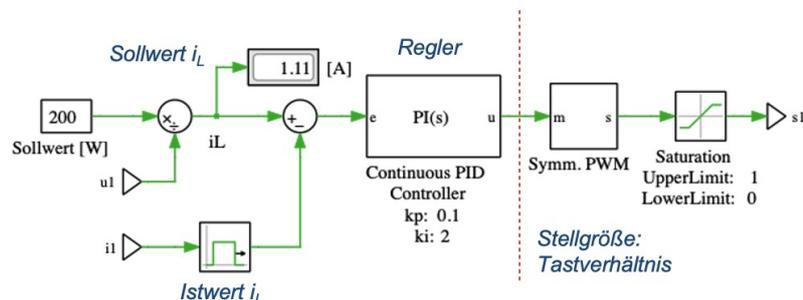
Frage 3.4.2: Hochsetzsteller stromgeführt. Der Hochsetzsteller soll ausgangsseitig an einem Wechselrichter betrieben werden, der die Ausgangsspannung u_2 führt. Somit stellt der Hochsetzsteller den Ausgangsstrom i_2 . Die mit dem Strom i_2 in die Spannungsquelle u_2 geführte Leistung P_2 führt der Wechselrichter in Netz ab. Eingangsseitig soll der Hochsetzsteller den Laststrom $i_1 = I_L$ aus den Solarmodulen abführen. Die Solarmodule führen die Eingangsspannung u_1 des Hochsetzstellers. Erstellen Sie ein Modell und eine Regelung für den stromgeführten Betrieb des Hochsetzstellers.

Lösung: siehe folgende Abbildung.



Der Hochsetzsteller wird nun zwischen zwei Spannungsquellen u_1 und u_2 betrieben. Da die Ströme durch die Induktivität und die Kapazität getaktet werden, sind eingangsseitig und ausgangsseitig Kapazitäten angebracht, die die gepulsten Ströme aufnehmen, so dass die Ströme i_1 und i_2 durch beide

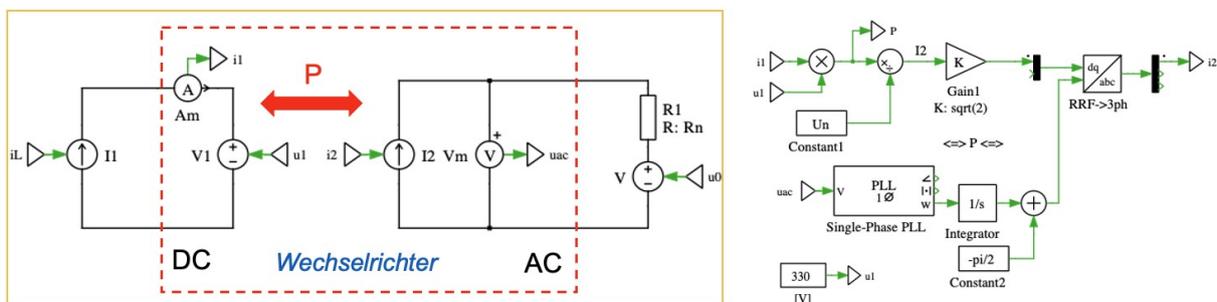
Spannungsquellen annähernd konstant sind. Um den Einschaltvorgang nicht in der Simulation zu betrachten, wurden beide Kapazitäten auf den Nennwert beider Spannungen vorgeladen (durch Vorgabe der initialen Spannungen).



Als Führungsgröße des Hochsetzstellers wird der Eingangsstrom $i_1 = i_L$ gewählt. Im oben dargestellten Regler wird die Führungsgröße des Stroms von der vorgegebenen Leistung P abgeleitet. Wenn die verfügbare Solarleistung 200 W beträgt, folgt aus der gemessenen Eingangsspannung der Sollwert des Eingangsstroms. Die Abweichung zum Istwert wird auf einen PI-Regler geführt, der das Tastverhältnis des Wandlers so führt, dass sich der gewünschte Eingangsstrom einstellt.

Frage 3.4.3: Wechselrichter als Mittelwertmodell. Mit einem auf den Hochsetzsteller folgenden Wechselrichter würde letzterer die Ausgangsspannung u_2 des Hochsetzstellers führen. Diese Betriebsweise entspricht somit der Darstellung aus Aufgabe 3.4.2. Die vom Hochsetzsteller durch den Ausgangsstrom i_2 zugeführte Leistung führt der Wechselrichter ins AC-Netz ab, indem er den Strom auf der AC-Seite geeignet führt. DC-Seite und AC-Seite des Wechselrichters sind über die Leistung P gekoppelt. Erstellen Sie ein Ersatzschaltbild aus Strom- und Spannungsquellen (ein sogenanntes Mittelwertmodell) und bilden Sie dieses in der Simulation einschließlich eines Konzeptes zur Regelung ab.

Lösung: siehe folgende Abbildung.



Die Eingangsspannung u_1 kann hier einfach fest vorgegeben werden. Aus dem gemessenen Strom i_1 und der Spannung u_1 wird die Leistung P ermittelt. Die Spannung u_{ac} am Anschlusspunkt zum AC-Netz wird gemessen. Der Effektivwert des Stroms I_2 ergibt sich aus der zu übertragenden Leistung P und dem Effektivwert der Spannung u_{ac} am Anschlusspunkt (wobei im Beispiel ein der Einfachheit halber ein fester Wert verwendet wurde).

Der Effektivwert des Stroms muss auf den Scheitelwert skaliert und per Koordinatentransformation in den Zeitbereich transformiert werden. Hiermit lässt sich die Stromquelle i_2 des Wechselrichters direkt ansteuern. Das Bezugssystem für den Phasenwinkel wird mit Hilfe eines PLL aus der am Anschlusspunkt gemessenen Spannung ermittelt.

Frage 3.4.4: Wechselrichter als physikalische Schaltung. Übersetzen Sie das Mittelwertmodell einschließlich des Regelungskonzepts in eine physikalische Schaltung aus einer H-Brücke zur Einspeisung in ein Wechselspannungsnetz (siehe Aufgabe 2.3)

4. Energiespeicher

4.1. Batteriespeicher

Aus der Sicht der Modellierung stellt eine Batterie eine Spannungsquelle mit Füllstandsanzeige dar. Die Spannungsquelle wird mit Hilfe ihrer Leerlaufspannung und ihres Innenwiderstandes angegeben. Der Füllstand bewegt sich im Rahmen der Batteriekapazität und gibt die Menge der gespeicherten Ladung wieder. Die abgegebene oder aufgenommene Ladungsmenge berechnet sich aus dem Integral des Stroms. Folgende Abbildung zeigt das elektrische Ersatzschaltbild der Batterie.

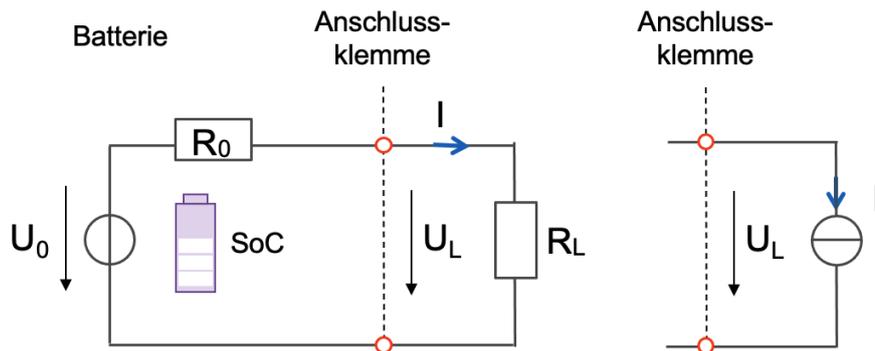


Abbildung 4.1 Batterie als Spannungsquelle mit Füllstand

Frage 4.1.1: Funktionsweise. Beschreiben Sie die Funktionsweise der Batterie mit Hilfe des Ersatzschaltbildes. Erläutern Sie die Begriffe Leerlaufspannung, Innenwiderstand, Lastfluss, Batteriekapazität (als Energiemenge), Füllstand (engl.- SoC für state of charge), Anschlussleistung und Speicherdauer.

Lösung: Die Batterie besitzt eine Leerlaufspannung U_0 und einen Innenwiderstand R_0 . Lastfluss: Als Spannungsquelle wird sie entweder mit einem Lastwiderstand R_L oder einer Stromquelle I beschaltet. Mit Lastwiderstand fließt ein Strom aus der Batterie, der Füllstand der Batterie nimmt ab, es wird Leistung abgegeben. Bei Beschaltung mit einer Stromquelle sind beide Lastflussrichtungen möglich: Die Batterie entweder gibt Energie ab und entlädt sich, oder die Batterie nimmt Energie auf und wird aufgeladen. Bei Belastung ist die Klemmenspannung U_L kleiner als die Leerlaufspannung U_0 . Beim Aufladen ist es umgekehrt.

Kapazität und Ladezustand: Die Batterie besitzt eine begrenzte Kapazität für die Aufnahme elektrischer Ladungen. Die Ladungsmenge wird hierbei in [As] angegeben. Multipliziert mit der Batteriespannung ergibt sich die Batteriekapazität als Energiemenge in [Ws]. Der Füllstand $SoC(t)$ ist das Verhältnis der aktuell gespeicherten Ladung $Q(t)$ zur Nennladung bzw. maximal möglichen Ladung Q_n . Hierbei berechnet man die aktuell gespeicherte Ladungsmenge aus der initialen Ladung Q_0 und Zeitintegral des Stroms $i(t)$. Das Vorzeichen wird so gewählt, dass ein zufließender Strom die Ladungsmenge erhöht.

$$Q_{(t)} = Q_0 - \int_0^t I(\tau) \cdot d\tau \quad (4.1)$$

$$SoC = \frac{Q_{(t)}}{Q_n} \quad (4.2)$$

Anschlussleistung und Speicherdauer: Aus dem Verhältnis der Batteriekapazität E_n als Energiemenge und der Anschlussleistung P_n (= Nennleistung) der Batterie berechnet sich die Speicherdauer:

$$H = \frac{E_n}{P_n} \quad (4.3)$$

Das Verhältnis H besitzt die Einheit [s] und repräsentiert die Speicherdauer. Bei einem mechanischen System repräsentiert H die Trägheit des Systems (gebildet aus der kinetisch gespeicherten Energie im Verhältnis zur Anschlussleistung, bzw. aus der gespeicherten potenziellen Energie im Verhältnis zur Anschlussleistung). Bei chemischen Speichern bzw. thermischen Speichern gilt die Definition sinngemäß: Die Nennwerte von Energie und Leistung hängen über die Speicherdauer zusammen.

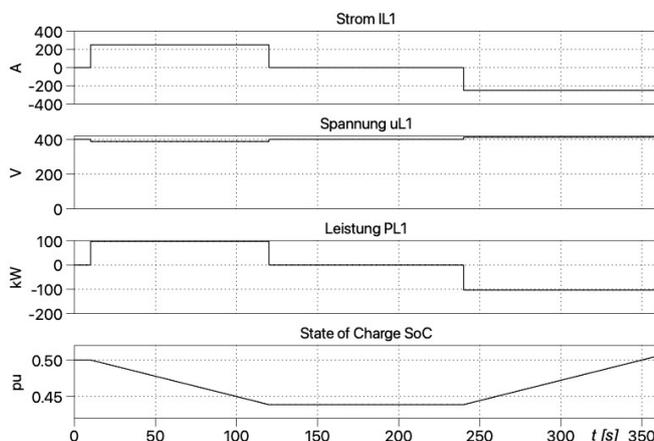
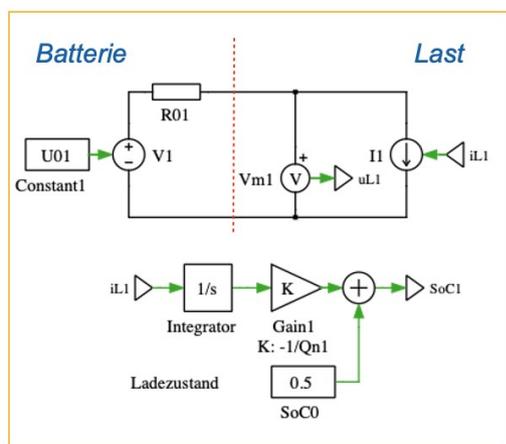
Bei elektrischen Batterien sind Energiemenge und Anschlussleistung nicht unabhängig voneinander wählbar (wie z.B. bei einem Pumpspeicher oder chemischen Speicher). Daher haben Batterien typische Speicherdauern in der Größenordnung einer Stunde. Als Kenngröße wird auch der Kehrwert der Speicherdauer verwendet:

$$C = \frac{P_n}{E_n} = \frac{I_n}{Q_n} \quad (4.3')$$

Die C-Rate mit Einheit [1/s] bzw. mit Einheit [1/h] kennzeichnet den maximalen Strom im Verhältnis zur gespeicherten Ladungsmenge: Eine Batterie mit 1 Ah Ladungskapazität und C-Rate von 1 (die Einheit wird gerne weggelassen) kann mit einem maximalen Strom von 1 A (in einer Stunde) entladen werden (bzw. geladen werden). Statt des Begriffs stundenbezogener C-Raten mit weggelassenen Einheiten hätte man auch einfach die charakteristische Speicherdauer H verwenden können.

Frage 4.1.2: Simulation. Untersuchen Sie die Funktionsweise der Batterie in der Simulation. Verwenden Sie folgende Kenngrößen: (1) Anschlussleistung 100 kW, Kapazität 50 kWh (elektrischer PKW), (2) oder Anschlussspannung 36 V, Kapazität 13,4 Ah (Elektrofahrrad). Der Wirkungsgrad der Batterie über das Laden und Entladen soll jeweils 95% betragen.

Lösungsbeispiel: siehe folgende Abbildung.

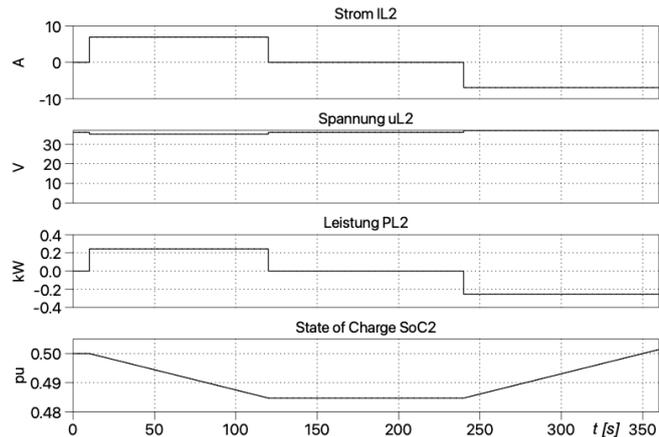
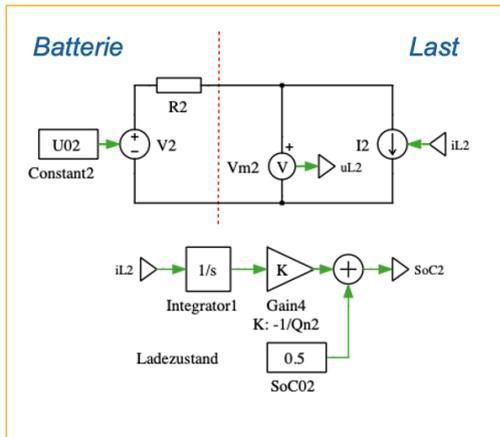


(1) elektrischer PKW: Mit einer angenommenen Betriebsspannung von $U_{01} = 400 \text{ V}$ beträgt der Strom bei $P_{n1} = 100 \text{ kW}$ Motorleistung $I_{n1} = 250 \text{ A}$. Bei einer Fahrleistung von 100 kW wäre die Batterie in $H = \frac{1}{2}$ Stunde leer. Der Innenwiderstand R_0 berechnet sich aus der Verlustleistung: $P_v = I_{n1}^2 R_0$. Bei 2,5% Verlusten (in einer Lastflussrichtung) berechnet sich $R_0 = 0,025 \cdot 100 \text{ kW} / (250 \text{ A})^2 = 0,05 \Omega$. Die Ladungskapazität als Bezugswert für den Ladezustand berechnet sich aus $Q_n = E_n / U_{01}$.

(2) Elektrofahrrad: Mit einer Betriebsspannung von 36 V und einer Ladungskapazität von 13,9 Ah ergibt sich eine Batteriekapazität von 500 Wh. Bei einer angenommenen Leistung von 250 W dauern Laden bzw. Entladen somit 2 Stunden, es fließt ein Strom von ca. 7 A. Der Innenwiderstand R_0 be-

rechnet sich aus der Verlustleistung: $P_V = I_n^2 R_0$. Bei 2,5% Verlusten (in einer Lastflussrichtung) berechnet sich $R_0 = 0,025 * 250 \text{ W} / (7 \text{ A})^2 = 0,13 \Omega$.

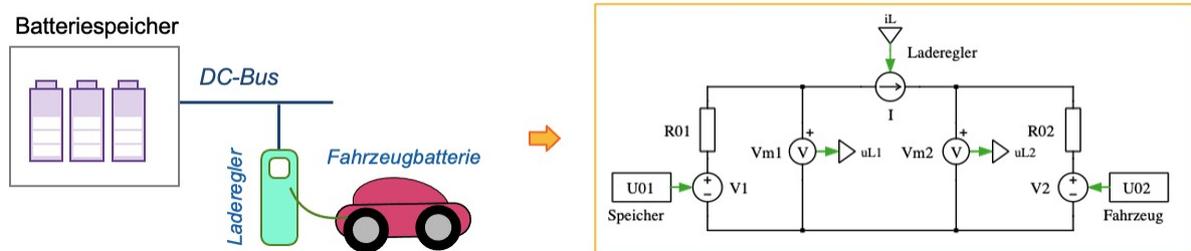
Bemerkung: Der unterschiedliche Leistungsbedarf von PKW und Fahrrad erklärt sich durch die bewegten Massen sowie durch den Leistungsbedarf bei hohen Geschwindigkeiten. Die Masse des PKW beträgt ca. 1,7 t beim PKW gegenüber einem Fahrrad mit Fahrer von ca. 0,1. Bei Geschwindigkeiten von ca. 120 km/h sind PKW um einen Faktor 4 schneller unterwegs als Fahrräder und haben zum Beschleunigen der großen Massen auf diesem Niveau einen erheblichen größeren Energiebedarf (die kinetische Energie beträgt $E_{kin} = \frac{1}{2} m v^2$).



Die Simulation der Batterie des Elektrofahrrades mit vergleichbarem Lastprofil zeigt gleiches Verhalten (bezogen auf die Nennwerte), jedoch fällt die Entladung der Batterie deutlich geringer aus. Ursache ist die größere Speicherdauer: $H_2 = 500 \text{ Wh} / 250 \text{ W} = 2 \text{ h}$ im Vergleich zu $H_1 = 50 \text{ kWh} / 100 \text{ kW} = 0.5 \text{ h}$.

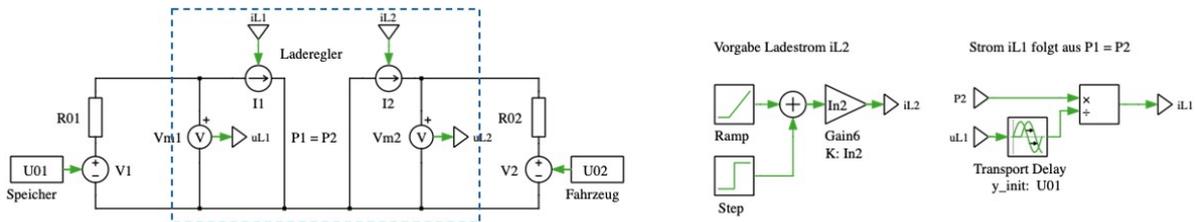
Frage 4.1.3: Laderegler für einen Batteriespeicher. Batterien als Spannungsquellen können elektrische Lasten in Form von Lastwiderständen oder Stromquellen bedienen, bzw. elektrische Energie aus Stromquellen aufnehmen. Der Betrieb an einer Spannungsquelle (z.B. beim Laden einer Fahrzeugbatterie aus einem Batteriespeicher) gestattet sich etwas schwieriger. Warum? Realisieren Sie einen Laderegler für eine Fahrzeugbatterie in der Simulation.

Lösung: Eine direkte Kopplung des Batteriespeichers mit der Fahrzeugbatterie ist problematisch, weil man dann Spannungsquellen parallel betreibt. Der Ausgleich der Spannungsniveaus erfolgt über den Spannungsabfall an den Innenwiderständen und ist daher mit großen Strömen verbunden. Für kontrollierte Ladeströme ist eine Stromquelle (als Strompumpe) zwischen den beiden Spannungsquellen erforderlich, wie in folgender Abbildung dargestellt.



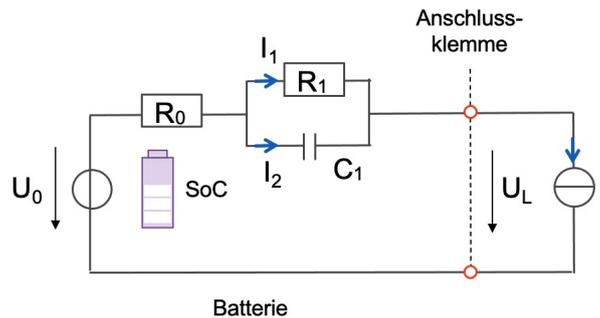
Diese Funktion leistet der Laderegler, der folglich im Modell als Stromquelle eingefügt wird. Der Ladestrom kann nun unmittelbar vorgegeben werden, und zwar in beiden Lastflussrichtungen. Die Fahrzeugbatterie kann somit geladen bzw. entladen werden. In letzterem Zustand arbeitet die Batterie am Netz (DC-Netz oder AC-Netz, wenn ein zusätzlicher DC/AC-Wandler eingeführt wird).

Mit Hilfe des Ladereglers können die Spannungen beliebig voneinander abweichen: Die Spannungsdifferenz fällt über dem Laderegler ab. Allerdings ist der Laderegler in diesem Modell nicht leistungsvariant: Die von der Fahrzeugbatterie aufgenommene Leistung P_2 ist nicht gleich der vom Batteriespeicher abgebenen Leistung P_1 . Der Laderegler nimmt die Differenz auf oder gibt die Differenz ab.

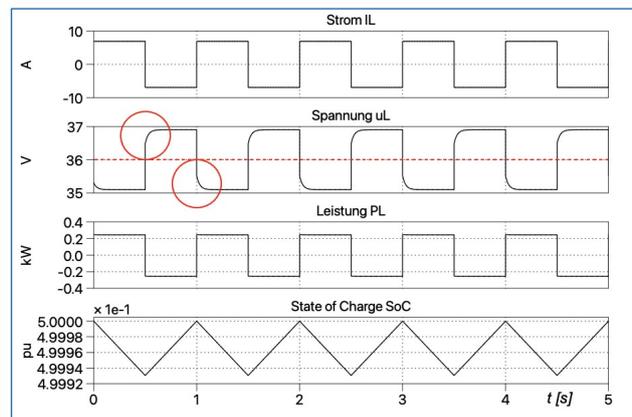
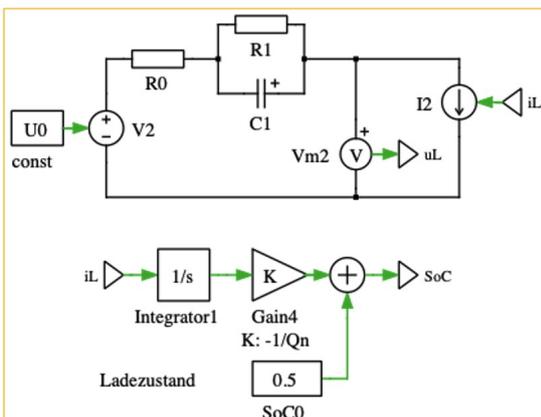


Ein realistisches Modell des Ladereglers müsste aus zwei miteinander über die Leistung gekoppelte Stromquellen bestehen, so dass an den Klemmen des Ladereglers $P_2 = P_1$ gilt. Mit Hilfe eines solchen Modells lässt sich einer der beiden Ströme vorgeben, z.B. der Ladestrom des Fahrzeugs auf der Sekundärseite des Ladereglers. Der Strom auf der Primärseite des Ladereglers folgt dann aus der abgegebenen Leistung und der Spannung auf der Primärseite.

Frage 4.1.4: Erweitertes elektrisches Modell. Das bisher verwendete einfache Modell ist ausreichend für die Betrachtung von Ladezyklen und Lastzuständen, lässt sich jedoch für die Betrachtung des transienten Verhaltens der Batterie verfeinern. Folgende Abbildung zeigt das erweiterte Modell. Erläutern Sie das Verhalten und demonstrieren Sie die Unterschiede zum einfachen Modell in der Simulation.



Lösung: Mit Hilfe der Eingangskapazität C_1 in Serie zum Innenwiderstand R_0 hat die Batterie nun eine Entladezeit $t_c = R_0 C_1$. Der Parallelwiderstand R_1 dient zur Entladung von C_1 im Leerlauf. Im eingeschwungenen Zustand führt der Kondensatorzweig C_1 keinen Strom; der Innenwiderstand setzt sich somit aus der Summa von R_0 und R_1 zusammen: $R_i = R_0 + R_1$. Somit bietet diese Ergänzung nur eine Verfeinerung des transienten Verhaltens beim Umschalten. Folgende Abbildung zeigt einen Simulationslauf.



Mit den gewählten Werten für R_0 und C_1 ergibt sich eine zeitkonstante $t_c = 30$ ms. Im Simulationslauf wurde der Strom mit 1 s Periodendauer puls förmig zwischen positivem und negativem Nennstrom umgeschaltet. Da beim Umschalten die Kapazität C_1 umgeladen werden muss, erkennt man im Spannungsverlauf den Einfluss der Zeitkonstanten. Diese Erweiterung des Batteriemodells nur relevant für die Untersuchung transients Vorgänge im Bereich der Zeitkonstante t_c .

Frage 4.1.5: Abhängigkeiten von Temperatur und Ladezustand. Im bisher betrachteten Modell ist die Quellspannung konstant und somit völlig unabhängig vom Ladezustand. Bis zur vollständigen Entladung steht die volle Quellspannung zur Verfügung. Dieses Verhalten ist wenig realistisch: bei einer realen Batterie wäre die Quellspannung abhängig vom Ladezustand. Ebenso hat die Temperatur einen erheblichen Einfluss auf das Verhalten der Batterie.

Im Bereich vollständiger Ladung gibt die Spannung über dem Ladezustand beim Entladen in exponentieller Weise nach:

$$u_{\text{exp}} = A e^{-it/B} \quad (4.4)$$

Hierbei bezeichnet A den Betrag der Spannungseinbruchs (z.B. $A = 4$ V) und B den Ladungsbe- reich des Spannungseinbruchs (z.B. $B = 2500$ As). Im Bereich vollständiger Entladung bricht die Spannung völlig zusammen. Diesen Verlauf kann man mathematisch wie folgt beschreiben:

$$u_{\text{dis}} = -K \cdot \frac{Q_n}{Q_n - it} \cdot it \quad (4.5)$$

Im hinreichen aufgeladenen Zustand (d.h. $Q_n \ll it$) ist dieser dieser Wert annähernd $u_{\text{dis}} = -K$ it. Im Bereich der vollständigen Entladung ($it \approx Q_n$) sorgt die Polstelle für einen Zusammenbruch der Spannung. Die Konstante K kennzeichnet die Steilheit des Effektes im linearen Bereich (z.B. $K = 0,025$ V/Ah). Insgesamt erhält man für die Spannung:

$$u'_1(it) = u_1(it) + u_{\text{exp}}(it) + u_{\text{dis}}(it) \quad (4.6)$$

Mit u_{1i} ist hierbei gemäß Ersatzschaltbild die Spannung ohne die nichtlinearen Effekte (4.4) und (4.5) bezeichnet. Folgende Abbildung zeigt den Verlauf. Die Batterie wird hierzu im eingeschwungenen Zustand betrieben, d.h. die durch die Kapazität im Ersatzschaltbild bedingten transienten Verläufe spielen keine Rolle. Bei Spannungen kleiner als Null (bedingt durch u_{dis} im Bereich der vollständigen Entladung) wird die Kennlinie abgeschnitten.

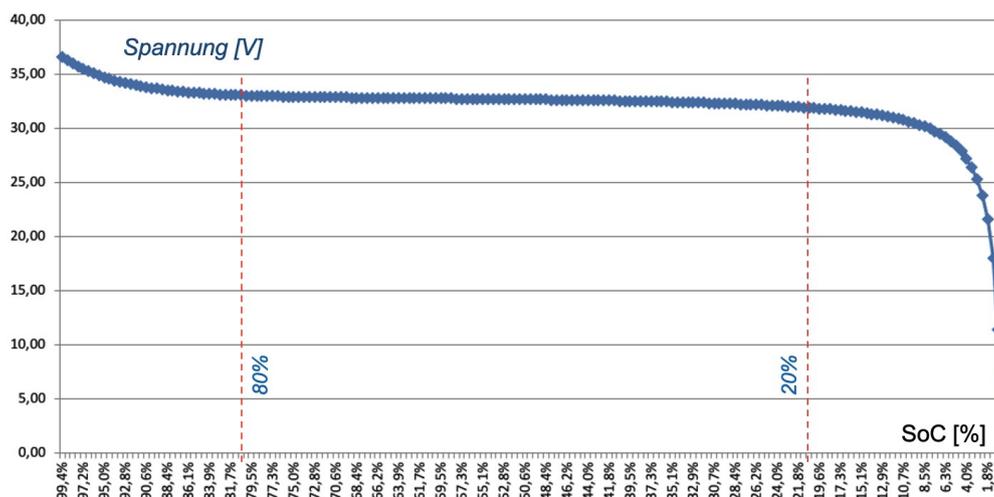


Abbildung 4.2 Ruhespannungskurve (Spannung in Abhängigkeit vom Ladezustand)

Li-Ionen Batterien besitzen keine Hysterese, d.h. Ladung und Entladung folgen dem gleichen Verlauf bezüglich der Spannung über dem Ladezustand. Die Abbildung zeigt auch, dass für einen realistischer Arbeitspunkt zwischen 20% – 80% SoC die nichtlinearen Effekte so gut wie keine Rolle spielen. In der Praxis sorgt der Laderegler dafür, dass dieser Bereich eingehalten

wird. Wird die Batterie in diesem Bereich betrieben, kann man die besagten nichtlineare Effekte im Modell vernachlässigen.

Die Temperatur hat einen erheblichen Einfluß auf die Kenngrößenfelder. Allerdings wird man auch hier die Temperatur auf einem realistischer Arbeitspunkt halten, d.h. bei Nenntemperatur betreiben. Der Laderegler sorgt für eine angemessene Entwärmung im Rahmen der spezifizierten Verlust-leistung. Bei Verlassen des spezifizierten Temperaturbereiches sorgt eine Schutz-einrichtung für eine Abschaltung. Auf eine Modellierung der Temperaturabhängigkeit wurde daher in diesem Modell verzichtet.

Frage 4.1.6: Energiedichte und Selbstentladung. Das Modell enthält keine Aussagen über die Energiedichte von Batteriespeichern. Die Selbstentladung über der Zeit berücksichtigt das Modell ebenfalls nicht. In der Literatur finden sich folgende Angaben für Li-Ionen-Batterien: Energiedichte 150 Wh/kg, Leistungsdichte 660 W/kg, Energieverlust durch Selbstentladung ca. 2% pro Monat. Für welche Einsatzgebiete eignen sich Li-Ionen-Batterien nach diesen Angaben? Wie könnte man die Selbstentladung im Modell berücksichtigen?

Lösung: Aus dem Verhältnis der Energiedichte zur Leistungsdichte errechnet man eine Speicherdauer $H = 0.23$ h. Die Batterien eignen sich also für Lastzyklen im Bereich von Stunden. Größere Energiemengen sind immer mit einer größeren Anschlussleistung verbunden, ob man diese nutzt oder nicht. Für Elektrofahrräder benötigt man für eine Energiemenge von 500 Wh eine Batterie von 3,4 kg Masse. Für ein Elektroauto mit 100 kW Motorleistung benötigt man eine Batterie von 152 kg.

Die Selbstentladung spielt im Verhältnis zur Speicherdauer keine Rolle. Über ein Jahr wäre eine volle und ungenutzte Batterie (z.B. ein Power-Pack in der Schublade) um ca. 25% entladen. Im Modell kann man die Selbstentladung vernachlässigen. Wäre sie zu berücksichtigen, wäre die Spannungsquelle U_0 durch eine große Kapazität C zu ersetzen und ein paralleler Widerstand R zur Entladung vorgesehen, wobei die Zeitkonstante $\tau = R C$ die Selbstentladungsrate repräsentiert.

4.2. Superkondensatoren

Superkondensatoren (engl. Supercaps für Supercapacitors) sind Kondensatoren mit extrem großer innerer Oberfläche und daher großer Ladungskapazität. Das elektrische Ersatzschaltbild ist eine Kapazität mit Selbstentladung R_d und Innenwiderstand R_0 , wie in folgender Abbildung dargestellt.

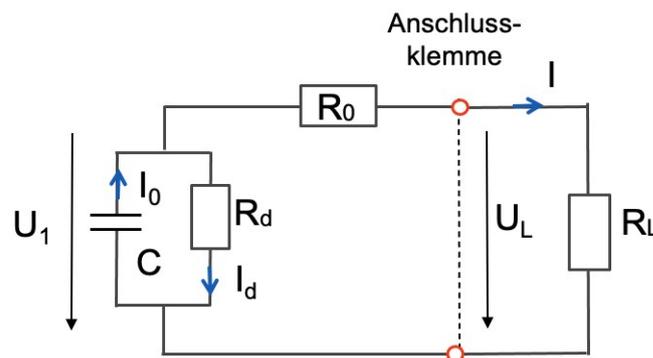


Abbildung 4.2 Kondensatorspeicher mit Innenwiderstand und Selbstentladung

Im Unterschied zu Batteriespeichern können Kondensatoren als direkte Ladungsspeicher sehr viel größere Ströme aufnehmen bzw. abgeben. Kondensatorspeicher lassen sich schnell laden und entladen. Sie haben somit große Anschlussleistungen im Verhältnis zu ihrer Speicherkapazität bzw. eine hohe Leistungsdichte bei geringer Energiedichte.

Frage 4.2.1: Wegen der dünnen aktiven Schichten werden Superkondensatoren für Spannungen von einigen Volt ausgelegt. Wie erreicht man höhere Spannungen, z.B. im Bereich von 400 V bis 800 V? Welche Gesamtkapazität ergibt sich hierbei?

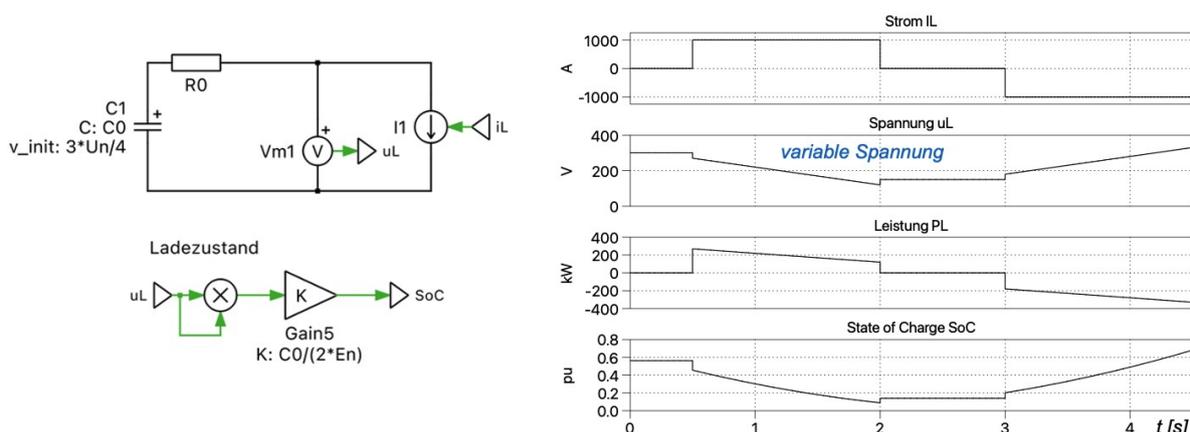
Lösung: Durch Serienschaltung der Kondensatorzellen, wie bei Batteriezellen. Die Ladung Q eines einzelnen Kondensators bleibt bei der Serienschaltung N gleicher Kondensatoren erhalten. Insgesamt ergibt sich somit die gleiche Ladung über einen Spannungsbereich $U_N = N U$, wobei U die Betriebsspannung eines einzelnen Kondensators bezeichnet. Die Kapazität ist als Verhältnis der Kondensatorladung zur Kondensatorspannung definiert. Somit sinkt die Gesamtkapazität auf $C_{ges} = Q/(N U) = C/N$.

Frage 4.2.2: Wie wären Energiemenge und Ladezustand zu bestimmen für eine Kondensatorbatterie mit 400 V Betriebsspannung, 10 F Kapazität und einem maximalen Strom von 1000 A?

Lösung: Die speicherbare Energiemenge berechnet sich aus $E_n = \frac{1}{2} C U^2$. Der Ladezustand ergibt sich aus dem aktuellen Wert der gespeicherten Energiemenge $E(t)$ bezogen auf den maximalen Wert E_n . Mit den oben genannten Werten ergeben sich 0,22 kWh Kapazität und eine Ladungsmenge von 1,11 Ah = 4000 As. Bei einem Strom von 1000 A wäre der Kondensatorspeicher in 4 s leer.

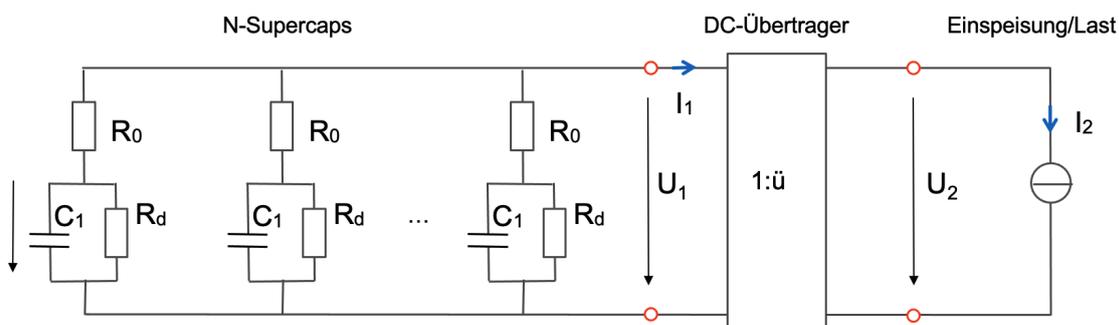
Frage 4.2.3: Simulation. Untersuchen Sie die Schaltung in der Simulation. Welche Unterschiede bestehen zur Batterie?

Lösungsbeispiel: siehe folgende Abbildung.



Im Unterschied zur Batterie oder zu einem Zwischenkreiskondensator wird der Kondensatorspeicher signifikant entladen und aufgeladen: Die Kondensatorspannung ist variabel. Der Ladezustand lässt sich direkt aus der Kondensatorspannung ableiten. Im Vergleich zu einer Batterie wäre die C-Rate sehr hoch: $I_n/Q_n = 1000 \text{ A} / 1,11 \text{ Ah} = 900 \text{ 1/h}$.

Frage 4.2.4: Betrieb mit Hochsetzsteller. Da der Spannungsbereich begrenzt ist, soll eine Kondensatorbank an einem Hochsetzsteller betrieben werden.



Die Kondensatorbank soll eine Betriebsspannung von 400 V mit einer Kapazität von 10 F besitzen, als Strom ist ein Maximalwert von $I_{L1} = 1000$ A angegeben. Der DC-Steller soll ein Übersetzungsverhältnis von $\ddot{u} = 2$ besitzen. Wie lassen sich die Kenngrößen der Kondensatorbank auf die Sekundärseite hochrechnen? Wie unterscheidet sich diese Lösung von einer Verdopplung der seriellen Kondensatorzellen, um die doppelte Ausgangsspannung zu erreichen?

Lösung: Aus dem Übersetzungsverhältnis $U_2 = \ddot{u} U_1$ und dem Gleichgewicht der Leistung $P_2 = P_1$ folgt $I_1 = \ddot{u} I_2$. Da sich die Ladungsmenge Q nicht ändern, verringert sich bezogen auf die Spannung doppelte U_2 die Kapazität $C' = Q/U_2$ auf die Hälfte. Allerdings muss der sekundäre Ladestrom $I_2 = I_1/\ddot{u}$ halbiert werden: $I_2 = 500$ A. Die Energiemenge berechnet sich zu $E_n = \frac{1}{2} C U_1^2$ wie in Aufgabe 4.2.

Verdoppelt man die Höhe der Kondensatorstapel, so dass man die doppelte Spannung erreicht, verringert sich die Kapazität bezogen auf die nun höhere Betriebsspannung ebenfalls auf die Hälfte. Allerdings bleibt der Ladestrom $I_2 = I_1 = 1000$ A erhalten und verringert sich nicht wie beim DC-Steller auf die Hälfte. Mit doppelter Kondensatorbank ist die gespeicherte Energiemenge doppelt so groß: $E_{n2} = \frac{1}{2} C' U_2^2 = \frac{1}{2} C/2 * (2 U_1)^2 = 2 E_n$.

4.3. Schwungradspeicher

Als Modell eines mechanischen Speichers (Schwungrad, engl. Flywheel) wird ein einfaches Modell gewählt, das nur den wesentlichen physikalischen Zusammenhang enthält. Folgende Abbildung zeigt den Schwungradspeicher zusammen mit dem Modell.

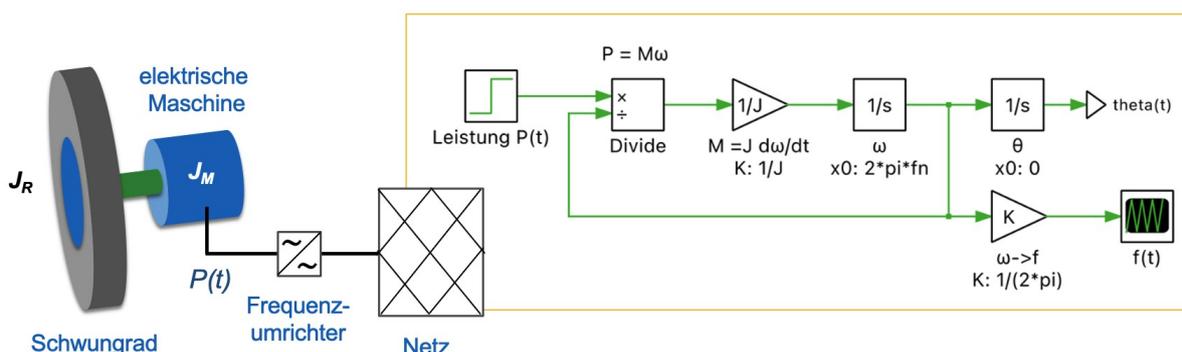


Abbildung 4.3 Schwungradspeicher mit mechanischem Modell

Funktionsprinzip des Schwungrades ist die kinetische Energie der Schwungmasse:

$$E = \frac{1}{2} J \omega^2 \quad (4.3.1)$$

Der Energiegehalt ist abhängig vom Quadrat der Kreisfrequenz ω , sowie linear abhängig vom Trägheitsmoment J des Schwungrades. Durch Differenzieren nach der Zeit erhält man die Leistung

$$P(t) = J \frac{d\omega}{dt} \omega = J \dot{\omega} \omega = M \omega$$

Bei konstantem Trägheitsmoment J ist die Leistung mit einer Drehzahländerung verbunden. Eine zugeführte Leistung ($P > 0$) führt zu einer höheren Drehzahl, eine abgeführte Leistung ($P < 0$) zu einer niedrigeren Drehzahl. Der Ausdruck

$$M = J \dot{\omega} \quad (4.3.2)$$

bezeichnet das mit der Leistung verbundene Antriebsmoment M . Ein Antriebsmoment bewirkt eine Drehimpulsänderung, und somit bei konstantem Trägheitsmoment eine Änderung der Drehzahl. Änderungen der geforderten Leistung lassen sich linear in eine Änderung des Drehmoments umsetzen. Charakteristisch ist die quadratische Abhängigkeit des Energiegehalts von der Drehzahl.

Im Modell wird aus der Leistung $P(t)$ durch Division mit der Kreisfrequenz $\omega(t)$ das Antriebsmoment $M(t)$ berechnet. Aus dem Antriebsmoment folgt durch Integration über der Zeit die Kreisfrequenz $\omega(t)$. Als Initialwert der Integration wird hierbei die Nennfrequenz $\omega_n = 2 \pi f_n$ vorgegeben. Durch eine weitere Integration erhält man den Phasenwinkel $\theta(t) = \int \omega(\tau) d\tau$ in den Grenzen 0 bis t . Dieser Phasenwinkel ließe sich als Bezugssystem des Frequenzumrichters auf der Maschinenseite verwenden.

Dimensionierung

Der Schwungradspeicher sei durch folgende Kenngrößen beschrieben:

- Anschlusswert (Leistung P_n in kW),
- Trägheit H als Verhältnis der kinetischen Energie (kWh) zur Anschlussleistung (kW),
- Betriebsfrequenz bei maximaler Ladung (f_n in Hz)

Aus Trägheit und Anschlussleistung folgt die kinetische Energie E_n des Schwungrades. Aus Speicherkapazität E_n und der Betriebsfrequenz f_n folgt für das Modell das erforderliche Trägheitsmoment J aus Gleichung (4.3.1). Der Energiespeicher soll je nach Bedarf Leistung aufnehmen oder abgeben können. Als Initialwert sei ein halb gefüllter Speicher angenommen. Wegen der nichtlinearen Abhängigkeit des Energiegehaltes (bzw. des Ladezustandes) von der Drehzahl des Schwungrades wird Gleichung (4.3.1) verwendet, um für $E = E_n/2$ die zugehörige initiale Drehzahl (bzw. Kreisfrequenz) zu berechnen.

Der Anschlusswert (Leistung P_n) hat in diesem einfachen Modell keine unmittelbare physikalische Bedeutung. Es wird vorausgesetzt, dass der Motor über diese Leistung verfügt. Bei einem realen System müssen die Komponenten am Anschlusspunkt (z.B. DC-Bus, Frequenzumrichter) hierauf ausgelegt werden, was hier ebenfalls vorausgesetzt wird.

Ladezustand und Drehzahl

Zur Kontrolle soll die Drehzahl des Schwungrades ausgegeben werden, sowie der Ladezustand. Der aktuelle Ladezustand errechnet sich aus dem aktuellen Energiegehalt bezogen auf die vorgegebene Speicherkapazität.

$$\text{SoC} = \frac{E_{(t)}}{E_n} \quad (4.3.3)$$

Als initialer Ladezustand lässt sich beispielsweise ein Wert von $\text{SoC}_0 = 50\%$ verwenden. Aus dieser Vorgabe berechnet sich dann mit Hilfe von Gleichung (4.3.1) die initiale Drehzahl.

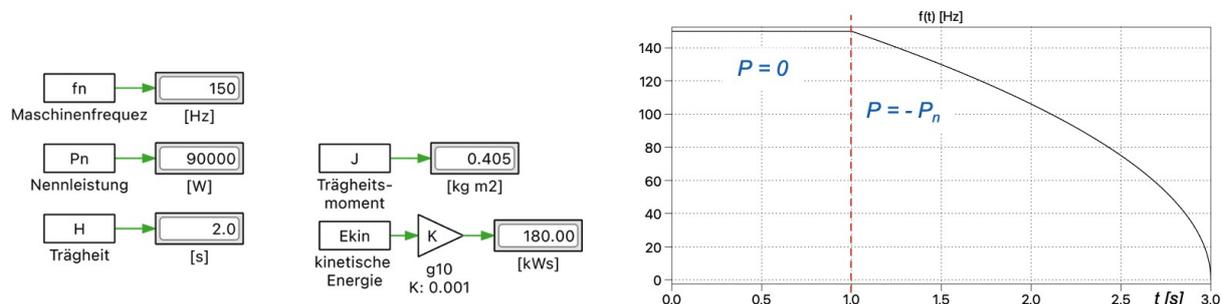
Frage 4.3.1: Erstellen Sie ein Modell eines Schwungradspeichers in der Simulation. Verwenden Sie folgende Kenngrößen: Anschlussleistung $P_n = 90$ kW, Trägheit $H = 2$ s, Nennfrequenz $f_n = 150$ Hz (entsprechend 9000 Umdrehungen pro Minute). Welche kinetische Energie besitzt das Schwungrad? Welches Trägheitsmoment wäre hierfür erforderlich? Testen Sie die Funktion des Modells in der Simulation.

Lösungsbeispiel: Signalfluss siehe Abbildung 4.3 oben.

Aus den Kenngrößen ergeben sich folgende Eigenschaften (als abgeleitete Größen):

- kinetische Energie: $180 \text{ Ws} = 0,05 \text{ kWh}$
- Trägheitsmoment $J = 0,405 \text{ kg m}^2$
- Für die elektrische Maschine ließen sich bei Vorgabe der Betriebsspannung der Nennstrom und die Maschinenkonstante ableiten (siehe Abschnitt 1.5). Das hier verwendete Modell verwendet nur die Leistung $P(t)$ ohne Maschine und ohne Frequenzumrichter. Das Modell ist ohne diese Komponenten bis auf die Verluste korrekt, da sowohl die Maschine als auch der Umrichter nur als Leistungswandler arbeiten.

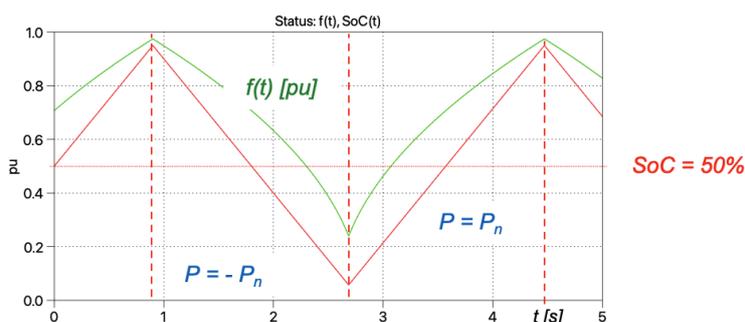
Testlauf: Mit initialer Nenndrehzahl und einer Lastforderung von P_n kommt das Schwungrad nach $H = 2$ s zum Stillstand.



Der Ladezustand (= aktuelle kinetische Energie bezogen auf die Kapazität) ändert sich bei konstanter Leistungsforderung über der Zeit linear mit der Frequenz. Der Frequenzverlauf folgt der Energie gemäß Gleichung 4.3.1 als Quadratwurzel der Energie.

Frage 4.3.2: Testen Sie Ihr Modell in der Simulation mit Hilfe einer geeigneten zyklischen Lastvorgabe.

Lösungsbeispiel: siehe folgende Abbildung.



Im Beispiel wurde der Speicher zyklisch durch periodische Zufuhr ($P = P_n$) und Entnahme ($P = -P_n$) beansprucht. Das Zeitintervall wurde so gewählt, das der Speicher bei einem initialen Ladezustand von $SoC = 50\%$ periodisch an seine Grenzen gelangt. Die Drehzahl $f(t)$ des Systems folgt dem Ladezustand auf nichtlineare Weise (siehe Gleichung 4.3.1) und gelangt bei niedrigem Speicherstand rasch an seine Grenzen.

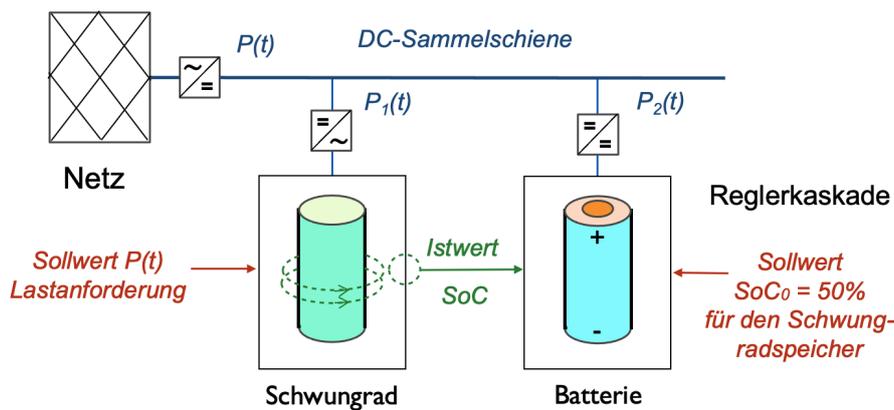
Frage 4.3.3: Energiedichte, Selbstentladung und Ladezyklen. Für ein Schwungrad in Form eines Reifens bzw. Zylindermantels mit Radius R und Masse m beträgt das Trägheitsmoment $J = m R^2$. Wie wäre ein Schwungrad für den Speicher aus Aufgabe 4.3.1 zu bemessen? Welche Energiedichte (in kWh/kg) besitzt ein solcher Schwungradspeicher? Wie ließe sich die kinetische Energie des Speichers erhöhen? Wie beurteilen Sie die Selbstentladung des Energiespeichers, d.h. die Fähigkeit, Energie über einen längeren Zeitraum zu speichern? Wie beurteilen Sie die zyklische Belastbarkeit des Speichers?

Lösung: (1) Für $J \approx 0,5 \text{ kg m}^2$ wäre eine Masse von $0,5 \text{ kg}$ mit einem Radius von 1 m ausreichend. Auf die Größe eines Fahrradreifens reduziert wäre der Radius bei $R = 0,35 \text{ m}$. Folglich würde eine Masse von $m = 4 \text{ kg}$ benötigt. (2) Energiedichte: Nimmt man den Zylindermantel als Basis, beträgt die kinetische Energie $E_{kin} = \frac{1}{2} J \omega^2 = \frac{1}{2} m R^2 \omega^2$. Somit beträgt die Energiedichte $\delta = E_{kin}/m = \frac{1}{2} R^2 \omega^2$. Für eine hohe Energiedichte wäre eine hohe Drehzahl die beste Wahl, wodurch die Realisierung mechanisch sehr anspruchsvoll wird. Bei einer Drehzahl von 50 Hz und Radien bis 1 m beträgt die Energiedichte etwa $0,014 \text{ kWh/kg}$. Ein Batteriespeicher erreicht die 10-fache Energiedichte. Für vergleichbare Energiedichten wäre der Radius des Schwungrades zu verdreifachen. Für den Schwungradspeicher

wurde hierbei nur die Masse des Schwungrades berücksichtigt. Bezogen auf die gesamte Maschine wird die Energiedichte kleiner ausfallen.

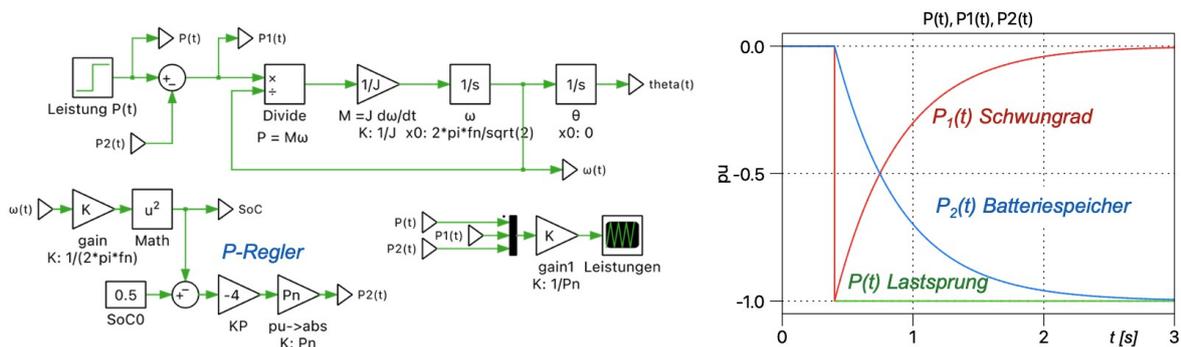
(3) Selbstentladung: Da das Schwungrad mechanisch gelagert wird und die Drehbewegung mit Reibung in der verbliebenen Luft innerhalb des Speichers verbunden ist, ist die Selbstentladung vergleichsweise hoch. (4) Ein Vorteil des mechanischen Speichers ist seine zyklische Belastbarkeit, sofern er auf erprobten mechanischen Konzepten basiert. Da die elektrischen Antriebe einen weitem Drehzahlbereich unterstützen müssen, ist jedoch mit signifikanten Wandlerverlusten zu rechnen.

Frage 4.3.4: Kaskadierte Regelung mit Batteriespeicher. Der Schwungradspeicher soll zusammen mit einem Batteriespeicher betrieben werden, so dass der Schwungradspeicher die harten Laständerungen bedient, und der Batteriespeicher für den langsamen Leistungsausgleich sorgt. Folgende Abbildung zeigt die Anordnung. Realisieren Sie den Regler in der Simulation.



Hinweis: Es wird angenommen, dass der Umrichter am AC-Netz netzbildend arbeitet und bei Laständerungen im AC-Netz einen Anteil der Leistung $P(t)$ aus dem DC-Netz entnimmt. Der Umrichter des Schwungradspeichers arbeitet am DC-Netz netzbildend und strebt ein Leistungsgleichgewicht $P_1(t) = P(t)$ an. Der Batteriespeicher ist stromgeführt, abhängig vom Ladezustand des Schwungradspeichers (d.h. $P_2(t) \sim (\int P_1(\tau) d\tau - SoC_0)$).

Lösung: Es gilt $P(t) = P_1(t) + P_2(t)$ und somit $P_1(t) = P(t) - P_2(t)$.



$P_2(t)$ wird so geführt, dass die Leistung dem Ladezustand $SoC(t)$ des Schwungradspeichers folgt. Hierzu wird der aktuelle Ladezustand aus der Drehzahl ermittelt und mit dem Sollwert $SoC_0 = 0,5$ verglichen. Die Abweichung wird auf einen P-Regler geführt. Indem der Batteriespeicher den Ladezustand des Schwungradspeichers auf dessen festen Sollwert zurückführt, übernimmt er nach einer Weile die gesamte Leistung.

Da der Ladezustand des Schwungradspeichers gemäß Gleichung (4.3.1) quadratisch von der Drehzahl abhängt, kann man den SoC-Regler des Schwungradspeichers auch als Drehzahlregler interpretieren.

tieren. Führungsgröße ist der Ladezustand $SoC(t)$ des Schwungradspeichers, Stellgröße die Leistung $P_2(t)$ des Batteriespeichers.

Der Schwungradspeicher dient zur Bereitstellung der Lastspitzen. Durch den Batteriespeicher wird sein Ladezustand dauerhaft bei 50% gehalten. Auf diese Weise können durch das Speicheraggregat positive und negative Lastschwankungen ausgeglichen werden.

Bemerkung: Bei der in der Abbildung dargestellten Anbindung der beiden Speicher an eine DC-Sammelschiene ist die Kaskade der Speicher in der Realität um ein Element länger: Die Kapazitäten im DC-Netz. Bei einer Leistungsentnahme durch den Umrichter zum AC-Netz werden diese entladen, wodurch die Spannung im DC-Kreis sinkt. Erst hierauf reagiert der netzbildende Umrichter des Schwungradspeichers. Daher wäre es naheliegend, gleich einen Kondensatorspeicher einzusetzen, und diesen durch eine Batterie zu puffern.

4.4. Pumpspeicher

Für einen Pumpspeicher werden zwei Reservoirs mit Volumen V verwendet, mit einem Gefälle der Höhe h . Zwischen den Reservoirs wird Wasser herauf gepumpt, bzw. abgelassen. Folgende Abbildung zeigt die Anordnung z.B. auf einem geeigneten Gebäude oder Gelände.

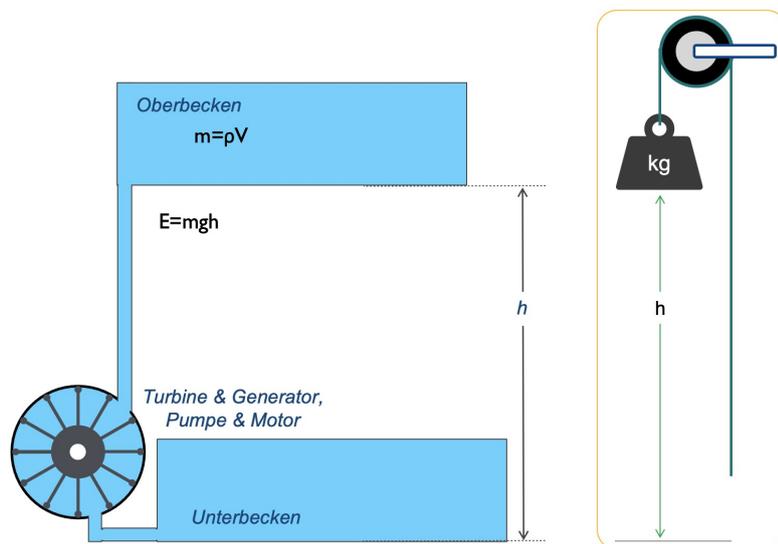


Abbildung 4.3 Pumpspeicher mit Funktionsprinzip

Gespeichert wird die potenzielle Energie der Masse m im Schwerfeld, die in eine Höhe h über dem Bezugspunkt gehoben wird. Es gilt:

$$E = m g h = \rho V g h \quad (4.4.1)$$

Die Energie steigt somit linear mit der Masse m und linear mit der Fallhöhe h .

Frage 4.4.1: Welche Energiemenge lässt sich mit einem Becken mit Bodenfläche von 100 m^2 und $3,6 \text{ m}$ Tiefe speichern, wenn die Fallhöhe 20 m beträgt? Hinweis: Verwenden Sie für die Erdbeschleunigung näherungsweise $g \approx 10 \text{ m/s}^2$.

Lösung: Mit einer Dichte von $\rho = 1 \text{ kg/l}$ wiegen $V = 360 \text{ m}^3$ Wasser $m = 360 \text{ t} = 360 \cdot 10^3 \text{ kg}$. Mit der Erdbeschleunigung $g \approx 10 \text{ m/s}^2$ ergeben sich für die Höhe $h = 20 \text{ m}$ für die Energie $E = 7,2 \cdot 10^7 \text{ kg m}^2/\text{s}^2 = 7,2 \cdot 10^7 \text{ Nm} = 72 \cdot 10^6 \text{ Js} = 20 \text{ kWh}$.

Frage 4.4.2: Wie wären die Pumpen (bzw. Turbinen) und Motoren (bzw. Generatoren) auszulegen, wenn die Anlage innerhalb von 4 Stunden aufgeladen bzw. entladen werden soll?

Lösung: Leistung $P = 20 \text{ kWh} / 4 \text{ h} = 5 \text{ kW}$. Durchfluss 25 l/s .

Frage 4.4.3: Energiedichte. Das größte Pumpspeicherkraftwerk in Deutschland besitzt eine Kapazität von 8 GWh mit einer Anschlussleistung von 8 GW. Das Kraftwerk besitzt eine Fallhöhe von $h = 300$ m. Welche Energiedichte erreicht ein Pumpspeicher bei dieser Fallhöhe?

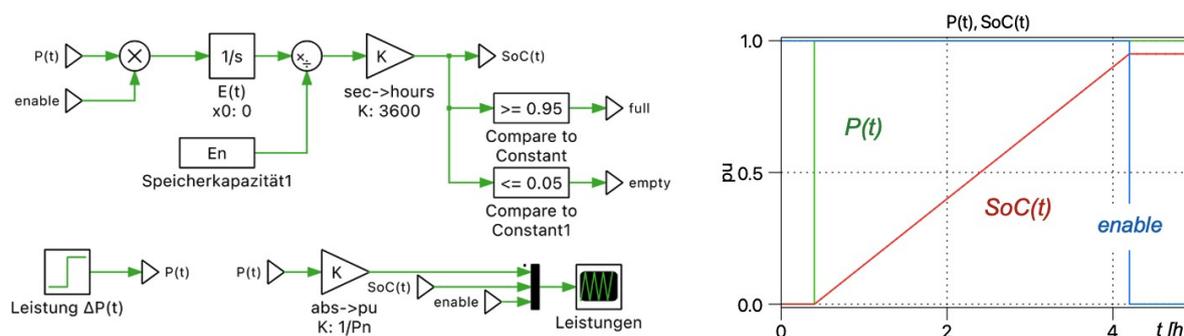
Lösung: Die Energiedichte beträgt bei Pumpspeichern

$$\delta = \frac{E}{m} = g h \quad (4.4.2)$$

Mit einer Fallhöhe von $h = 300$ m und der Erdbeschleunigung von 10 m/s^2 erhält man $3000 \text{ m}^2/\text{s}^2 = 3000 \text{ Nm/kg} = 3000 \text{ Ws/kg} = 0,83 \cdot 10^{-3} \text{ kWh/kg}$. Die Energiedichte ist somit vergleichsweise gering (Batteriespeicher besitzen Energiedichten von ca. $0,15 \text{ kWh/kg}$). Im Stromnetz spielen Pumpspeicherkraftwerke allerdings eine wichtige Rolle durch die Einbindung der Maschinen ins Stromnetz zum Energieausgleich. Die Stromnetze werden zunehmend durch Batteriespeicher ausgebaut.

Frage 4.4.4: Simulation. Erstellen Sie ein Modell des Pumpspeichers für die Wohnanlage aus Aufgabe 4.4.1. Der Speicher soll einen Energieüberschuss (z.B. aus PV-Strom) aufnehmen, bis sein Füllstand erreicht ist. Die gespeicherte Energie soll bei Unterdeckung (z.B. Laden eines Elektrofahrzeuges) abgegeben werden. Für die Maschinen wird ein Wirkungsgrad von 90% angenommen. Welche einfachere Lösung bietet sich für den genannten Anwendungsfall an?

Lösungsbeispiel: Kenngrößen aus Aufgabe 4.4.1: $E_n = 20 \text{ kWh}$, $P = 5 \text{ kW}$. Der Speicher besitzt den Füllstand $\text{SoC}(t) = (\int P(\tau) d\tau) / E_n$.



Es genügt eine Berechnung des Füllstandes durch das Integral der zugeführten bzw. abgeführten Leistung. Wenn der Speicher gefüllt ist, muss eine weitere Zufuhr unterbunden werden. Umgekehrt ist eine Leistungsentnahme bei leerem Speicher ausgeschlossen.

Einfachere Lösung für den Anwendungsfall: Elektrofahrzeug direkt mit PV-Strom laden.

4.5. Wärmespeicher

Bei Wärmespeichern wird thermische Energie gespeichert. Als Speichermedium lässt sich ein Wassertank verwenden, der aus überschüssiger Energie beheizt wird. Die gespeicherte Energie beträgt:

$$E = m c_{th} \Delta T \quad (4.5.1)$$

Als Speichermedium dient die Wärme: $E_{th} = m c_{th} \Delta T$. Hierbei bezeichnet $m = \rho V$ die Masse des Speichermediums, c_{th} die spezifische Wärmekapazität des Speichermediums und ΔT den Temperaturunterschied zur Außentemperatur.

Unterhalb des Kellers einer Wohnanlage wird ein Wasserbecken mit Volumen V als Wärmespeicher für die Heizung angelegt. Das Becken ist hierzu wärmeisoliert und wird elektrisch geladen, wenn der Tarif günstig ist. Entladen wird der Wärmespeicher über die Zentralheizung.

Frage 4.5.1: Welche Energiedichte besitzt der thermische Speicher, wenn als Speichermedium Wasser mit einer spezifische Wärmekapazität von $c_{th} = 4,2 \text{ kJ}/(\text{kg K})$ verwendet wird mit einer Temperaturdifferenz von $\Delta T = 80 \text{ K}$? Vergleichen Sie mit mechanischen Speichern.

Lösung: Die Energiedichte beim thermischen Speicher beträgt

$$\delta = \frac{E}{m} = c_{th} \Delta T \quad (4.5.2)$$

Für Wasser erhält man mit 80 K Temperaturunterschied $\delta = 4,2 \text{ kJ}/(\text{kg K}) * 80 \text{ K} = 336 \text{ kJ}/\text{kg} = 336 \text{ kWs}/\text{kg} = 0,093 \text{ kWh}/\text{kg}$. Der thermische Speicher besitzt somit eine sehr viel größere Energiedichte als z.B. Pumpspeicher

Frage 4.5.2: Welche Energiemenge lässt sich mit einem Becken mit Bodenfläche von 100 m^2 und $3,6 \text{ m}$ Tiefe speichern, wenn als Speichermedium Wasser verwendet wird, und die Temperaturdifferenz $\Delta T = 80 \text{ K}$ beträgt?

Lösung: Mit der Energiedichte aus Aufgabe 4.5.1 errechnet man:

$$E_{th} = m \delta = 360 * 10^3 \text{ kg} * 0,093 \text{ kWh}/\text{kg} = 33,5 \text{ MWh}.$$

Frage 4.5.3: Welches Volumen würde benötigt, um die gleiche Wärmemenge zu speichern, wenn als Wärmespeicher statt Wasser Beton bzw. Keramik verwendet wird?

Lösung: Beton oder Keramik besitzen eine geringere spezifische Wärmekapazität als Wasser von ca. $c_{th, \text{Beton}} = 0,9 \text{ kJ}/(\text{kg K})$. Die Dichte von Beton ist größer als Wasser: $\rho_{\text{Beton}} = 2400 \text{ kg}/\text{m}^3$. Insgesamt ist also das Produkt $c_{th, \text{Beton}} \rho_{\text{Beton}} = 2160 \text{ kJ}/(\text{m}^3 \text{ K})$ kleiner als das von Wasser. Es würde fast das doppelte Volumen benötigt.

Frage 4.5.4: Selbstentladung. Wie beurteilen Sie die Eignung des Wärmespeichers als Langzeitspeichers, um z.B. überschüssige PV-Energie vom Sommer in den Winter zu transportieren? Wie ließe sich die gespeicherte Wärme gezielt entnehmen?

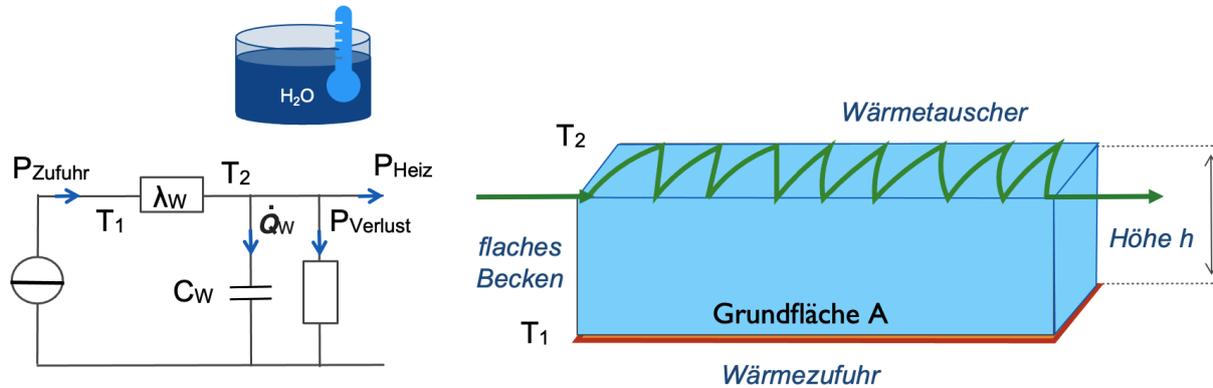
Lösung: Der Speicher müsste hinreichend wärmeisoliert werden. Da die Verluste durch Wärmeleitung proportional zum Temperaturgradienten ΔT sind, ist der Isolationsaufwand gegen die Speicherkapazität abzuwägen. Der Temperaturgradient bezogen auf die Außentemperatur unterstützt hierbei den Wärmebedarf über dem Jahresverlauf. Die gespeicherte Wärme lässt sich durch Einsatz einer Wärmepumpe gezielt entnehmen.

Frage 4.5.5 Phasenübergang als Energiespeicher (Kältespeicher). Mit Hilfe einer Wärmepumpe lässt sich das Wasser bis unter den Gefrierpunkt abkühlen. Hierbei wird beim Phasenübergang von flüssigen in den festen Zustand Energie frei. Welche Energiemenge lässt sich hieraus gewinnen? Berechnen Sie die Energiedichte in kWh/kg. Beim Gefrieren von Wasser bei konstanter Temperatur (d.h. beim Phasenübergang) wird eine Energiemenge von $334 \text{ kJ}/\text{kg}$ freigesetzt (Schmelzenthalpie oder Gefrierwärme). Bemerkung: Die Wärmekapazität bei der weiteren Abkühlung beträgt $2 \text{ kJ}/(\text{kg K})$, wird aber für diese Frage nicht benötigt. Gesucht ist nur die Wärme beim Phasenübergang. Wie beurteilen Sie die Effizienz der Wandlung und die Entladung durch Verluste?

Lösung: Phasenübergang: Die Energiedichte beträgt $334 \text{ kJ}/\text{kg} = 334 \text{ kWs}/\text{kg} = 93 \text{ Wh}/\text{kg} = 0,093 \text{ kWh}/\text{kg}$. Diese Energiedichte ist somit vergleichbar mit dem Wärmespeicher (siehe Aufgabe 4.5.1) im gesamten warmen Temperaturbereich bis $\Delta T = 80 \text{ K}$.

Effizienz der Wandlung und Entladung durch Verluste: Für den Speicher mit Phasenübergang (Kältespeicher) wäre eine Wärmeisolation störend, sie kann folglich entfallen. Aus Wärmeverlusten wird ein Gewinn, da Wärme von außen zuströmt. Hierzu wäre der Speicher im Erdreich der Wohnanlage unterzubringen. Der Speicher gleicht sich im Sommer der Außentemperatur im Erdreich an und wird im Winter abgekühlt.

Frage 4.5.6: Wärmeleitung. Der Wärmespeicher soll mit Hilfe einer Wärmepumpe als Kältespeicher betrieben werden. Hierzu wird ein flaches Becken mit Wärmetauscher installiert, wie in der Abbildung dargestellt. Erläutern Sie das thermische Modell und untersuchen Sie das Modell in der Simulation. Erweitern Sie das thermische Modell dann um den Phasenübergang des Wassers. Für das Becken seien 10m x 10m Fläche bei einer Tiefe von 1 m angenommen.



Lösungsbeispiel: Der Wärmestrom \dot{Q} aus dem Erdreich erwärmt die Strecke von der Unterseite des Beckens zur Höhe h auf. An der Oberseite führen die Wasserleitungen des Wärmetauschers bei Bedarf Wärme für die Heizung ab. Es gelten folgende Zusammenhänge:

$$\dot{Q} = P_{\text{Zufuhr}} = \lambda_W (A/h) (T_1 - T_2) = \dot{Q}_W + P_{\text{Verlust}} + P_{\text{Heiz}} \quad (4.5.1)$$

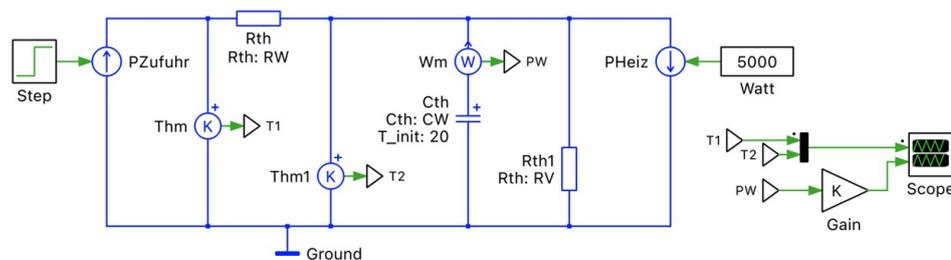
$$\dot{Q}_W = C_W dT_2/dt \quad (4.5.2)$$

Hierbei bezeichnet λ_W den Wärmeleitwert der Wärmezufuhr durch die Grundfläche und C_W die Wärmekapazität des Wassers. Für den Wärmeleitwert von Wasser wird $\lambda_W = 0,6 \text{ W}/(\text{m K})$ angenommen. Bei einer Grundfläche von 100 m^2 und einer Dicke von $d = 0,1 \text{ m}$ ergibt sich ein thermischer Widerstand von $R_W = d / (\lambda_W A) = 0,1 / (0,6 \cdot 100) = 1,7 \cdot 10^{-3} \text{ K/W}$. Die Dicke d wurde gegenüber der Beckentiefe reduziert, da das an der Unterseite erwärmte Wasser strömen kann. Eis besitzt eine Wärmeleitfähigkeit von $\lambda_{\text{Eis}} = 2,25 \text{ W}/(\text{m K})$. Hier wäre bei vollständig gefrorenem Speicher der thermische Widerstand $R_{\text{Eis}} = h / (\lambda_{\text{Eis}} A) = 1 / (2,25 \cdot 100) = 4 \cdot 10^{-3} \text{ K/W}$.

Die Wärmekapazität errechnet sich aus $C_W = \rho_W V c_{\text{th,W}} = 100 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot 4,18 \text{ kJ/kgK} = 418 \cdot 10^3 \text{ kJ/K} = 116 \text{ kWh/K}$. Für die Temperatur erhält man folgende Differenzialgleichung:

$$\dot{Q}_W = C_W dT_2/dt = P_{\text{Zufuhr}} - P_{\text{Verlust}} - P_{\text{Heiz}} = \eta P_{\text{Zufuhr}} - P_{\text{Heiz}}$$

Bei einem Wärmespeicher kann der zugeführte Wärmestromes P_{Zufuhr} mit Hilfe einer elektrischen Heizung erfolgen. Bei einem Kältespeicher erfolgt die Zufuhr durch die Umgebungstemperatur T_1 unter der Grundfläche des Speichers. Es ergibt sich folgendes Modell:



Beim Phasenübergang des Wassers zu Eis bei $T = T_0$ besitzt der Wärmespeicher eine zusätzliche Wärmekapazität von $Q_{\text{Phase}} = 100 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot 334 \text{ kJ/kg} = 9,28 \text{ MWh}$. Diese Kapazität lässt sich mit Hilfe ei-

ner konstanten Temperaturquelle für $T_2 = 0$ Grad Celsius abbilden, die die Temperatur beim Phasenübergang fixiert, bis die Wärmemenge aufgebraucht ist.

4.6. Wasserstoff als Speicher

Bei der Wandlung von Wasser in Wasserstoff und Sauerstoff wird chemisch Energie gespeichert bzw. freigesetzt. Die Energiemenge geht aus der Bildungsenthalpie von Wasser hervor: Wasser H_2O : -242 kJ/Mol (gasförmig), -286 kJ/Mol (flüssig).

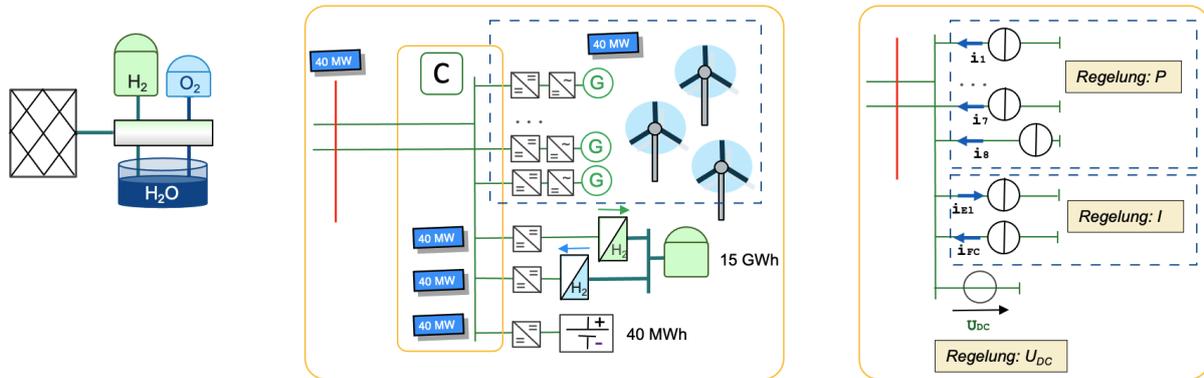


Abbildung 4.6 Windpark mit Wasserstoffspeicher

Die Speicher können beispielsweise eingesetzt werden, um überschüssige Windenergie in Form von Wasserstoff zu speichern und ggf. in einer Brennstoffzelle oder einem Gaskraftwerk zurück zu verstromen. Es soll ein Wassertank mit einem Volumen von 10 m^3 eingesetzt werden.

Frage 4.6.1: Energiedichte. Welche Energiemenge muss zur Zerlegung des Wassers eingesetzt werden? Welche Energiedichte (in kWh) ergibt sich folglich pro kg Wasser?

Lösung: Pro Mol Wasser ist eine Energiemenge von 286 kJ aufzuwenden. Mit einer molaren Masse von 18 g/Mol für Wasser beträgt die Energiedichte $286 \text{ kJ} / 18 \text{ g} = 15,9 \text{ kJ/g} = 15900 \text{ kJ/kg} = 15900 \text{ kWh/kg} = 4,4 \text{ kWh/kg}$.

Bemerkung: Den aus der Literatur bekannten Wert von 33 kWh/kg Wasserstoff erhält man mit folgender Rechnung: Pro Mol Wasser mit 18 g erhält man $1 \text{ Mol } H_2$ mit 2 g . Somit wäre die auf Wasser bezogene Energiedichte um einen Faktor $18/2 = 9$ nach oben zu korrigieren: $4,4 \text{ kWh/kg Wasser} = 39 \text{ kWh/kg Wasserstoff}$. Dass dieser Wert höher ausfällt, liegt an der verwendeten Enthalpie für Wasser H_2O : -242 kJ/Mol (gasförmig), -286 kJ/Mol (flüssig). Korrigiert man den Betrag um das Verhältnis $242/286$, so ergeben sich für die Energiedichte von Wasserstoff 33 kWh/kg .

Frage 4.6.2: Welche Mengen an Sauerstoff und Wasserstoff werden freigesetzt und müssen folglich gespeichert werden?

Lösung: Die molare Masse von Wasser (H_2O) beträgt 18 g und setzt sich zusammen aus 16 g Sauerstoff (O), und 2 g Wasserstoff (H_2). Aus 18 g Wasser ergeben sich somit 16 g Sauerstoff und 2 g Wasserstoff. Aus 10 m^3 Wasser entsprechend 10 t erhält man $16/18 \cdot 10 \text{ t} = 8,9 \text{ t}$ Sauerstoff und $2/18 \cdot 10 \text{ t} = 1,1 \text{ t}$ Wasserstoff.

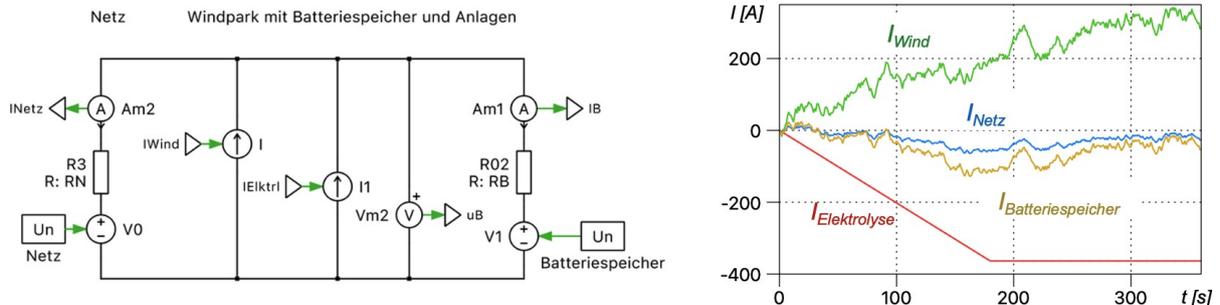
Frage 4.6.3: Effizienz der Wandlung und Selbstentladung: Bei der Wandlung ist die Ausbeute jeweils im Bereich von 70%. Wie schätzen Sie die Verluste durch Selbstentladung ein? Für welchen Einsatzzweck eignet sich diese Art der Speicherung somit am besten? Welche Besonderheiten hat dieser Speicher?

Lösung: Die Selbstentladung ist gering: Wasser, Wasserstoff und Sauerstoff lassen sich über lange Zeit speichern. Allerdings sind die Wandlerverluste hoch: der Speicher eignet sich nicht für viele Ladezyklen. Der Einsatz beschränkt sich somit auf die Langzeitspeicherung. Besonderheiten: Es kann

Wasser und Gas nachgefüllt und abgefüllt werden, somit besteht die Möglichkeit der Sektorkopplung von Strom-, Wasser- und Gasversorgung.

Frage 4.6.4: Simulation. Untersuchen Sie den Betrieb der Anlagen in der Simulation. Hierbei stellen Windenergie, Elektrolyse und Brennstoffzellen stromgeführte Systeme dar. Die Spannung im DC-Netz regelt das Batteriesystem.

Lösungsbeispiel: Siehe folgende Abbildung.



Netz und Batteriespeicher sind als spannungsgeführte Systeme direkt als Spannungsquellen mit identischer Spannung abgebildet. Die Netzimpedanz wurde hierbei wegen der Entfernung und den hiermit verbundenen Leistungsimpedanzen doppelt so hoch bewertet wie die Impedanz des Batteriespeichers. Ströme im Netz werden sich daher im Verhältnis der Impedanzen aufteilen ($\frac{1}{2}$ zu 1, somit $\frac{1}{3}$ zum Netz, $\frac{2}{3}$ zum Batteriespeicher).

Die Windanlagen wurden mit einigen Schwankungen (durch Zufallszahlen) auf ihre mittlere Leistung gefahren. Außerdem wird die Elektrolyseanlage mit einer Rampe hochgefahren. Die Differenz zwischen Windstrom (Angebot) und Strom der Elektrolyseanlage (Nachfrage) fließt mit den oben genannten Anteilen in den Batteriespeicher und ins Netz.

Der Anteil des Batteriestromes ließe sich mit einer Impedanzkennlinie (Voltage-Droop-Kennlinie) der Form $U(I_{\text{bat}}) = U_0 - R \cdot I_{\text{bat}}$ anpassen. In der Realität wäre außerdem die Batterie mit Hilfe eines Ladereglers bzw. DC/DC-Wandler angeschlossen und somit als Regelstrecke eine Stromquelle, die spannungsgeführt ist. Für das Betriebsverhalten ist das vereinfachte Modell als Spannungsquelle allerdings korrekt.

5. Übertrager und Wandler

Schwerpunkt dieses Abschnitts sind Wandler für AC und DC. Einfache Gleichrichter und Wechselrichter finden sich bereits in den Abschnitten 2 und 3 und werden hier nicht nochmals behandelt. Folgende Abbildung zeigt eine Übersicht über die Wandler.

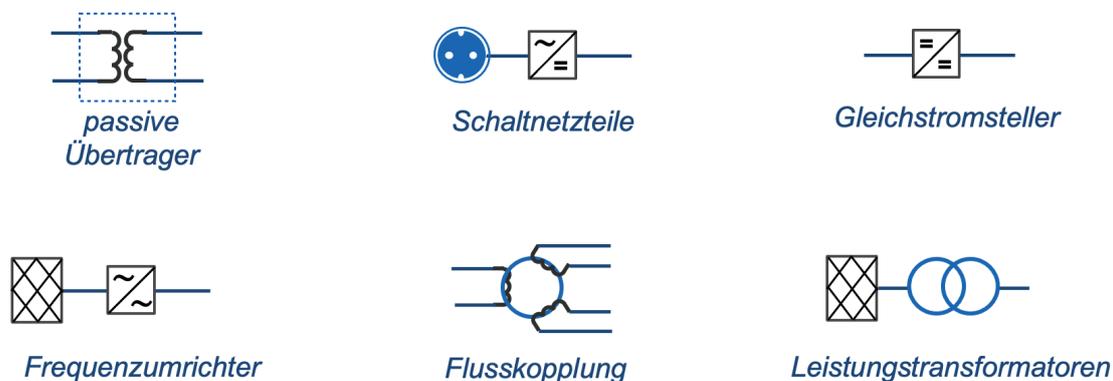


Abbildung 5.0 Übertrager und Wandler

Alle Wandler erfüllen die Bedingungen des idealen Übertragers: Strom oder Spannung werden transformiert, wobei die durch den Wandler transformierte Leistung weitgehend erhalten bleibt. Für Gleichspannung und Wechselspannung und zwischen Gleichspannung und Wechselspannung existieren unterschiedliche Wandlertypen. Wandler mit magnetischem Kreis arbeiten mit der Kopplung der Magnetflüsse. Ein bekanntes Beispiel sind Leistungstransformatoren im Stromnetz.

5.1. Passive Übertrager

Folgende Abbildung zeigt einen idealen Übertrager.

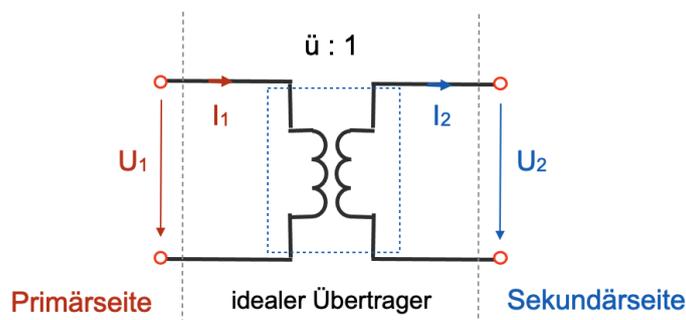


Abbildung 5.1 Idealer Übertrager

Der Übertrager (engl. transformer) hat die Eigenschaft, die Spannung U_1 in die Spannung U_2 zu transformieren, dass folgende Beziehung gilt:

$$U_1 = \ddot{u} \cdot U_2 \quad (5.1.1)$$

Transformation der Ströme. Der ideale Übertrager ist verlustfrei, kann also keine Leistung konsumieren. Außerdem kann er keine Leistung erzeugen. Somit gilt für die Eingangsleistung P_1 und die Ausgangsleistung P_2 :

$$P_2 = P_1 \quad (5.1.2)$$

Frage 5.1.1: Welche Beziehung leitet sich aus (5.1.1) und (5.1.2) für die Ströme ab?

Lösung: Berechnet man die Leistung auf der Primärseite und der Sekundärseite aus dem Produkt von Strom und Spannung, so erhält man

$$P_2 = U_2 \cdot I_2 = P_1 = U_1 \cdot I_1$$

Durch Einsetzen von (5.1.1) erhält man

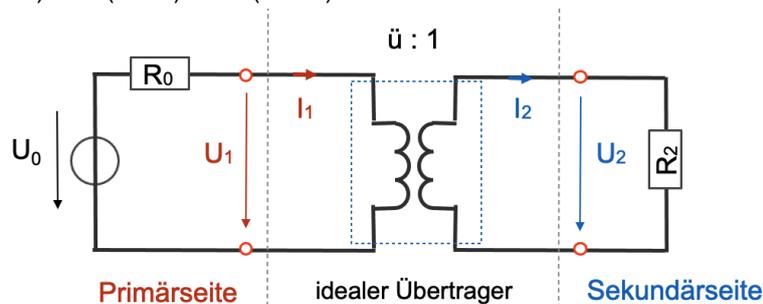
$$I_2 = \ddot{u} \cdot I_1 \quad (5.1.2')$$

Anschauliche Begründung: Wenn die Leistung konstant bleibt, kann man die Spannung nur auf Kosten des Stromes erhöhen (und umgekehrt).

Frage 5.1.2: Transformation der Impedanzen. Der ideale Übertrager sei beschaltet, wie in folgender Abbildung gezeigt. Für die Lastimpedanz auf der Sekundärseite gilt $R_2 = U_2/I_2$. Welche Last $R_1 = U_1/I_1$ ergibt sich auf der Primärseite? Erscheint Ihnen dieses Verhalten plausibel?

Diskutieren Sie die Impedanzen auf der Sekundärseite und Primärseite im Zusammenhang mit den Spannungsniveaus auf der Sekundärseite und Primärseite. Verwenden Sie die Begriffe niederohmig und hochohmig. Welchen Zweck erfüllt der Transformator somit bzgl. der Impedanzen? Welche Anwendungsmöglichkeiten ergeben sich hierfür?

Bemerkung: Der ideale Übertrager funktioniert auch mit Gleichstrom. Er wendet nur die Gleichungen (5.1.1) und (5.1.2) bzw. (5.1.2') an.



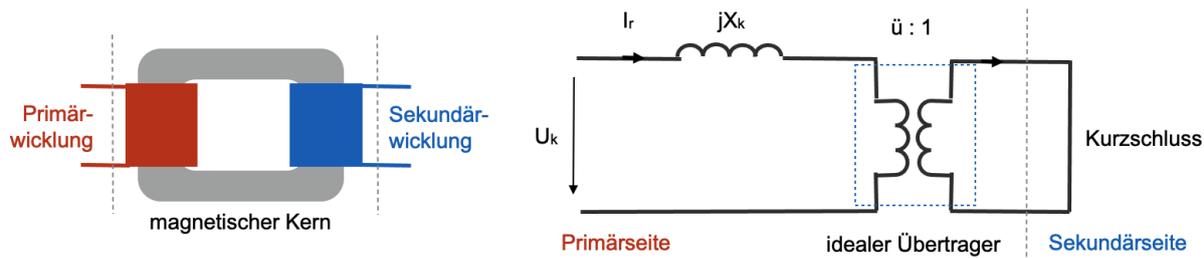
Lösung: Durch Verwendung der Transformationsgleichungen für Strom und Spannung ergibt sich

$$R_1 = \ddot{u}^2 \cdot R_2$$

Die Impedanztransformation ist eine Konsequenz von (1) der Spannungstransformation gemäß (5.1.1) und (2) der Invarianz der Leistung (5.1.2). Sofern $\ddot{u} > 1$ ist, ist die Primärspannung u_1 größer als die Sekundärspannung u_2 . Da für die Ströme die umgekehrte Beziehung gilt, ist die Last in diesem Fall niederohmig (kleine Spannung, großer Strom). Der Transformator kann eine solche Last an eine hochohmige Quelle anpassen. Diese Anwendung ist z.B. bei Audio-Verstärkern geläufig (wobei die Lautsprecher eine niederohmige Last darstellen).

Frage 5.1.3: Realer, passiver Übertrager. Transformatoren bestehen aus zwei gekoppelten Spulen. Wird eine der Spulen durch einen Strom durchflossen, so erzeugt dieser im magnetischen Kern einen magnetischen Fluss. Bei einem Wechselstrom ist dieser Fluss zeitlich veränderlich. Die Flussänderung induziert auf der anderen Seite eine Spannung. Die Kopplung über das Induktionsgesetz funktioniert nur für zeitlich veränderliche Spannungen. Transformatoren werden daher mit Wechselspannung betrieben.

Im einfachsten Fall berücksichtigt das Ersatzschaltbild nur die Streuinduktivität L_k (bzw. die Streureaktanz $X_k = \omega L_k$) in Kombination mit einem idealen Übertrager, wie in der Abbildung gezeigt. Zum Streufeld gehören die Feldlinien, die nicht von der Primärseite auf die Sekundärseite koppeln. Die Streuinduktivität ist somit durch die Bauart bedingt. Hinweis: Dieses Ersatzschaltbild gilt nur unter Last. Im Leerlauf überwiegt die Koppelinduktivität des Transformators.



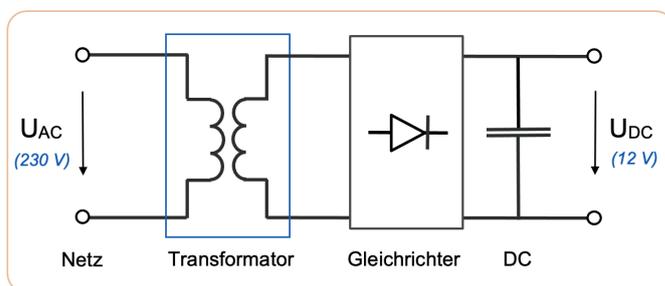
Die Streuinduktivität (bzw die Streureaktanz) lässt sich aus folgender Messung ermitteln: Bei kurzgeschlossener Sekundärseite wird eingangsseitig mit Hilfe einer Spannungsquelle die Primärspannung so weit erhöht, bis der Nennstrom (Bemessungsstrom, engl. rated current) fließt. Diese Spannung U_k wird als Kurzschlussspannung bezeichnet und findet sich auf dem Datenblatt des Transformators, zusammen mit dem Übersetzungsverhältnis \ddot{u} und dem Nennstrom I_r (bzw. der Nennleistung S_r und der Nennspannung U_r).

Ermitteln Sie aus den gegebenen Werten U_k , \ddot{u} und I_r die Streureaktanz X_k . Wegen der Art der Messung wird die Streureaktanz auch als Kurzschlussreaktanz bezeichnet. Hinweis: Verwenden Sie die Impedanztransformation im Kurzschlussfall.

Lösung: Wegen $R_2=0$ gilt auch $R_1=0$. Somit fällt die Kurzschlussreakspannung U_k über der Reaktanz X_k ab. Es gilt für die Beträge von Strom und Spannung: $U_k = X_k I_r$. Hieraus folgt X_k .

Ist statt des Nennstroms die Bemessungsscheinleistung S_r und die Nennspannung U_r gegeben, folgt der Nennstrom I_r aus diesen beiden Angaben.

Frage 5.1.4: Modellierung. Realisieren Sie einen einfachen Brückengleichrichter mit Hilfe eines Transformators, wie in folgender Abbildung gezeigt. Die Leistung soll 10 Watt betragen.

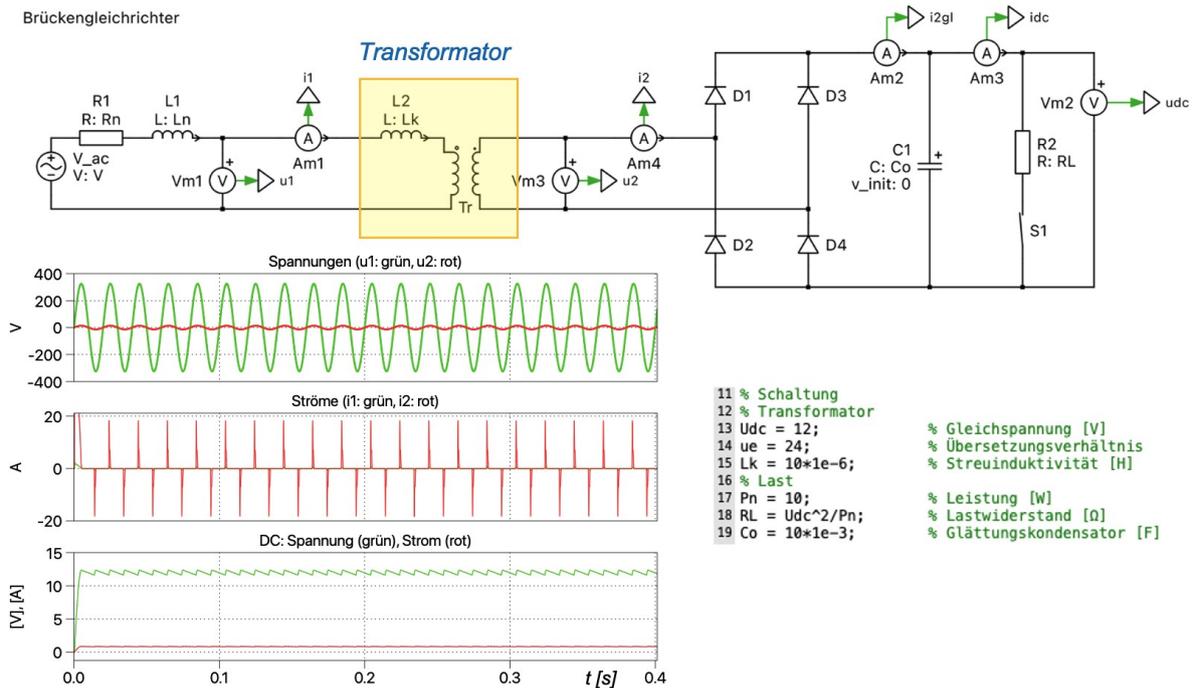


Lösungsbeispiel: siehe folgende Abbildung.

Für den Transformator wird ein Übersetzungsverhältnis von $\ddot{u} = 24$ gewählt, das bezogen auf 12 V einer AC-Spannung von 288 V und zwischen dem Effektivwert und dem Scheitelwert der AC-Spannung liegt. Für die Streuinduktivität wird ein Wert von $10 \mu\text{H}$ angenommen, entsprechend einer Reaktanz von $3 \text{ m}\Omega$. Bei einer Leistung von 10 Watt an 12 V beträgt der sekundärseitige DC-Strom $0,8 \text{ A}$.

Man erkennt, dass die Sekundärströme im AC-Kreis deutlich höher ausfallen. Grund hierfür ist der pulsformige Betrieb der Schaltung: Nur wenn die gleichgerichtete AC-Spannung den Wert der Kondensatorspannung überschreitet, wird der Kondensator nachgeladen. Die primärseitigen Ströme fallen ebenfalls pulsformig aus, allerdings um das Übersetzungsverhältnis kleiner.

Nachteile der Schaltung sind die relativ großen und schweren 50 Hz-Transformatoren und die mit der Stromglättung verbundenen pulsformigen Ströme. Als Ladegeräte für Mobiltelefone und mobile Rechner nicht mehr zu finden: Diese Rolle übernehmen Schaltnetzteile. Auch dort finden sich Drosseln und passive Übertrager, allerdings erfolgt der Betrieb bei höheren Schaltfrequenzen, wodurch sowohl die pulsformigen Ströme als auch die Drosseln und passiven Übertrager kleiner ausfallen.



5.2. Schaltnetzteile

Ein Schaltnetzteil besitzt den in folgender Abbildung gezeigten Aufbau.

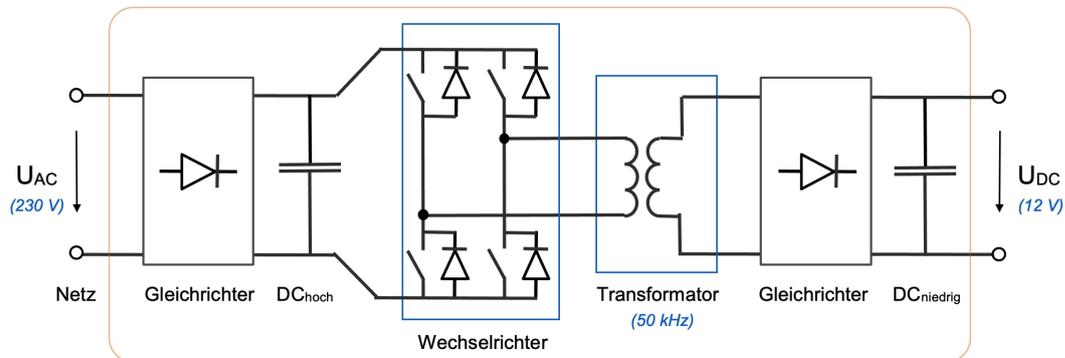


Abbildung 5.2 Funktionsprinzip eines Schaltnetzteils

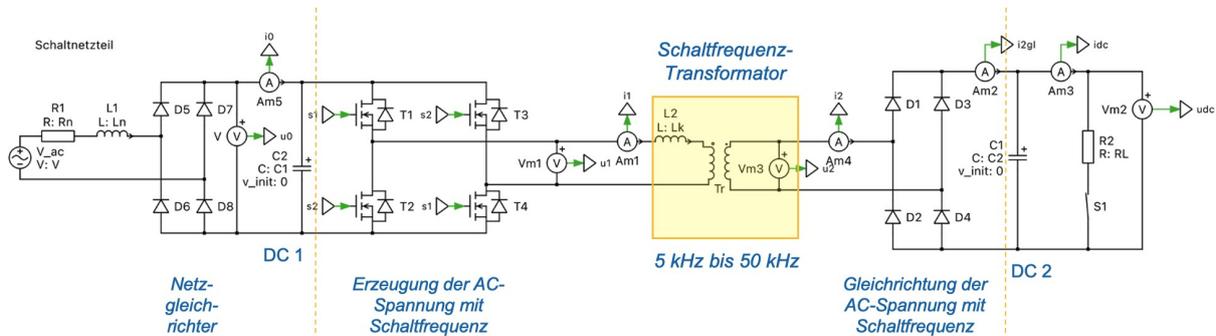
Zweck der Schaltung ist der Anschluss eines Gerätes mit geringer Leistung, das mit niedriger Gleichspannung betrieben wird, am Wechselstromnetz im Haushalt. Da die Spannungsniveaus sehr unterschiedlich sind, und da eine galvanische Trennung gewünscht ist, kommt ein Transformator zum Einsatz. Um Material und Gewicht zu ersparen, wird der Transformator jedoch nicht bei 50 Hz betrieben, sondern mit einer erhöhten Schaltfrequenz im kHz-Bereich.

Frage 5.2.1: Vergleichen Sie die Schaltung mit einem Netzteil mit 50 Hz-Transformator aus Frage 5.1.4. der Schaltungsaufwand erscheint höher. Was rechtfertigt diesen Aufwand?

Lösung: Einerseits wird das Schaltnetzteil durch die höhere Betriebsfrequenz des Transformators sehr viel kleiner und leichter. Diese Einsparung sollte mit einer Kosteneinsparung verbunden sein. Andererseits sollten bei gleicher Leistung die Stromspitzen wegen der sehr viel kürzeren Schaltzeiten (50 kHz statt 50 Hz) kleiner ausfallen.

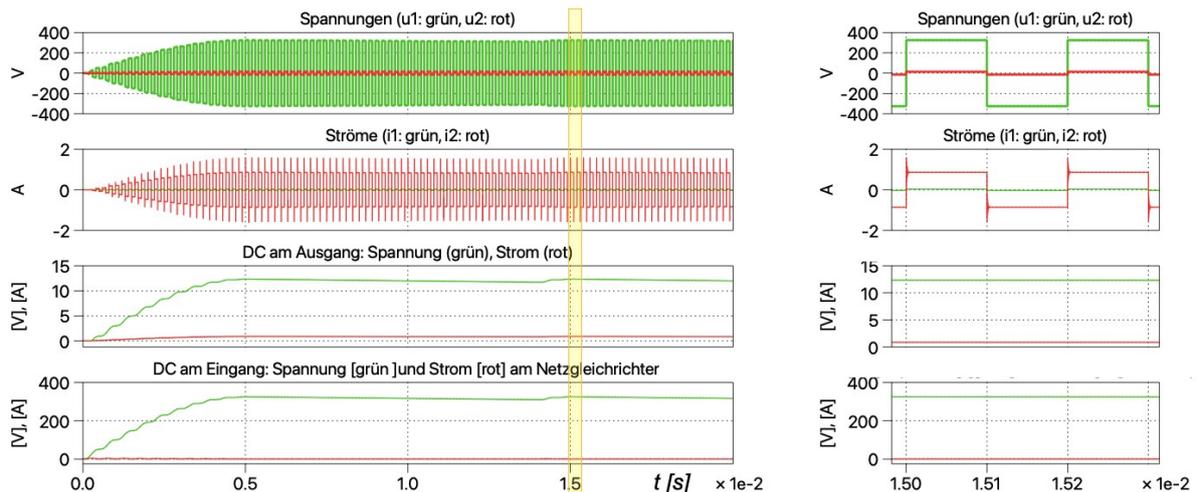
Frage 5.2.2: Modellierung und Simulation. Geben Sie plausible Werte für den Leistungsbereich vor (z.B. 10 W an 12 V_{DC}) und modellieren Sie die Schaltung. Das AC-Netz darf bei kleinen Leistungen als ideal angenommen werden. Hinweis: Gehen Sie schrittweise vor. Verwenden Sie als Schaltfrequenz 5 kHz, damit die Zeitauflösung für die Signalverläufe besser lesbar wird.

Lösungsbeispiel: Die Schaltung aus Aufgabe 5.1.4 wird um einen netzseitigen Brückengleichrichter und eine H-Brücke vor dem Transformator erweitert, siehe folgende Abbildung.



Die Netzspannung wird mit Hilfe eines Brückengleichrichters gleichgerichtet. Diese Spannung besitzt nun eine Amplitude bis zur Scheitelspannung der AC-Spannung und wird mit einem Kondensator geglättet. Die Kapazität des Kondensators darf nun wesentlich kleiner ausfallen als beim einfachen Brückengleichrichter, da die Leistung in viel kleineren Intervallen mit Schaltfrequenz transportiert wird, und somit die pulsformigen Lastströme sehr viel kleiner ausfallen als bei einem 50 Hz-Gleichrichter.

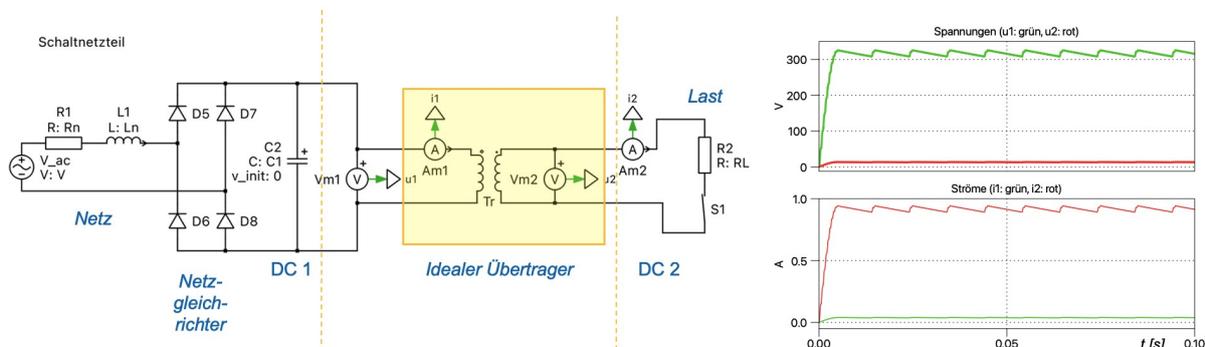
Der Wechselrichter wird direkt mit 5 kHz Wechselfspannung gepulst (ohne PWM). Der Transformator kann bei Schaltfrequenz sehr viel kleiner ausgeführt werden, da die Reaktanz $X = \omega L$ linear mit der Schaltfrequenz steigt. Bei gleicher Induktivität L wäre die Reaktanz bei 5 kHz Schaltfrequenz im Vergleich zu 50 Hz um einen Faktor 100 größer. Die Streuinduktivität im Modell des Transformators wurde daher auf einen Wert von 1 μH reduziert. Bei 5 kHz Schaltfrequenz beträgt die Streureaktanz somit ca. 0,3 Ohm. Folgende Abbildung zeigt einen Simulationslauf.



Die Darstellung zeigt den Einschwingvorgang bis zum Zeitpunkt 20 ms, entsprechend einer Periode der Wechselfspannung, sowie eine Ausschnitt mit den gepulsten Strömen. Bei 5 kHz Schaltfrequenz beträgt die Dauer einer Periode 0,2 ms, die Pulsdauer 0,1 ms. Die Kapazitäten in den DC-Kreisen müssen nur noch hierauf ausgelegt werden.

Frage 5.2.3: Vereinfachung mit idealem Übertrager. Der ideale Übertrager funktioniert mathematisch und kann daher auch Gleichspannung und Gleichströme wandeln. Vereinfachen Sie die physikalische Schaltung aus Aufgabe 5.2.2 mit Hilfe eines idealen Übertragers.

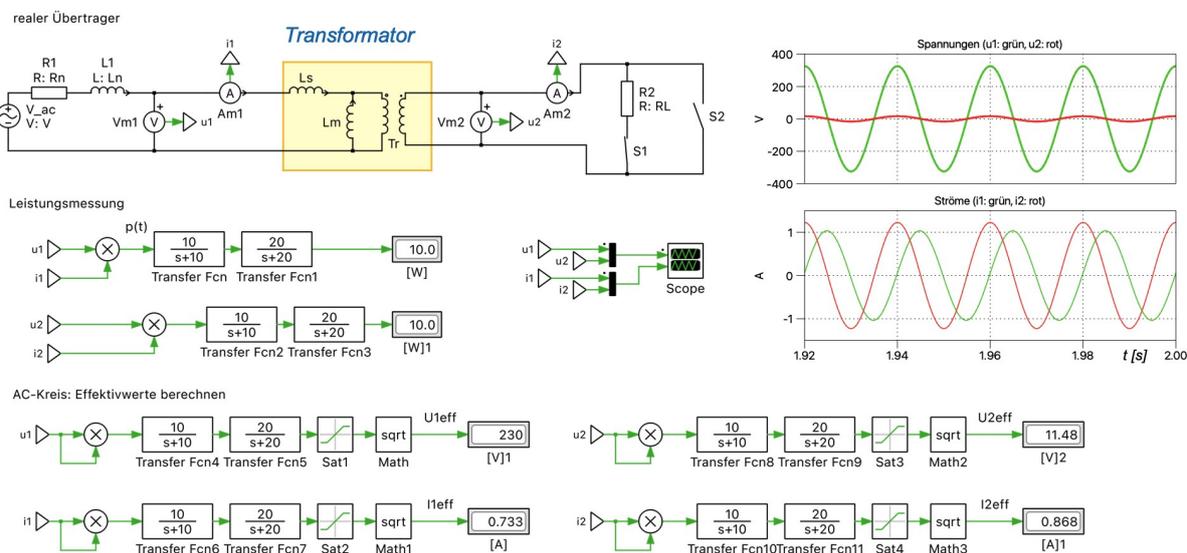
Lösungsbeispiel: siehe folgende Abbildung.



Der ideale Übertrager wird direkt an den ersten DC-Kreis angeschlossen und mit Übersetzungsverhältnis $\ddot{u} = 24$ betrieben. Physikalisch ist diese Schaltung nicht realisierbar. Sie funktioniert im Modell mit Hilfe der Transformationsgleichungen (5.1.1) und (5.1.2').

Frage 5.2.4: Realer Übertrager. Reale Transformatoren bestehen aus einer Primärwicklung und einer Sekundärwicklung. Im Leerlauf (bei offener Sekundärseite) verhalten sie sich somit wie eine Induktivität. Diese Induktivität wird durch die Summe aus der Koppelinduktivität des Transformators und seiner Streuinduktivität bestimmt. Die Streuinduktivität fällt in der Regel sehr viel kleiner aus als die Koppelinduktivität und lässt sich im Leerlauf vernachlässigen. Im Kurzschlussfall (bei kurzgeschlossener Sekundärseite) begrenzt nur die Streuinduktivität den Kurzschlussstrom. Untersuchen Sie das Verhalten eines realen Übertragers in der Simulation.

Lösungsbeispiel: siehe folgende Abbildung.



Als Beispiel wurde ein Transformator zum Betrieb an 230 V mit Übersetzungsverhältnis $\ddot{u} = 20$ und einer Leistung von 10 W gewählt. Der ideale Übertrager wurde um eine Koppelinduktivität L_m und Streuinduktivität L_s ergänzt. Als Werte wurden $L_m = 1$ H und $L_s = 1$ mH gewählt. Beide Induktivitäten liegen primärseitig im Strompfad. Der ideale Übertrager ist parallel zur Koppelinduktivität geschaltet.

Ein Leerlauf der Sekundärseite spiegelt der ideale Übertrager auf die Primärseite: Somit gilt annähernd $\underline{U}_1 = jX_m \underline{I}_1$, es fließt ein Blindstrom \underline{I}_1 (mit $X_m = \omega L_m$). Auch im Betrieb ist dieser Stromanteil dem Wirkstrom überlagert. Daher sollte die Reaktanz X_m idealerweise möglichst groß ausfallen.

Einen Kurzschluss der Sekundärseite spiegelt der ideale Transformator auf seine Primärseite: Nun ist L_m kurzgeschlossen und nur die Streuinduktivität begrenzt den Kurzschlussstrom. Auf diese Weise lässt sich die Streuinduktivität durch Messung ermitteln, wobei die Primärspannung nur so groß gewählt wird, dass der primäre Bemessungsstrom nicht überschritten wird, damit der Transformator keinen Schaden nimmt.

Im Modell wurde der Betrieb mit Nennlast, Leerlauf und Kurzschluss durch Schalter simuliert. Die Induktivitäten L_m und L_s lassen sich in der Simulation auskommentieren bzw. überbrücken. Im Beispiel wurde eine Betriebsfrequenz von 50 Hz gewählt. In einem Schaltnetzteil im Betrieb mit Schaltfrequenzen Bereich von 20 kHz bis 100 kHz fallen die magnetischen Komponenten sehr viel kleiner aus: Hier lässt sich eine Reaktanz $X = \omega L$ wegen der höheren Frequenz ω mit einer sehr viel geringeren Induktivität L realisieren.

5.3. Gleichstromsteller

Gleichstromsteller wandeln Gleichströme und Gleichspannungen nach den Transformationsgleichungen (5.1.1) und (5.1.2'). Die Ausgangsspannung wird größer oder kleiner als die Eingangsspannung gewählt. Die Betriebsweise kann unidirektional oder bidirektional sein. Wie Schaltnetzteile werden Gleichstromsteller getaktet und verwenden als Energiespeicher eine Induktivität, Kapazität oder Kombinationen hieraus. Galvanisch trennende Gleichstromsteller verwenden Transformatoren.

Frage 5.3.1: Abwärtswandler (Tiefsetzsteller) mit Regelung. Sollen aus dem DC-Zwischenkreis zusätzliche Spannungen erzeugt werden, bieten sich DC-Wandler an, die die Spannung nach unten bzw. oben stellen. Folgende Abbildung zeigt einen Abwärtswandler.

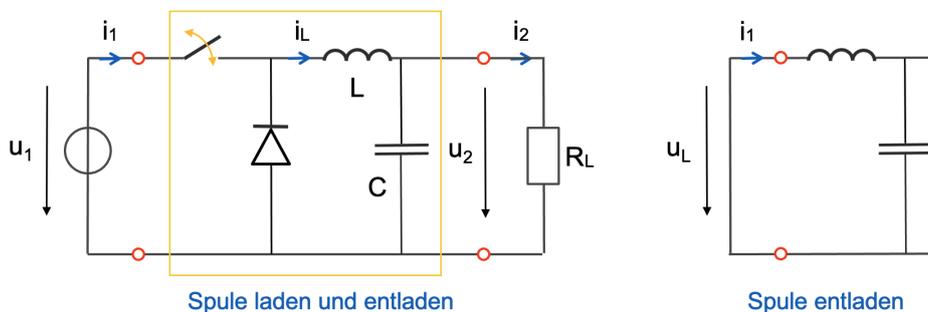


Abbildung 5.3.1 Abwärtswandler (engl. Buck-Converter)

Über das Tastverhältnis lässt sich hierbei auch das Spannungsniveau stellen. Realisieren Sie einen Abwärtswandler in der Simulation, der aus 24 V eine Spannung von 12 V (bzw. 5 V) erzeugt. Die Leistung der Schaltung soll 20 W betragen. Analysieren Sie das Verhalten der Ströme und Spannungen auf der Primärseite und Sekundärseite. Erklären Sie dieses Verhalten mit Hilfe des Funktionsprinzips eines Übertragers (siehe Aufgabe 5.1). Was bedeutet der Begriff „Impedanztransformation“?

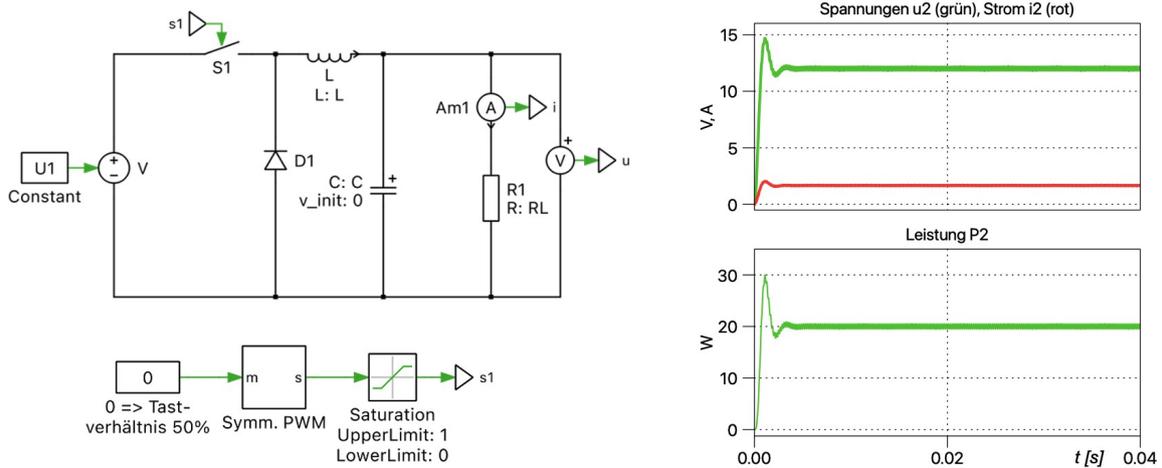
Lösungsbeispiel: Folgende Abbildung zeigt den Aufbau der Schaltung.

Der Lastwiderstand wurde so gewählt, dass sich bei einer Spannung von $U_2 = 12 \text{ V}$ eine Leistung von $P = 20 \text{ W}$ einstellen sollte. Als Schaltfrequenz wurde $f_s = 5 \text{ kHz}$ vorgegeben. Die Werte für L und C folgen über die Energie E im Schaltintervall $T_s = 1/f_s$ gemäß $E = P/f_s = \frac{1}{2} L I^2 = \frac{1}{2} C U^2$.

Beim Tastverhältnis 0,5 sollte sich die Ausgangsspannung halbieren. Ein Testlauf zeigt folgendes Ergebnis: Die Eingangsspannung ist durch die Spannungsquelle auf 24 V fixiert. Der DC-Kreis startet mit leerer Kapazität C und zeigt als Einschwingverhalten daher den Aufladevorgang. Die Ausgangsspan-

nung U_2 stellt sich auf die halbe Eingangsspannung U_1 ein. Die Ausgangsspannung lässt sich über das Tastverhältnis einstellen: Eine Ausgangsspannung von 5 V erreicht man durch weitere Verkleinerung des Tastverhältnisses. Über den Wert der Eingangsspannung kann die Ausgangsspannung nicht steigen: Wenn man den Schalter schießt, lädt sich der Kondensator im Leerlauf bis zum Wert der Eingangsspannung auf.

Die Diode ermöglicht die Kommutierung des in der Induktivität gespeicherten Stroms bei Öffnen des Schalters: Der Strom durch eine Induktivität lässt sich wegen der dort gespeicherten Energie nicht einfach unterbrechen, sondern durch Schalten nur umleiten (= kommutieren: Es ändert sich der Weg, nicht der Stromfluss). Auf die gleiche Weise funktionieren die Freilaufdioden in Transistorschaltern.



Die Ströme verhalten sich umgekehrt wie die Spannungen: Der Strom im Ausgangskreis beträgt die Hälfte des Stroms im Eingangskreis. Da die Leistung invariant ist, muss sich bei Absenken der Spannung der Strom erhöhen. Die Ströme verhalten sich bezogen auf das Übersetzungsverhältnis \ddot{u} umgekehrt wie die Spannungen (siehe Gleichungen (5.1.1) und (5.1.2')). Bemerkung: Die Ströme auf der Primärseite des Wandlers sind gepulst. Wenn man die Spannungsquelle nicht hiermit belasten möchte, ist eingangsseitig ein Glättungskondensator erforderlich (die Spannungsquelle dann mit Innenwiderstand parallel zu dieser Kapazität).

Hierdurch findet eine Transformation der Lastimpedanz statt: Der Lastwiderstand R_L im Ausgangskreis wird im Eingangskreis in die Impedanz $R'_L = \ddot{u}^2 R_L$ transformiert. Mit $U_2 = \ddot{u} U_1$ und $\ddot{u} = 2$ beträgt $R'_L = 4 R_L$. Bezeichnet man den Ausgangskreis als niederohmig (kleine Spannung, großer Strom), so ist der Eingangskreis vergleichsweise hochohmig (große Spannung, kleiner Strom).

Frage 5.3.2: Aufwärtswandler (Hochsetzsteller, engl. Boost-Converter). Aus dem DC-Zwischenkreis sollen zusätzliche Spannungen über der Zwischenkreisspannung erzeugt werden. Einen Hochsetzsteller zeigt folgende Abbildung (siehe auch Abschnitt 3.4).

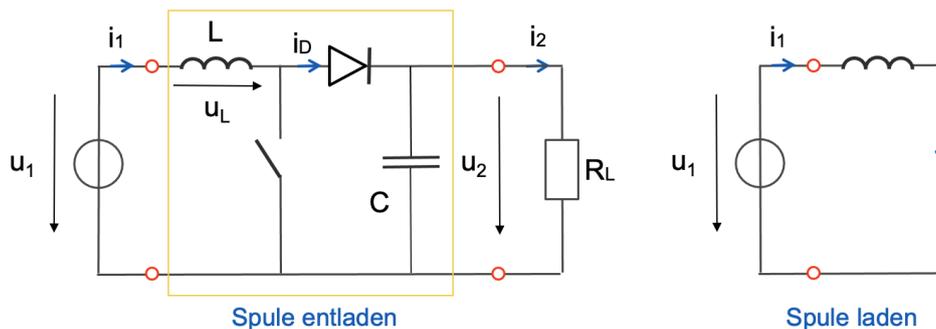
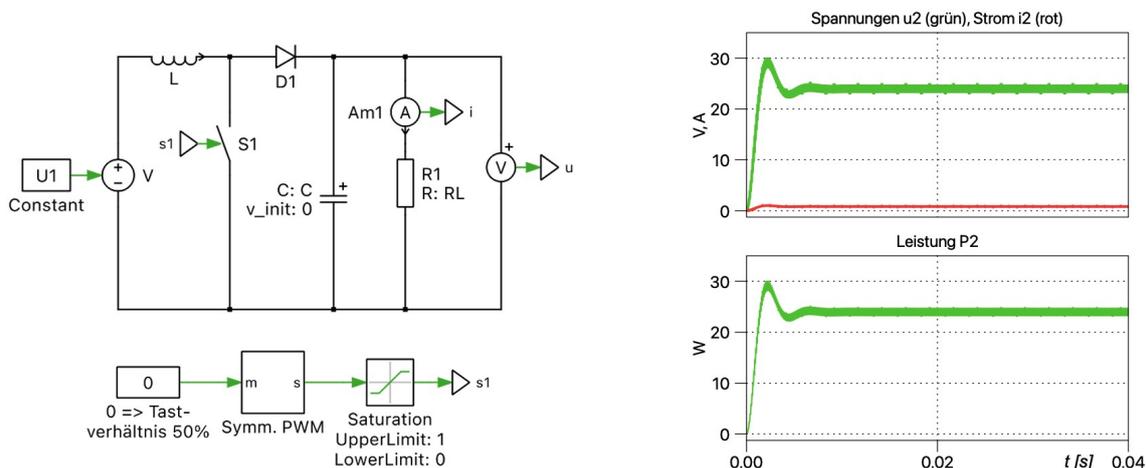


Abbildung 5.3.2 Aufwärtswandler (engl. Boost-Converter)

Über das Tastverhältnis des Schalters lässt sich hierbei das Spannungsniveau stellen. Realisieren Sie einen Aufwärtswandler in der Simulation, der aus 12 V eine Spannung von 24 V erzeugt. Die Leistung der Schaltung soll 20 W betragen. Analysieren Sie das Verhalten der Ströme und Spannungen auf der Primärseite und Sekundärseite. Erklären Sie dieses Verhalten mit Hilfe des Funktionsprinzips eines Übertragers (siehe Aufgabe 5.1). Wird die Lastimpedanz aus Sicht der Primärseite des Wandlers kleiner oder größer?

Lösungsbeispiel: Folgende Abbildung zeigt den Aufbau der Schaltung mit einem Simulationslauf.



Bei einem Tastverhältnis von 0.5 verdoppelt sich die Ausgangsspannung gegenüber der Eingangsspannung. Da die Kapazität C beim Einschalten ungeladen ist, schwingt die Schaltung zunächst ein. Der Lastwiderstand wurde so gewählt, dass sich bei einer Spannung von $U_2 = 24 \text{ V}$ eine Leistung von $P = 20 \text{ W}$ einstellt. Als Schaltfrequenz wurde $f_s = 5 \text{ kHz}$ vorgegeben. Die Werte für L und C folgen aus der Energie E im Schaltintervall $T_s = 1/f_s$ gemäß $E = P/f_s = \frac{1}{2} L I^2 = \frac{1}{2} C U^2$.

Die Induktivität wird als Energiespeicher eingesetzt. Durch den Schalter wird die Induktivität periodisch an der Spannungsquelle geladen und dann in den Lastkreis entladen. Der Strom entlädt sich in die Kapazität und wird dort zur Ausgangsspannung integriert (abzüglich des Abflusses über den Lastwiderstand). Da die Energie in der Induktivität in Form des Stroms gespeichert wird, kann die Ausgangsspannung die Eingangsspannung übersteigen. Die Diode verhindert als „Rückschlagventil“ einen Rückfluss in den Eingangskreis.

Das Verhalten entspricht dem eines Übertragers (siehe Aufgabe 1): Das Übertragungsverhältnis \ddot{u} wirkt umgekehrt auf Spannungen und Ströme ($U_1 = \ddot{u} U_2$ mit $\ddot{u} = 0.5$). Hierdurch wird die Lastimpedanz vom Sekundärkreis mit dem Quadrat des Übertragungsfaktors \ddot{u} in den Sekundärkreis transformiert. Der Primärkreis wird somit mit einem Viertel des Lastwiderstandes im Sekundärkreis belastet. Ursache dieses Verhaltens ist die Invarianz der Leistung bei einem verlustlosen Übertrager.

Bemerkung: Die Ströme auf der Primärseite des Wandlers sind gepulst. Wenn man die Spannungsquelle nicht hiermit belasten möchte, ist eingangsseitig ein Glättungskondensator erforderlich (die Spannungsquelle dann einschließlich ihres Innenwiderstands parallel zu dieser Kapazität).

Frage 5.3.3: Kombiniertes Hochsetz-Tiefsetz-Steller (engl. Buck-Boost-Konverter). Folgende Abbildung zeigt einen kombinierten Hochsetz-Tiefsetz-Steller. Diese Schaltung kann die Ausgangsspannung in einem Bereich unterhalb und oberhalb der Eingangsspannung stellen. Erläutern Sie die Funktionsweise der Schaltung im Vergleich zu den Schaltungen aus Aufgabe 5.3.1 und 5.3.2. Untersuchen Sie die Schaltung in der Simulation bei Auslegung auf eine Leistung von 20 Watt bei einer Ausgangsspannung von 24 V. Die feste Eingangsspannung soll 12 V betragen.

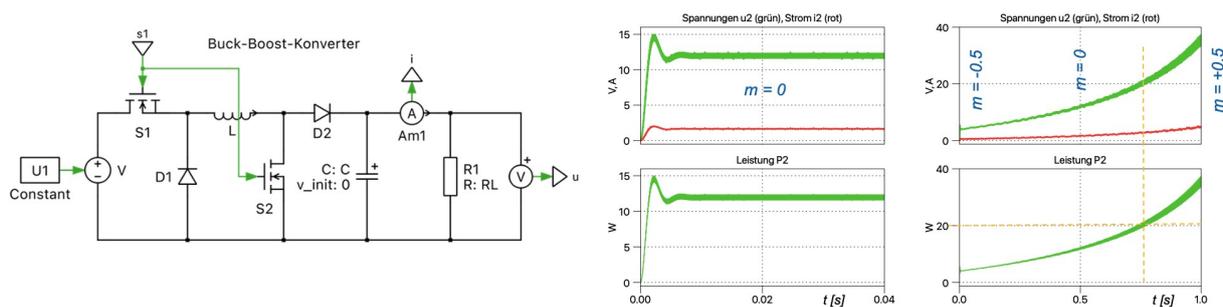


Abbildung 5.3.3 Auf- und Abwärtswandler (engl. Buck-Boost-Converter)

Lösungsbeispiel: Die Schaltung kombiniert die beiden Schalter aus Aufgabe 5.3.1 (Tiefsetzsteller mit Schalter S1 vor der Induktivität im Strompfad der Eingangsspannung) und Aufgabe 5.3.2 (Hochsetzsteller mit Schalter S2 am Ausgang der Induktivität zur Masse). Beide Schalter werden gleichzeitig betätigt. Hierdurch wird die Induktivität periodisch an der Quelle aufgeladen und in den Ausgang der Schaltung entladen.

Über das Tastverhältnis der Schaltperiode lässt sich die Ladezeit der Induktivität und somit die Menge der aufgenommenen Energie steuern. Das Tastverhältnis ist die Stellgröße der Schaltung als Regelstrecke. Im dargestellten Modell wurde die Schaltung so ausgelegt, dass bei einem Tastverhältnis von 50% die Ausgangsspannung der Eingangsspannung entspricht. Erhöht man das Tastverhältnis, erhöht sich die Ladezeit der Spule und in Konsequenz die Höhe der Ausgangsspannung. Mit geringerem Tastverhältnis verringert sich die Ausgangsspannung unter den Wert der Eingangsspannung.

Im Simulationslauf ganz rechts in der Abbildung wurde der Stellbereich von einem Modulationsgrad $m = -0,5$ (Tastverhältnis 25%) bis $m = +0,5$ (Tastverhältnis 76%) variiert. Hiermit wird ein Spannungsbe-
reich von 4 V bis 36 V durchfahren. Die Leistung am Lastwiderstand wächst mit dem Quadrat der Ausgangsspannung.

Bemerkung: Im Modell wurde ein PWM-Block zur Erzeugung eines variablen Tastverhältnisses verwendet anstelle eines Pulsgenerators. Beim PWM-Block steht der Modulationsgrad m als Stellgröße für einen Regler zur Verfügung. Mit Hilfe eines Reglers lässt sich die Ausgangsspannung (innerhalb der Leistungsgrenzen der Schaltung) unabhängig vom Last halten.

Frage 5.3.4: Ein sogenannter Flyback-Konverter (Sperrwandler) erreicht den gleichen Effekt wie der Buck-Boost-Konverter mit Hilfe eines Transformators. Folgende Abbildung zeigt die Schaltung.

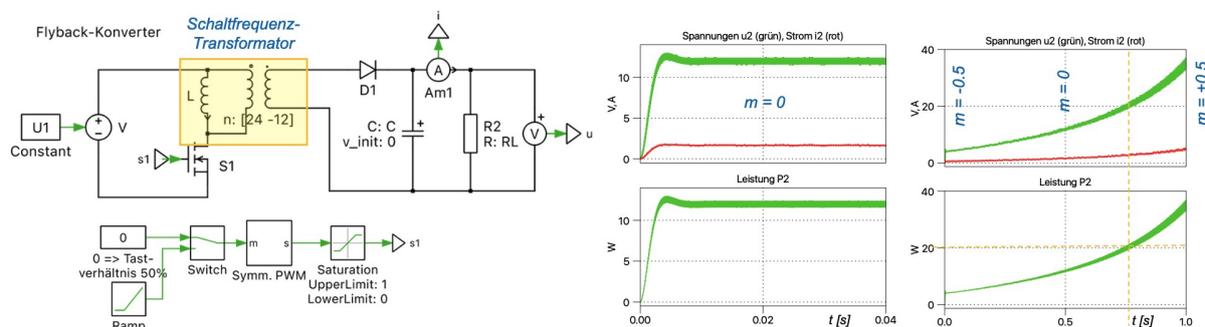


Abbildung 5.3.4 Sperrwandler (engl. Flyback-Converter)

Erläutern Sie das Funktionsprinzip der Schaltung. Wieso kann der Strom durch die Koppelin-
duktivität des Transformators durch den Schalter S1 unterbrochen werden? Welche Rolle spielt
der Transformator für die Transformation der Spannung? Wieso ist die Sekundärwicklung umge-
kehrt gewickelt wie die Primärwicklung (Windungszahl -12 sekundär und Windungszahl +24 pri-

mär). Untersuchen Sie die Schaltung in der Simulation für eine Auslegung auf 24 V Primärspannung, 12 V als Mittelwert der Sekundärspannung und 20 W Leistung.

Lösung: Die Schaltung betreibt den Transformator abwechselnd im Leerlaufbetrieb, also als Induktivität: Es fließen abwechselnd Primärstrom und Sekundärstrom. Aus diesem Grund findet sich auch die Koppelinduktivität (= Leerlaufinduktivität) des Transformators im Ersatzschaltbild. Während der Schalter geschlossen ist, lädt sich die Koppelinduktivität auf, es fließt Primärstrom.

Bei geöffnetem Schalter entlädt sich die gespeicherte Energie auf die Sekundärseite: es fließt Sekundärstrom. Da die Ladespannung auf der Primärseite unterschiedlich von der Spannung auf der Sekundärseite ist, kann in kürzerer Zeit aufgeladen werden. Somit lässt sich über das Tastverhältnis die Ausgangsspannung stellen.

Der Spannungsbereich bei Modulation $m = 0$ (Tastverhältnis 50%) ist durch das Windungsverhältnis N_1/N_2 des Transformators definiert. Wesentlich für die Funktion ist die umgekehrte Anordnung der Sekundärwicklung: Auf diese Weise fließt der Entladestrom in Flussrichtung der Diode auf der Sekundärseite und die Sekundärspannung hat gleiches Vorzeichen wie die Primärspannung. Andernfalls wäre der Wandler invertierend (und bräuchte sekundärseitig eine andere Flussrichtung).

5.4. Frequenzumrichter

Frequenzumrichter als Wechselstromsteller werden eingesetzt, um elektrische Maschinen am Wechselstromnetz zu betreiben. Ein Beispiel ist der Schwungradspeicher aus Abschnitt 4.3. In diesem Fall wird die Maschine stets im Leerlauf betrieben: Außer seiner eigenen Schwungradmasse bewegt das Schwungrad keine Last.

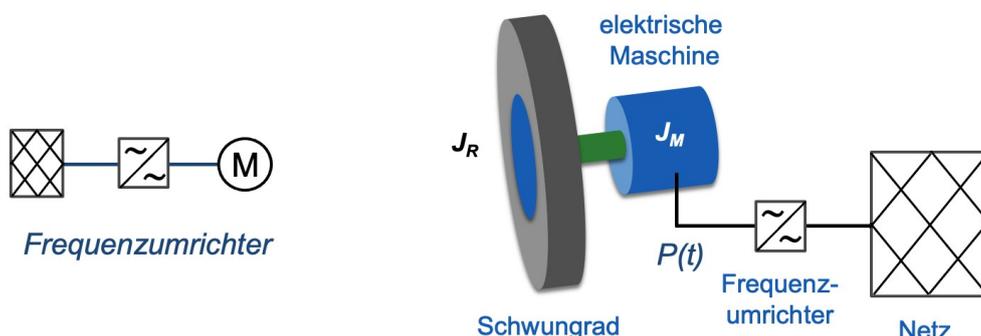


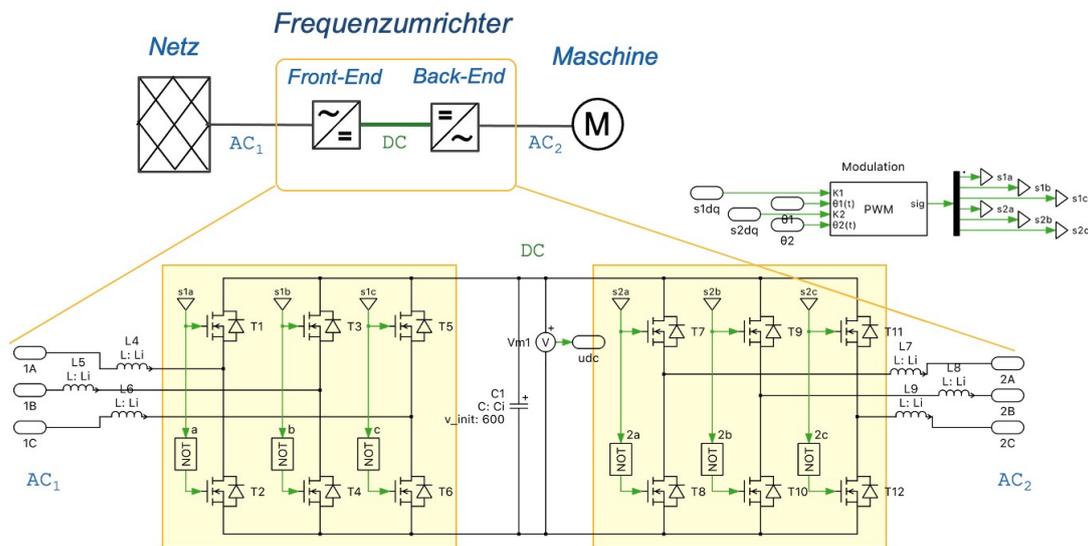
Abbildung 5.4 Frequenzumrichter

Im allgemeinen Fall befindet sich an der Antriebswelle der Maschine entweder eine mechanische Last oder ein mechanischer Antrieb. Der Frequenzumrichter stellt die Verbindung zwischen den Anschlussklemmen der Maschine und dem Stromnetz her. Er ist immer dann erforderlich, wenn sich die Maschine mit variabler Drehzahl drehen soll, d.h. abweichend von der Netzfrequenz. Das ist beispielsweise bei Windrädern der Fall: die Rotordrehzahl ist variabel und unabhängig von der Netzfrequenz. Ein weiterer Anwendungsfall wären Maschinen mit variabler Drehzahl in der Produktion.

Frage 5.4.1: Aufbau des Frequenzumrichters. Folgende Abbildung zeigt den Aufbau des Frequenzumrichters zusammen mit dem elektrischen Ersatzschaltbild des Leistungsteils. Erläutern Sie den Aufbau und die Funktionsweise. Welche Rollen haben die netzseitigen Konverter (Front-End) und die maschinenseitigen Konverter (Back-End)? Wodurch kommt die Entkopplung der Maschinendrehzahl von der Netzfrequenz zustande? Welches physikalische Prinzip für einen annähernd verlustfreien Wandler muss zwischen den Anschlussklemmen des Frequenzumrichters eingehalten werden?

Lösung: Der Frequenzumrichter besteht aus zwei AC/DC-Konvertern, die DC-seitig Rücken an Rücken geschaltet sind (engl. Back-to-back). Der netzseitige Konverter arbeitet stromgeführt: er nimmt Leistung auf oder führt Leistung ins Netz ab. Vorzeichen und Höhe der Wirkleistung hängen vom Ar-

beizpunkt der Maschine ab: Arbeitet die Maschine als Motor, wird Leistung aufgenommen. Wird die Maschine angetrieben und arbeitet als Generator, wird diese Leistung ins Netz abgeführt



Der DC-Kreis ist somit nur eine Zwischenstation und dient der Kopplung der beiden AC/DC-Wandler. Über den DC-Zwischenkreis sind beide Konverter über die Wirkleistung gekoppelt. Es gilt das physikalische Prinzip der Energieerhaltung: die maschinenseitige Leistung ist P_2 gleich der netzseitigen Leistung P_1 (von Verlusten des Konverters abgesehen): $P_2 = P_1$.

Mit diesem Prinzip verbunden sind die Transformationsgleichungen (5.1.1) und (5.1.2'). Wenn man eine Spannungsamplitude U_2 vorgibt, überträgt sich das Spannungsverhältnis $\hat{u} = U_2/U_1$ wegen des Leistungsgleichgewichts umgekehrt auf die Ströme. Davon abgesehen sind beide Teilsysteme voneinander entkoppelt. Somit kann die Frequenz f_2 auf der Sekundärseite völlig frei gewählt werden: Es besteht keinerlei Abhängigkeit von der Netzfrequenz f_1 . Ebenso lassen sich die Blindströme bzw. Blindleistungen auf der Primärseite und auf der Sekundärseite willkürlich vorgeben (im Rahmen der Bemessungsströme der Konverter).

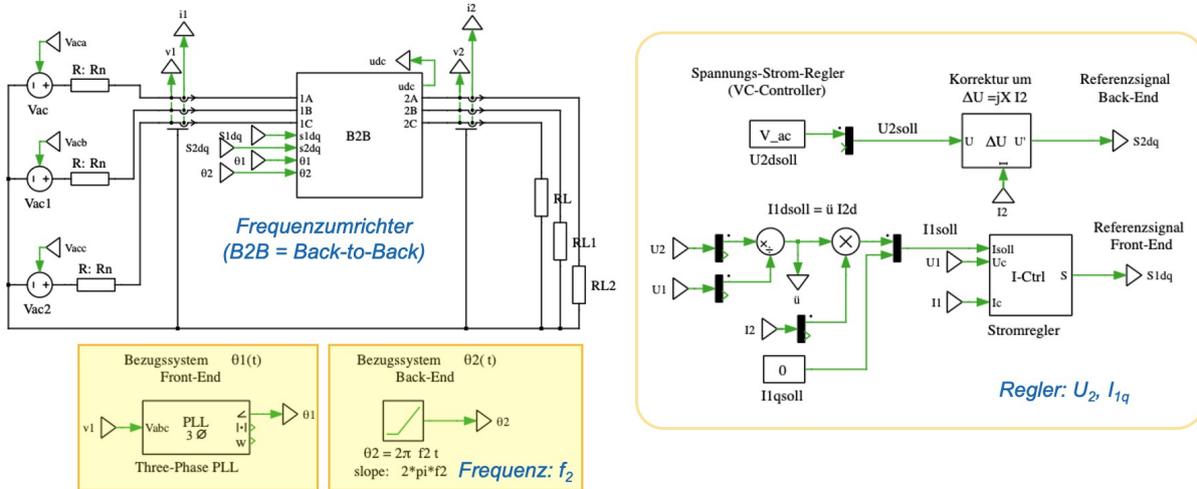
Im Beispiel und im Simulationsmodell wurden beide Konverter als einfache Zweilevel-Konverter realisiert. Die Schaltungstopologie entspricht dem 3-phasigen Brückengleichrichter aus Aufgabe 2.4, wobei statt der Dioden aktive Schalter (=Transistoren) eingesetzt wurden. Drehstromsysteme und Maschinen sind Gegenstand des zweiten Teils der Vorlesung. Nähere Erläuterungen hierzu finden sich in Teil 2 des Vorlesungsmanuskripts. An dieser Stelle genügt das Funktionsprinzip der Schaltung.

Frage 5.4.2: Simulationsmodell für den Betrieb an ohmscher Last. Ergänzen Sie ein Modell zum Betrieb des Frequenzumrichters an einem Netz und an einem ohmschen Netz.

Lösungsbeispiel: Siehe folgende Abbildung.

Das Netz wird als dreiphasiges AC-Netz durch Spannungsquellen abgebildet. Im Beispiel handelt es sich um ein Niederspannungsnetz mit 230 V zwischen den Leitern und dem Sternpunkt, der als Neutralleiter mitgeführt ist. An den Eingangsklemmen des Frequenzumrichters findet sich ein Messpunkt für Ströme und Spannungen. Aus der dort gemessenen Netzspannung rekonstruiert der Frequenzumrichter mit Hilfe einer PLL-Schaltung (Phase-Locked-Loop) die Netzfrequenz $f_1(t)$ bzw., das Bezugssystem $\theta_1(t) = 2\pi f_1 t$ für den netzseitigen Konverter (Front-End). Bezugspunkt für den Stromregler dieses Konverters ist die netzseitige Anschlussklemme.

Für den maschinenseitigen Konverter kann die Frequenz f_2 willkürlich vorgegeben werden. In der Abbildung unterhalb des Frequenzumrichters wurde aus dieser Vorgabe mit Hilfe einer Rampe das Bezugssystem $\theta_1(t) = 2\pi f_2 t$ für den maschinenseitigen Konverter (Back-End) erzeugt.

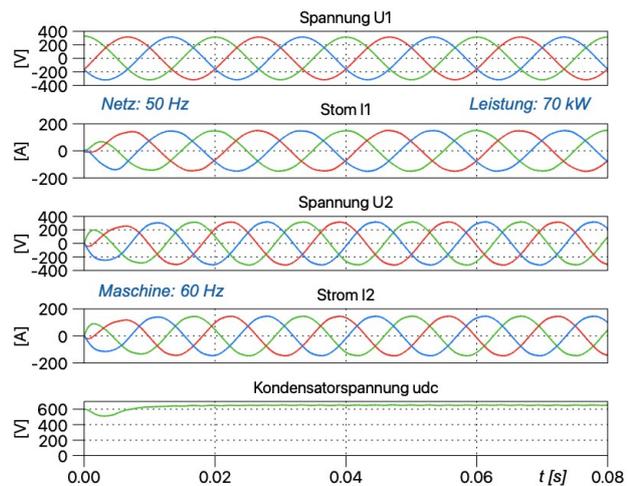
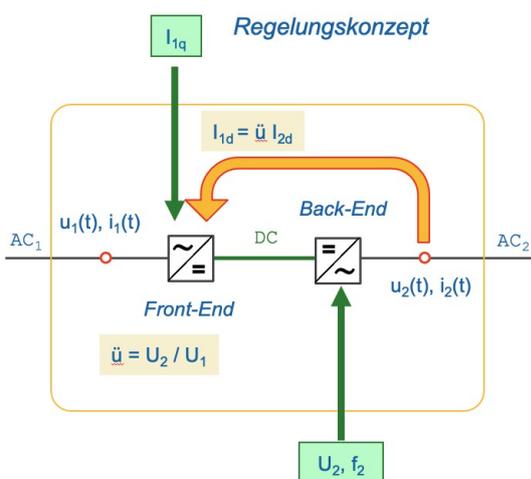


Maschinenseitig enthält das Modell nur eine ohmsche Last. Die Widerstände wurden so gewählt, dass an der Spannung U_2 eine vorgegebene Leistung P_2 umgesetzt wird. Die Spannung U_2 erzeugt der maschinenseitige Konverter (Back-End). Für den Regler dieses Converters findet sich an den Anschlussklemmen am Ausgang wiederum ein Messpunkt für die Ströme und Spannungen.

Der auf der rechten Seite der Abbildung dargestellte Regler zeigt die Implementierung des Regelkonzeptes aus der folgenden Aufgabe 5.4.3. Für die Struktur sind nur die Vorgaben und Stellgrößen des Reglers relevant: Frei vorgegeben werden die Ausgangsspannung U_2 , und der Blindstrom I_{1q} auf der Primärseite. Der Wirkstrom I_{1d} auf der Primärseite des Frequenzumrichters muss der Leistung auf der Sekundärseite folgen.

Frage 5.4.3: Regelungskonzept. Erstellen Sie ein Regelungskonzept für den Konverter und überprüfen Sie das Konzept in der Simulation.

Lösungsbeispiel: siehe folgende Abbildung.



Die linke Seite der Abbildung zeigt in den grünen Felder die freien Vorgaben: Die Sekundärspannung U_2 , die sekundäre Frequenz f_2 , sowie der Blindstrom I_{1q} auf der Primärseite. Theoretisch wäre auch ein

Blindstrom auf der Sekundärseite frei wählbar, jedoch macht eine solche Vorgabe für diesen Anwendungsfall keinen Sinn. Vorgabe für den sekundären Blindstrom ist folglich $I_{1q} = 0$.

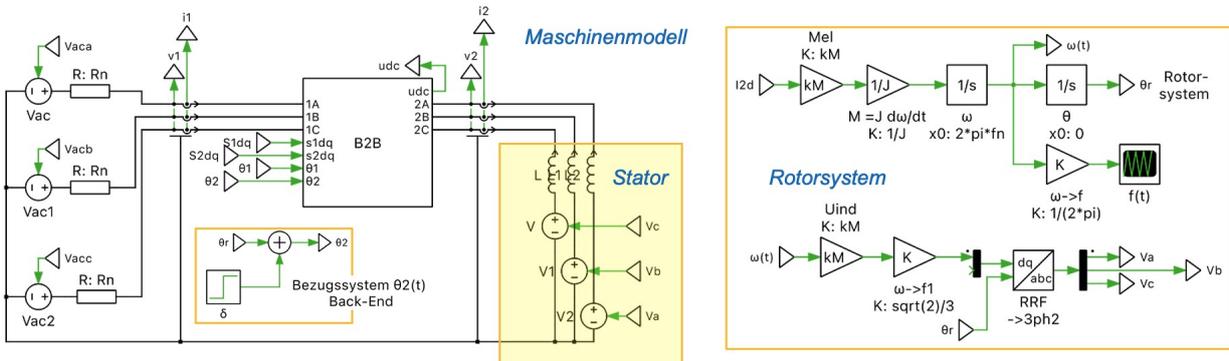
Die wesentliche Eigenschaft des Regelungskonzepts ist die Herstellung des Leistungsgleichgewichts $P_2 = P_1$. Eine Möglichkeit zur Realisierung wäre eine kaskadierte Regelung: (1) Der Back-End-Konverter stellt die Spannung U_2 und bedient sich für die benötigte Leistung aus dem DC-Zwischenkreis. (2) der Front-End-Konverter stellt die Spannung des DC-Zwischenkreises und bedient sich für die benötigte Leistung aus dem AC-Netz.

Im Beispiel wurde statt der kaskadierten Regelung eine direkt Kopplung aus den Transformationsgleichungen (5.1.1) und (5.1.2') gewählt: Die Vorgabe für den primärseitigen Wirkstrom leitet sich über das Übersetzungsverhältnis aus dem auf der Sekundärseite gemessenen Wirkstrom ab: $I_{1d, \text{soll}} = \bar{u} I_{2d}$. Das hierfür benötigte Übersetzungsverhältnis \bar{u} wird aus den gemessenen Spannungen ermittelt: $\bar{u} = U_2/U_1$. Auf diese Weise wurden die Transformationsgleichungen (5.1.1) und (5.1.2) unmittelbar für das Regelungskonzept eingesetzt. Eine Berechnung der Leistung ist nicht erforderlich, da diese bereits in den Transformationsgleichungen berücksichtigt ist.

Bemerkung: Die Regler für die dreiphasige Systeme im Modell werden an dieser Stelle nicht näher erläutert. Drehstromsysteme und Maschinen sind Thema des zweiten Teils der Vorlesung. Erläuterungen, Beispiele und Modelle hierzu finden sich im Vorlesungsmanuskript zu Teil 2.

Frage 5.4.4: Erweiterung des Umrichters um ein einfaches Maschinenmodell. Ersetzen Sie die sekundärseitige Last des Frequenzumrichter durch ein einfaches Maschinenmodell, wie z.B. das Schwungrad aus Abschnitt 4.3. Überprüfen Sie das Modell in der Simulation.

Lösung: Folgende Abbildung zeigt den um das Maschinenmodell erweiterten Frequenzumrichter.



Das Rotorsystem im rechten Teil der Abbildung ist identisch mit dem des Schwungrads aus Abschnitt 4.3: Es gibt kein mechanisches Moment an dieser Maschine, abgesehen von der Trägheit der Schwungradmasse. Das elektrische Moment entspricht nach Gleichungen (1.8) aus Abschnitt 1 dem Produkt aus Wirkstrom I_{2d} und Maschinenkonstante k_M :

$$M_{el} = k_M \cdot I_{2d} \tag{5.4.1}$$

Die im Stator indizierte Spannung U entspricht dem Produkt aus der Rotordrehzahl ω_r und der Maschinenkonstante k_M :

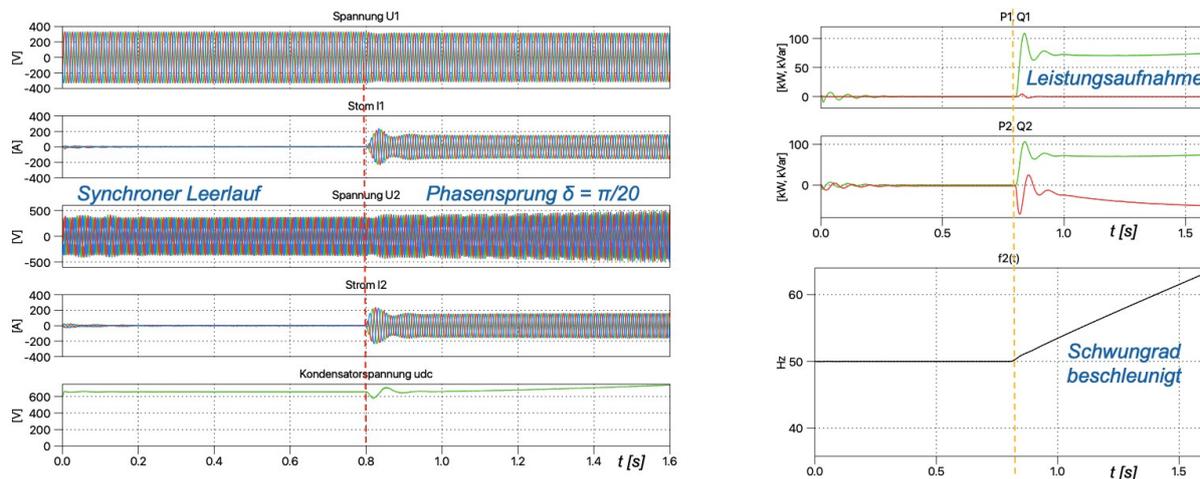
$$U_{ind} = k_M \cdot \omega_r \tag{5.4.2}$$

Die Erweiterung des Frequenzumrichters besteht somit (1) aus dem Rotorsystem, das wie im rechten Teil der Abbildung als Signalfuss wiedergegeben ist, und (2) dem Statorsystem, der als Spannungsquelle mit Statorinduktivität den Platz der Lastwiderstände im elektrischen Modell einnimmt. Das Ro-

torsystem ist über den Wirkstrom mit dem elektrischen Modell verbunden, sowie über die im Stator induzierte Spannung. Letztere wird aus Gleichung (5.4.2) ermittelt und in den Zeitbereich transformiert.

Der Drehwinkel $\theta_r(t) = \omega_r t$ des Rotorsystems stellt das Bezugssystem des maschinenseitigen Konverters (Back-End) dar. Im Modell wurde direkt das Rotorsystem verwendet (in der Realität würde es z.B. durch einen Drehgeber oder eine andere Methode messtechnisch ermittelt).

Ein Simulationslauf zeigt folgendes Verhalten.



Das Schwungrad wurde auf Nenndrehzahl initialisiert und startet somit im Leerlauf (mit kleineren Pendelschwingungen bedingt durch den Anlauf des elektrischen Systems). Zum Zeitpunkt $t = 0.8$ s wurde das Bezugssystem des Front-End-Konverters (mit einer Step-Block) um einen vorgegebenen Winkel verschoben:

$$\theta_2(t) = \theta_r(t) + \delta$$

Der Phasensprung der Konverterspannung relativ zum Rotorsystem führt dazu, dass der Konverter vor der Polradspannung läuft. Unter der Polradspannung wird die im Stator induzierte Spannung verstanden. Über die Statorinduktivität führt diese Phasendifferenz zu einem Wirkstrom: Die Maschine nimmt Leistung auf und beschleunigt.

Die Leistungsaufnahme ist im Simulationslauf im Sekundärstrom zu sehen, sowie an der steigenden Drehzahl des Rotors. Die Leistungsmessung im Modell zeigt, dass etwa 70 kW Leistung aufgenommen werden. Diese Leistung entnimmt der Frequenzrichter dem Netz auf der Primärseite.

Mit steigender Rotordrehzahl steigt die Amplitude der induzierten Spannung (= Polradspannung, siehe Gleichung 5.4.2). Es ergibt sich eine Differenz zur Amplitude der Sekundärspannung des Konverters. Über der Statorinduktivität führt die Amplitudendifferenz zu einem wachsenden Blindleistungsbedarf auf der Sekundärseite des Konverters. Auf die Primärseite hat die sekundäre Blindleistung keinen Einfluss.

In der Realität würde die Maschine mit der Beschleunigung den Phasensprung im Spannungswinkel allmählich aufholen: der Polradwinkel verringert sich hierdurch wieder. Im gewählten Modell bleibt der Phasensprung jedoch permanent erhalten: Der Konverter bleibt vor der Maschine und sorgt weiter für Beschleunigung.

Im Modell wurde nur die Regelstrecke und der Mechanismus der Wirkleistung (Phasenwinkel δ) und Blindleistung (Amplitude der induzierten Spannung) dargestellt. Auf Regler zur Führung der Maschine wurde verzichtet. Diese sind Gegenstand von Teil 2 der Vorlesung.

5.5. Flusskopplung

Induktive Komponenten verwenden den Magnetfluss. Der Unterschied zwischen einer Luftspule und einer Spule mit magnetischen Kern besteht in der Größe des magnetischen Flusses: ein magnetisches Material besitzt eine hohe magnetische Permeabilität μ_r , die sich bei magnetischen Materialien im Bereich von $\mu_r = 1000$ bis $\mu_r = 100000$ bewegen kann. Hierdurch lassen sich im Vergleich zu Luft ($\mu_r = 1$) hohe magnetische Flüsse erzeugen. Der magnetische Fluss folgt der magnetischen Feldstärke, die der Strom erzeugt und ist angängig vom Material, und somit der relativen magnetischen Permeabilität μ_r .

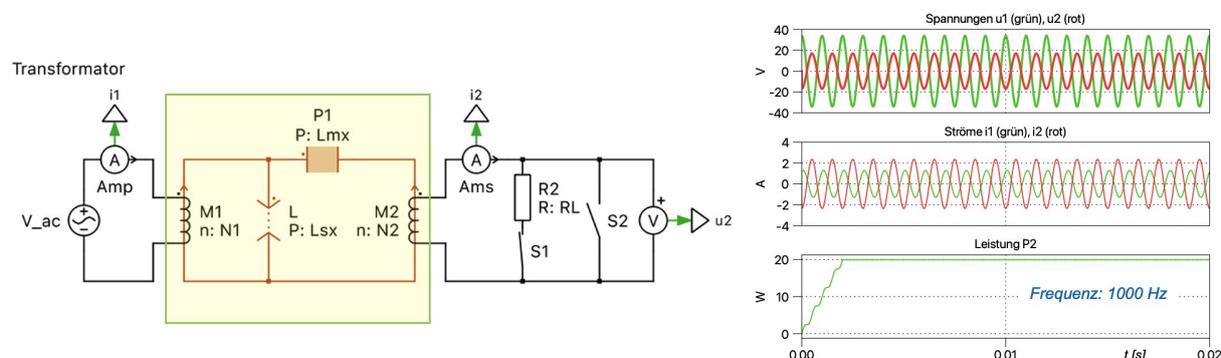
Die Induktivität ist definiert als das Verhältnis des erzielten magnetischen Flusses zum eingesetzten Strom I:

$$L = \frac{\Phi}{I} \quad (5.5.1)$$

Im Unterschied zu Luft sättigen magnetische Kerne, d.h. bei hohen Strömen steigt der magnetische Fluss nicht weiter, sondern geht in eine Begrenzung (= Sättigung). Hierdurch wird die Induktivität nichtlinear. Die Sättigung ist abhängig vom magnetischen Kernmaterial.

Mit Hilfe des magnetischen Flusses lassen sich Kopplungen in elektrischen Schaltungen erzielen: Der Transformator macht hiervon Gebrauch, sowie die Ferritringe, die man als Filter gegen Störungen auf Signalleitungen anbringt, sowie viele leistungselektronische Schaltungen mit Schalttransformatoren oder speziellen magnetischen Komponenten wie der Sperrwandler aus Abschnitt 5.3.4.

Frage 5.5.1: Transformator. Realisieren Sie einen Transformator von 24 V auf 12 V mit Hilfe zweier Wicklungen auf einem magnetischen Kern für eine Leistung von 20 W. Der Kern hat die Aufgabe, den magnetischen Fluss durch beide Wicklungen zu führen. Der Teil des Flusses, der konstruktionsbedingt an der magnetischen Kopplung der Wicklungen vorbeiführt, wird als Streufluss bezeichnet. Der Transformator soll mit einer Schaltfrequenz von $f_n = 1000$ Hz betrieben werden. Verwenden Sie geeignete Werte für die Koppelinduktivität L_m und für die Streuinduktivität L_s . Erläutern Sie den Einfluss beider Größen auf die Funktion der Schaltung.



Lösungsbeispiel: siehe Abbildung oben.

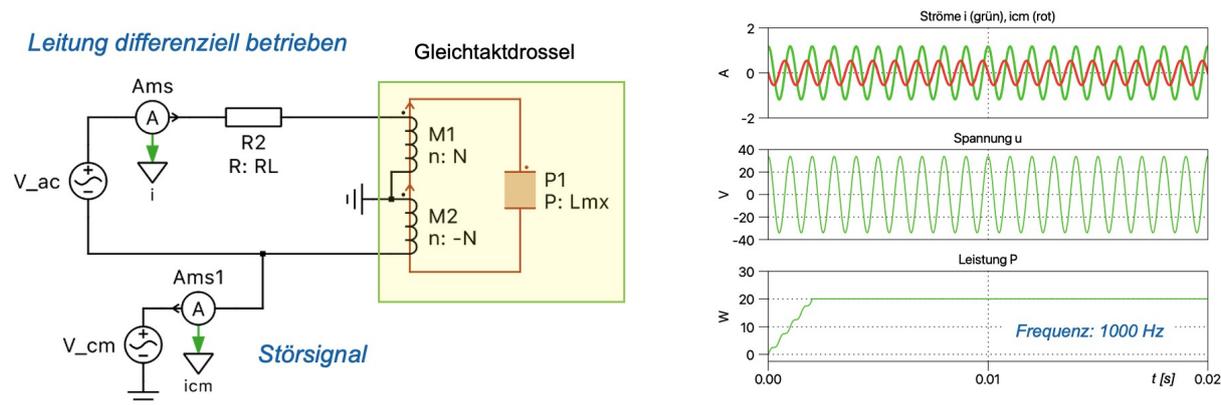
Das Windungszahlen der Wicklungen wurden gemäß der Spannungen gewählt: $N_1 = 24$ und $N_2 = 12$. Hieraus ergibt sich das gewünschte Übersetzungsverhältnis. Die Windungszahl N vervielfacht den Strom und erhöht somit den magnetischen Fluss. Im Beispiel wurden feste Werte für die Streuinduktivität L_s und die Koppelinduktivität L_m vorgegeben: $L_m = 10$ mH und $L_s = 10$ μ H. Bei einem Transformator sollte die Koppelinduktivität in aller Regel deutlich größer sein als die Streuinduktivität.

Mit diesen Werten betragen bei Schaltfrequenz $f_n = 1$ kHz die Reaktanzen $X_s = 63$ m Ω und $X_m = 63$ Ω . Im Leerlauf (mit offener Sekundärseite) wird der Transformator wie eine Drosselspule betrieben: Die Koppelinduktivität begrenzt den Strom (genauer: die Summe aus Streuinduktivität und Koppelinduktivität). Mit der gegebenen Reaktanz X_m beträgt der Leerlaufstrom des Transformators an 24 V etwa 0,3 A. Dieser Strom ist ein Blindstrom.

Im Betrieb sollte der sekundärseitige Strom bei 20 W an 12 V etwa 1,7 A betragen, der primärseitige Strom die Hälfte. Diese Zahlen sind Effektivwerte: Der Verlauf der Signale zeigt die Scheitelwerte. Im Kurzschlussfall (mit kurzgeschlossener Sekundärseite) begrenzt alleine die Streuinduktivität den Primärstrom. Der Strom erreicht mit der gegebenen Reaktanz X_s den 1000-fachen Leerlaufstrom. Diese Betriebsfälle lassen sich durch die manuellen Schalter im Modell nachstellen.

Im Modell wird für die magnetischen Komponenten die magnetische Permeanz verwendet: Sie ist gleich der Induktivität, jedoch bezogen auf den N-fachen Strom in der Pseudoeinheit „Amperewindungen“ (die sogenannte magnetomotorische Kraft, engl. MMF für magneto motive force). Außerdem müssen die Wicklungszahl der Windungen berücksichtigt werden. Hierdurch ist für die Vorgabe der magnetischen Permeanzen L_{mx} und L_{sx} aus den Induktivitäten L_m und L_s eine Korrektur um $1/N^2$ erforderlich: $L_{mx} = L_m/N_1^2$ und $L_{sx} = L_s/N_1^2$. Als Bezugsgröße wurde im Modell die Windungszahl N_1 verwendet, unter der Voraussetzung, dass die Koppelinduktivität auf der Primärseite gemessen wurden. (Bemerkung: Bei Messung auf der Sekundärseite fällt die Koppelinduktivität entsprechend der Windungszahl N_2 kleiner aus).

Frage 5.5.2: Gleichtaktdrossel. Eine Gleichtaktdrossel (engl. common mode choke). Folgende Abbildung zeigt eine Gleichtaktdrossel an einer differenziell betriebenen Leitung, d.h. die Spannung befindet sich zwischen den beiden Leitern. Zwischen den Leitern und einem Bezugspunkt (Masse) koppelt ein Störsignal ein. Die Gleichtaktdrossel soll auf die differenzielle Spannung keinen Einfluss haben, aber Störungen auf beiden Leitern (d.h. Gleichtaktsignale) unterdrücken. Erläutern sie die Funktion der Drossel und untersuchen Sie die Schaltung in der Simulation.



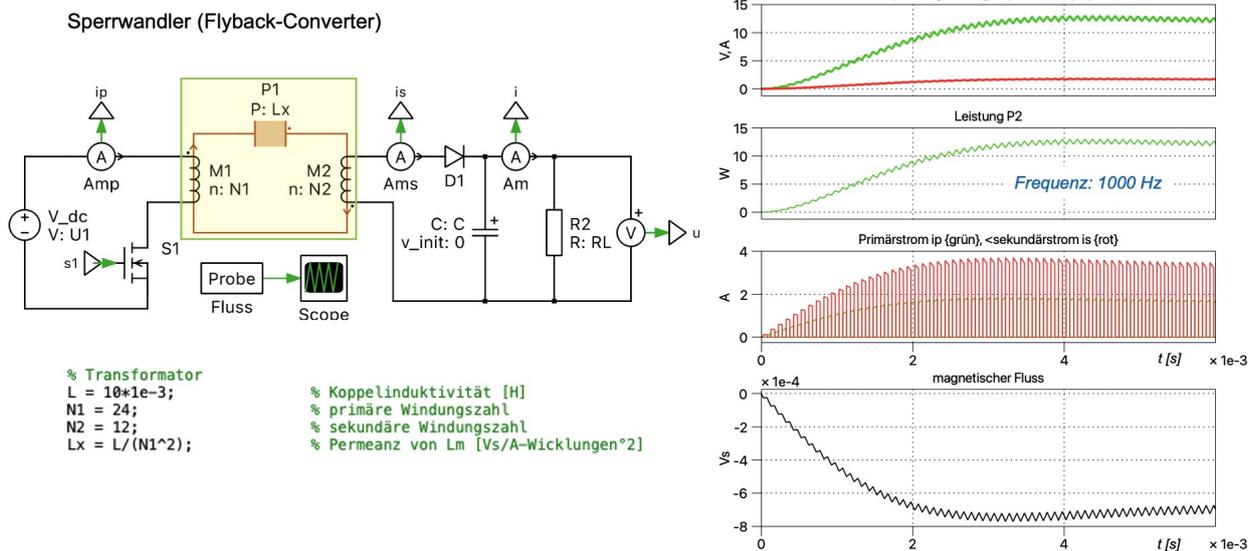
Lösungsbeispiel: Die Gleichtaktdrossel besteht aus einem Kern mit zwei Wicklungen, bzw. im einfachsten Fall aus einem Ferritring um beide Leiter. Im letzteren Fall ist das Funktionsprinzip offensichtlich: Da Ströme im Hinleiter und Rückleiter unterschiedliche Richtungen haben, heben sich ihre Magnetfelder und somit die magnetischen Flüsse gegenseitig auf. Im Falle einer Drossel mit Wicklungen sind diese so angeordnet, dass der Stromweg in jeder Wicklung die entgegengesetzte Richtung hat. Im Beispiel sind beide Wicklungen in Serie geschaltet, die zweite Wicklung jedoch mit umgekehrter Orientierung gewickelt (negative Windungszahl).

Hierdurch hebt sich für den Strom aus der differenziellen Spannungsquelle die Wirkung der beiden Teilflüsse im magnetischen Kern auf. Für die Störsignalquelle wirkt die Wicklung als Drossel. Bei einem reinen Gleichtaktsignal (mit gleichem Potenzial auf beiden Leitern gegen Masse) ist die Stromrichtungen in beiden Leitern gleich, die magnetischen Flüsse verstärken sich.

Im Beispiel wurde eine Induktivität vom $L_m = 10$ mH gewählt, das entspricht bei einer Schaltfrequenz von 1 kHz einer Reaktanz von 63 Ohm. Bei einer Auslegung auf 24 V Betriebsspannung und einer Leistung von 20 W beträgt der Lastwiderstand ca. 30 Ohm. Im Beispiel besitzt die Störquelle V_{cm} die gleiche Amplitude wie die Betriebsspannung und ebenfalls eine Frequenz von 1 kHz. Es befindet sich

überhaupt keine Impedanz im Störpfad: Der Störstrom wird nur durch die Drossel begrenzt. Wegen der vergleichbaren Impedanzen ist der Störstrom (i_{cm} für Common-Mode-Strom) deutlich erkennbar. Die Gleichakt-drossel ist wirksamer für höherfrequente Einstreuungen.

Frage 5.5.3: Sperrwandler. Ersetzen Sie im Ersatzschaltbild des Sperrwandlers (engl. flyback converter) aus Aufgabe 5.3.4 die Koppelinduktivität und den idealen Transformator durch einen realen Transformator. Untersuchen Sie die Schaltung in der Simulation.



Lösungsbeispiel: siehe Abbildung oben.

Zur besser lesbaren Zeitauflösung wurde die Schaltfrequenz auf 1000 Hz reduziert. Die übrige Schaltung aus Aufgabe 5.3.4 bleibt unverändert. In dieser Auslegung beträgt die Primärspannung 24 V, die Sekundärspannung 12 V, und die Leistung 20 W. Statt der Koppelinduktivität und dem idealen Transformator wird der Transformator durch eine passende Permeanz im Magnetkreis der beiden Wicklungen nachgebildet.

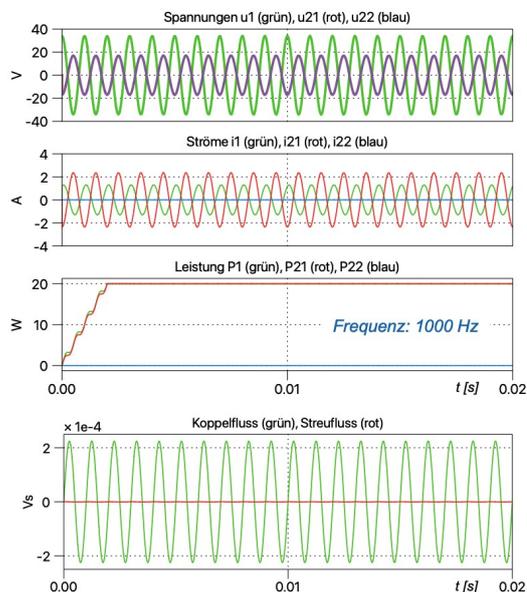
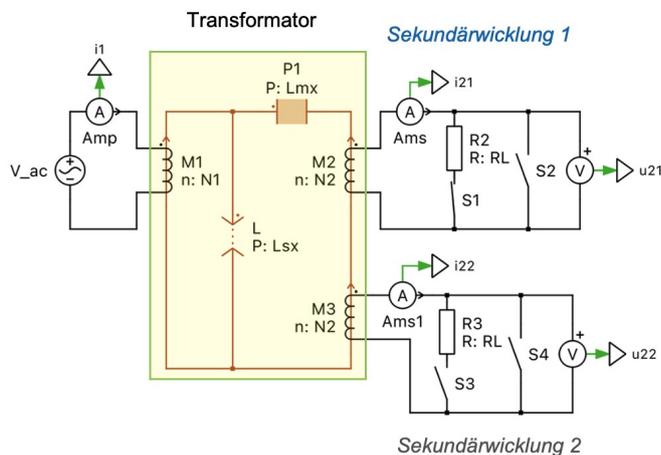
Die Spannungen und Ströme in der Darstellung rechts bleiben gegenüber der Schaltung aus Aufgabe 5.3.4 unverändert: Die Schaltung zeigt identisches Verhalten. Man erkennt, dass entweder ein Primärstrom oder ein Sekundärstrom fließt: Die Schaltung verwendet den Transformator also abwechselnd als Drossel für die Primärseite und die Sekundärseite.

In der magnetischen Ersatzschaltung lässt sich der Magnetfluss mit einer Messsonde (engl. Probe) anzeigen. Die Darstellung rechts unten zeigt, dass der magnetische Fluss niemals unterbrochen wird. Das Diagramm zeigt das Einschwingverhalten der Schaltung ab dem Einschaltzeitpunkt mit leerem Kondensator. Der magnetische Fluss folgt beim periodischen Laden der Induktivität dem Strom auf der Primärseite. Beim Entladen klingt der magnetische Fluss ab. Der sekundäre Strom folgt dem magnetischen Fluss mit dem Übersetzungsverhältnis \bar{u} bezogen auf den Primärstrom ($i_2 = \bar{u} i_1$ für $u_1 = \bar{u} u_2$).

In der gewählten Messrichtung ist i_1 positiv, wenn der Strom primärseitig in den Transformator fließt, i_2 ist positiv, wenn er sekundärseitig aus dem Transformator fließt. Der Transformator ist so gewickelt, dass diese Stromrichtungen eingehalten werden. Die Diode im Sekundärkreis verhindert einen Rückfluss in den Transformator.

Im Beispiel wurde ein Tastverhältnis von 50% für den Schalter gewählt. Mit dieser Einstellung entsprechen die Spannungen dem Wicklungsverhältnis des Transformators. Über das Tastverhältnis lässt sich die Ausgangsspannung auf kleinere oder größere Werte einstellen.

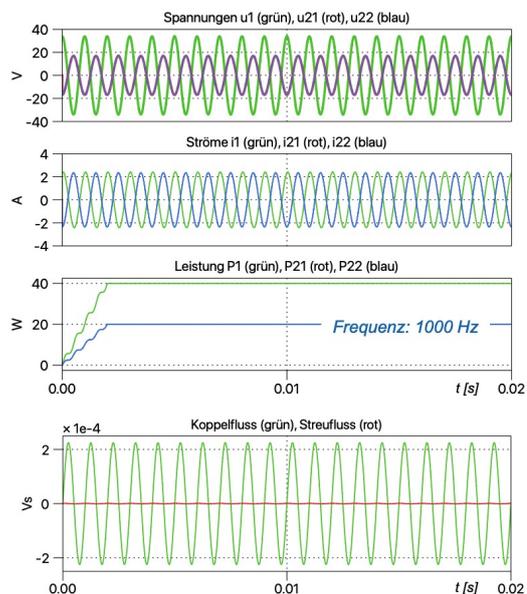
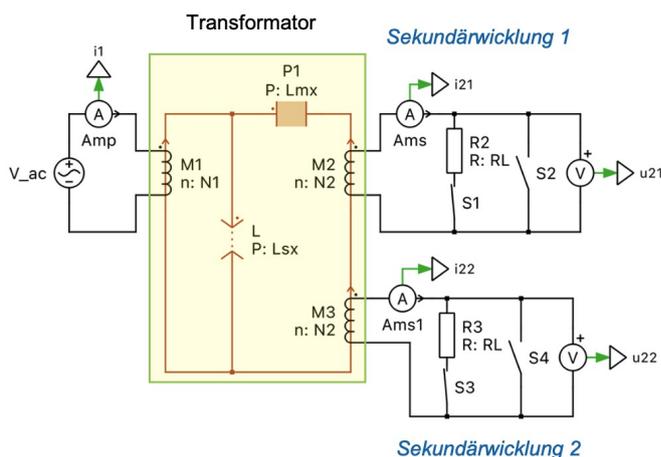
Frage 5.5.4: Mehrere Sekundärwicklungen. Der Transformator aus Aufgabe 5.5.1 soll um eine weitere Sekundärwicklung erweitert werden. Untersuchen Sie die Schaltung in der Simulation (1) im Betrieb mit einer Sekundärwicklung, 2) im Betrieb mit beiden Sekundärwicklungen, sowie (3) im Kurzschlussfall auf der Sekundärseite.



Lösungsbeispiel: Siehe Abbildung oben.

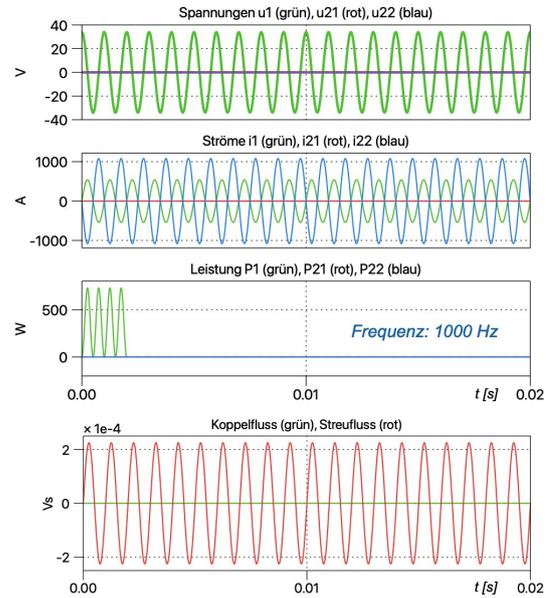
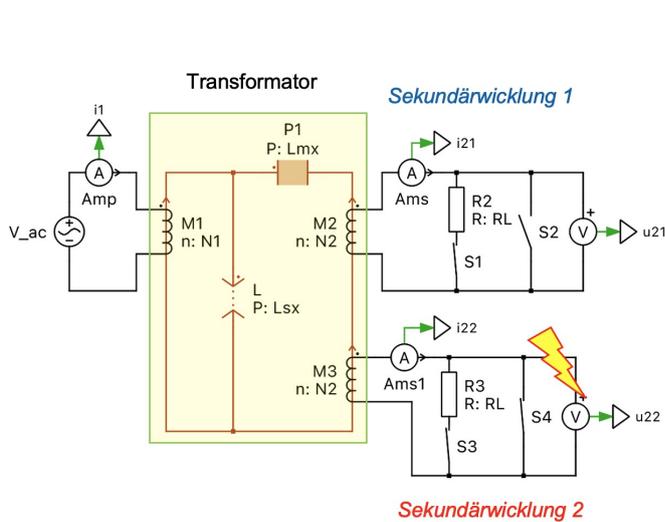
Im Betrieb mit einer Sekundärwicklung ergibt sich kein Unterschied zum Transformator aus Aufgabe 5.5.1. Alle Bemessungsgrößen wurden beibehalten. Die mit Hilfe einer Messsonde ermittelten magnetischen Flüsse zeigt, dass der Koppelfluss den Streufluss weit überwiegt.

Im Parallelbetrieb mit beiden Sekundärwicklungen verdoppelt sich der Primärstrom und die Primärleistung: Beide Sekundärwicklungen teilen sich die Leistung.



Beim Kurzschluss einer der Sekundärwicklungen wird der Koppelfluss eliminiert. Den Strom auf der Primärseite (und auf der kurzgeschlossenen Sekundärseite begrenzt nun der Streufluss. Folgende Abbildung zeigt den Transformator mit kurzgeschlossener zweiter Sekundärwicklung. Statt einiger Amperere steigt der Sekundärstrom in der betroffenen Wicklung nun auf annähernd den tausendfachen Be-

trag. Die parallele, nicht betroffene Wicklung ist stromlos. Der Primärstrom steigt im Übersetzungsverhältnis mit, der Kurzschlussstrom ist ein Blindstrom (siehe Phasenlage zur Primärspannung).

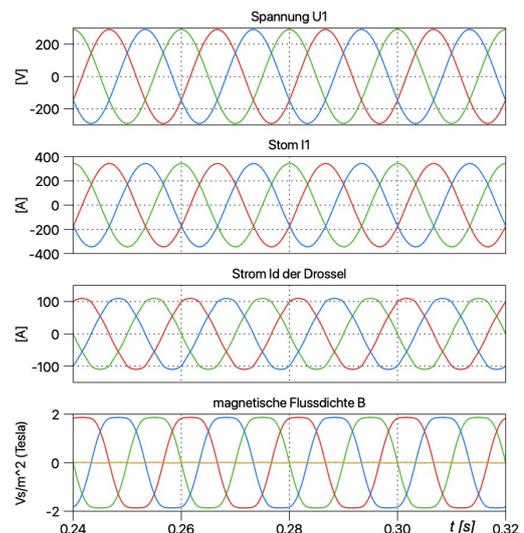
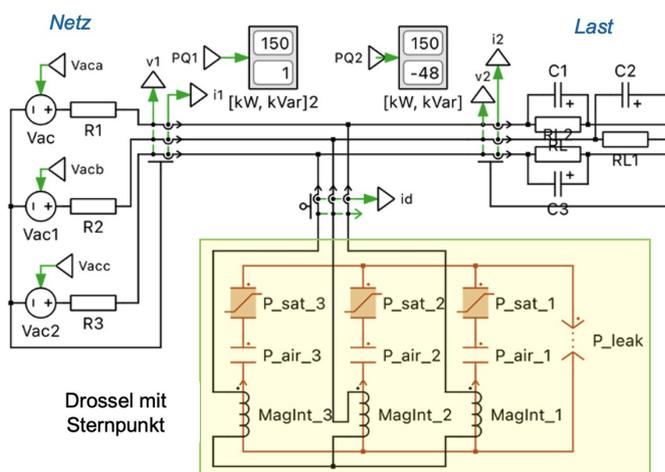


Der Kurzschluss überträgt sich auf die Primärseite. Somit ist der Transformator insgesamt kurzgeschlossen. Ein Betrieb der nicht betroffenen Sekundärwicklung ist ausgeschlossen.

5.6. Leistungstransformatoren

In diese Abschnitt sollen einige dreiphasige magnetische Komponenten betrachtet werden, deren Induktivitäten aus der Geometrie und den Materialeigenschaften hervorgehen.

Frage 5.6.1: Drossel. Folgende Abbildung zeigt eine Nebenschlussdrossel (engl. Shunt Reactor) in einem Drehstromsystem. Die Drossel wird zur Kompensation einer kapazitiven Last verwendet und stellt einen Sternpunkt bereit.



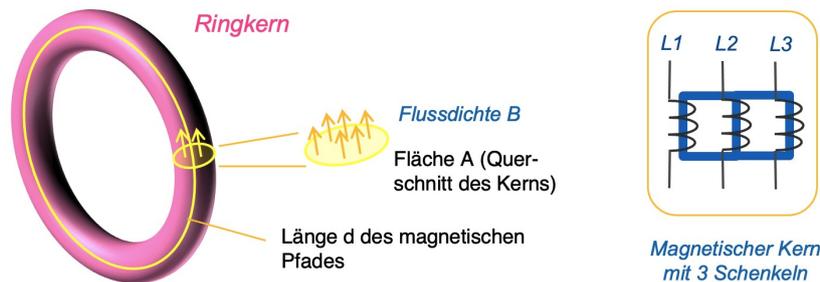
Realisieren Sie eine Drossel im Nebenschluss mit eigenem Sternpunkt und untersuchen Sie die Schaltung in der Simulation.

Lösungsbeispiel: Als Umgebung der Drossel wird ein Niederspannungsnetz mit ohmsch kapazitiver Last verwendet. Die Leistung beträgt $P = 150 \text{ kW}$, die Blindleistung $Q = -50 \text{ kVar}$. Zur Kompensation

würde somit eine Drossel mit ca. 50 kVar Blindleistung benötigt. In einem dreiphasigen System mit verketteter Spannung von $U = 400\text{ V}$ würde hierzu eine Reaktanz von $X = U^2/Q \approx 3,2\ \Omega$ benötigt. Die benötigte Induktivität beträgt somit ca 10 mH.

Statt durch diskrete Induktivitäten soll die Drossel mit Hilfe dreier Wicklungen auf einem gemeinsamen Kern mit 3 Schenkeln realisiert werden. Die Vorgaben zur Realisierung der Induktivitäten sind: (1) Die Anzahl N der Windungen der Wicklung, (2) der Querschnitt A des Kerns, (3) die Länge des magnetischen Weges, (4) die magnetische Permeabilität μ_r des Kerns (Materialkonstante) in linearen Bereich und bei Sättigung, sowie (5) die Sättigungs-Flussdichte B_{sat} .

Folgende Abbildung zeigt die Beziehungen zwischen den genannten Größen und den Weg des Magnetflusses im Kern.



Der Strom I durch die Wicklung mit Windungszahl N erzeugt eine magnetische Flussdichte im Kern. Die Flussdichte ist abhängig von der Länge d des magnetischen Weges: Je länger der Weg, desto geringer die Flussdichte. Der magnetischen Fluss erhält man aus der Flussdichte durch Integration über der Querschnittsfläche des Kerns.

Die Induktivität als Verhältnis aus erzieltem Fluss zum eingesetzten Strom gemäß Gleichung 5.5.1 folgt qualitativ der Beziehung

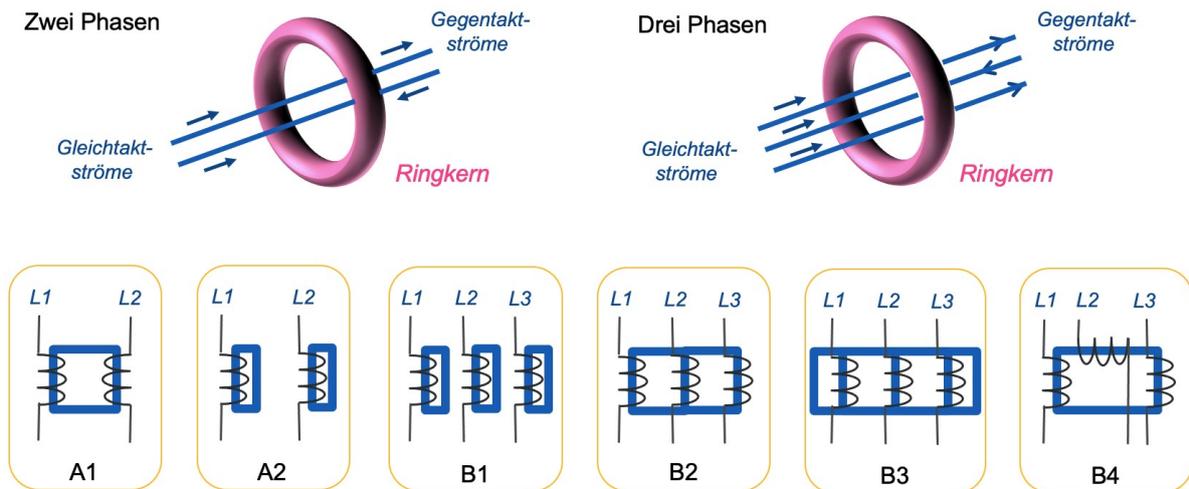
$$L \sim \mu_r \frac{N \cdot A}{d} \quad (5.6.1)$$

Diese Beziehung ist plausibel: je größer der Kernquerschnitt und je kürzer der magnetische Weg, desto höher fällt die Induktivität aus. Mit der Anzahl der Windungen vergrößert man den Effekt des Stromes und erzeugt eine höhere Flussdichte. Allerdings sind dem durch die magnetische Sättigung des Kerns Grenzen gesetzt.

Im Beispiel wurden für die Wicklungen und die drei Schenkel des Kerns folgende Werte verwendet: 22 Windungen, Länge des magnetischen Flusspfades 1 m, Querschnitt 200 cm^2 , $\mu_r = 10000$, bei Sättigung $\mu_r = 1$, Sättigungsflussdichte $B_{\text{sat}} = 2\text{ Tesla}$. Der Kern enthält ebenfalls einen Luftspalt von 1 mm und einen Streupfad mit einer Permeanz von 1 mH.

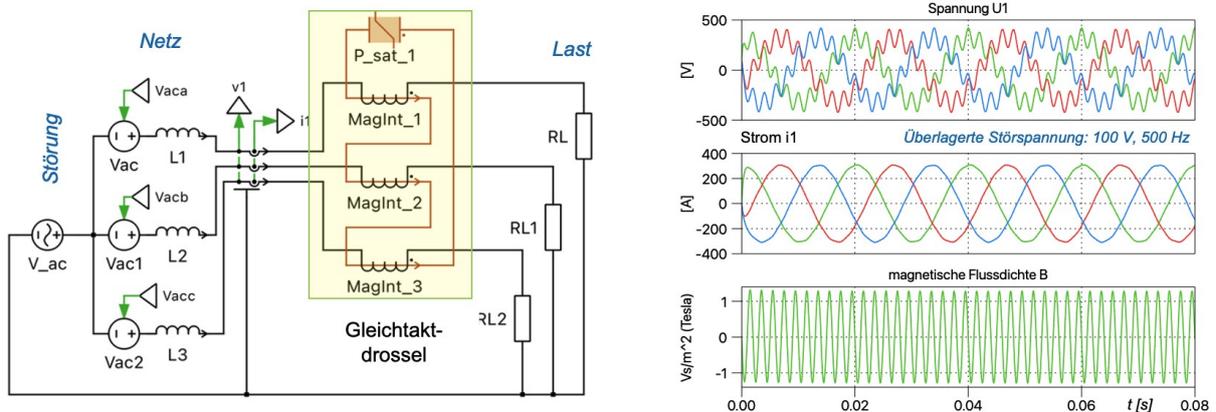
Die magnetische Flussdichte in den 3 Schenkeln lässt sich mit einer Messsonde erfassen und ist im Zeitverlauf unten dargestellt. Man erkennt, dass die Flussdichte den Wicklungsströmen folgt und mit den gewählten Parametern die Sättigung erreicht. Ebenfalls erkennbar ist, dass sich die Magnetflüsse im Drehstromsystem wie die Ströme zu Null addieren. Dieser Effekt geht auch der Konstruktion des Kerns hervor: Der Fluss durch einen Schenkel fließt durch die anderen beiden Schenkel zurück.

Frage 5.6.2: Gleichtaktrosseln. Welche der unten dargestellten Designs eignet sich für eine Gleichtaktrossel? Begründen Sie Ihre Entscheidung. Realisieren Sie eine dreiphasige Gleichtaktrossel im Modell und untersuchen Sie die Schaltung in der Simulation.



Lösung: Es funktionieren A1 und B4. Um als Gleichaktrossel zu funktionieren, muss der Kern den magnetischen Fluss bei Gleichaktströmen schließen. A2, B1 und B3 drosseln alles, auch den Gegenteil und funktionieren somit nicht als Gleichaktrosseln. B2 drosselt den Gleichtakt nicht.

Für die Realisierung einer dreiphasigen Gleichaktrossel teilen sich alle Wicklungen einen Magnetkern. Da sich in einem symmetrischen Drehstromsystem die Summe aller Ströme und somit der Magnetflüsse zu jedem Zeitpunkt zu Null addiert, bleibt die Drossel auf die Ströme (= Gegenteilströme) ohne Wirkung. Folgende Abbildung zeigt ein Realisierungsbeispiel.



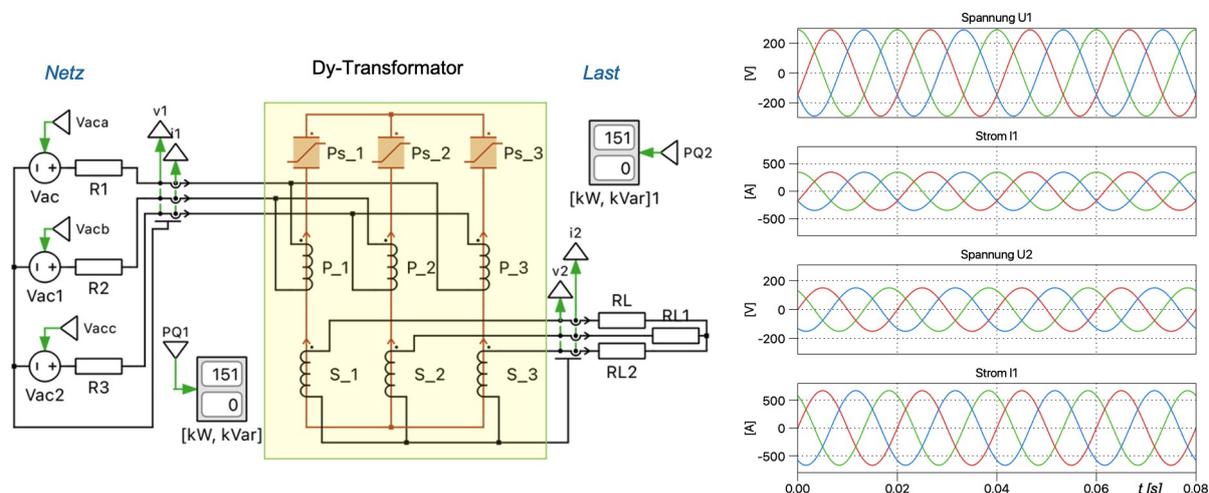
Als Störung wurde eine Spannungsquelle eingeführt, die allen drei Phasen eine Gleichaktspannung überlagert (ein sogenanntes Nullsystem), im Beispiel mit einer Frequenz von 500 Hz und einer Amplitude von 100 V. Die überlagerte Spannung ist zusammen mit den Spannungen im Drehstromsystem oben rechts in der Abbildung dargestellt. An den Lastwiderständen wären Ströme zu erwarten, die der Spannung folgen und somit auch die überlagerten Gleichaktströme enthalten.

Dass die Ströme (und folglich die Spannung über den Lastwiderständen hinter der Drossel) die Störung nicht zeigen, beweist die Wirksamkeit der Gleichaktrossel. Der Verlauf der magnetischen Flussdichte in der Abbildung unten rechts zeigt das 500 Hz-Signal: Die Drossel wird durch den Gleichaktstrom periodisch magnetisiert und hierdurch wirksam.

Für die Realisierung wurden folgende Kenngrößen verwendet: jeweils 8 Windungen pro Wicklung, 30 cm Länge des magnetischen Kreises, 30 cm² Kernquerschnitt, $\mu_r = 6000$, bei Sättigung $\mu_r = 1$, Sättigungsflussdichte $B_{\text{sat}} = 2$ Tesla. Im Modell wurde kein Streufluss berücksichtigt. Dieser stände der Wirksamkeit der Gleichaktrossel entgegen, ebenso alle parallelen Pfade für den Magnetfluss.

Frage 5.6.3: Dreischenkel-Transformator. Verwenden Sie die Drossel aus Aufgabe 5.6.1 als Basis zur Realisierung eines Transformators. Überprüfen Sie die Schaltung in der Simulation.

Lösungsbeispiel: Wie die Drossel verwendet der Drehstromtransformator einen Kern mit 3 Schenkeln. Im Unterschied zur Drossel besitzt jeder Schenkel zwei Wicklungen: Die Primärwicklung und die Sekundärwicklung. Eine gängige Realisierung ist die koaxiale bzw. konzentrische Anordnung beider Wicklungen: Die Primärwicklung umfasst die Sekundärwicklung.



Im Beispiel wurde ein Trenntransformator in der Schaltung Dy realisiert, d.h. die Primärwicklungen sind im Dreieck verschaltet (D), die Sekundärwicklungen im Stern (y). Der Sternpunkt auf der Sekundärseite wurde herausgeführt. Als Wicklungsverhältnis wurde $N_1/N_2 = 100/30$ gewählt. Somit wird eine verkettete Spannung von 400 V in eine Sternspannung von 120 V übersetzt (beides Effektivwerte), bzw. eine Strangspannung von 230 V in eine Strangspannung von 130 V.

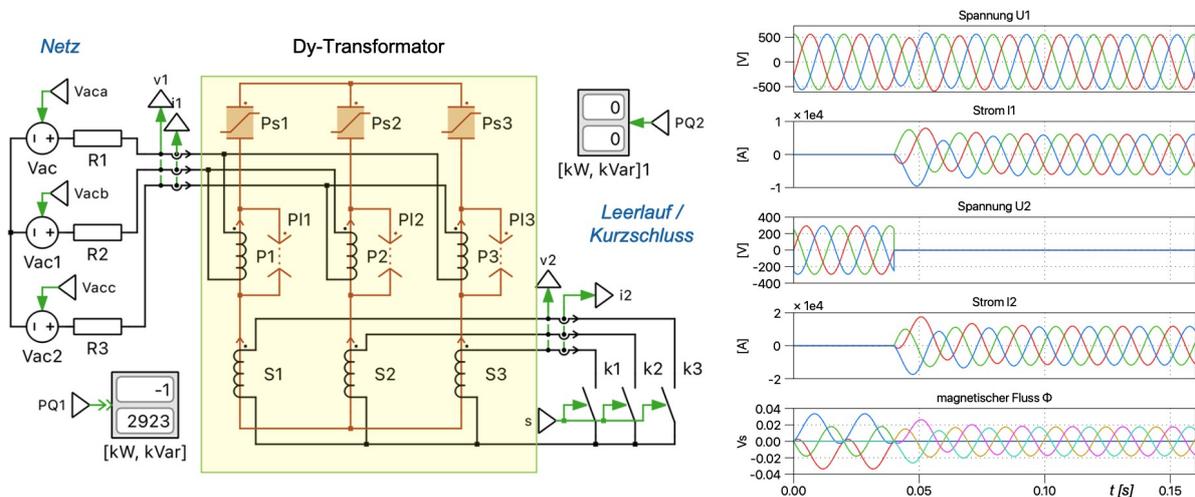
Bedingt durch die Phasenverschiebung im Drehstromsystem und die Anordnung der Wicklungen ergibt sich außerdem ein Phasenversatz von 30 Grad zwischen der Sekundärseite und der Primärseite. Im Beispiel wurde der Lastwiderstand so gewählt, dass eine Leistung von 150 kW bezogen wird. Das Zeitdiagramm zeigt, dass sich die Ströme umgekehrt wie die Spannungen verhalten: Primärseitig die höhere Spannung (Strangspannung) bei geringerem Strom, auf der Sekundärseite die geringere Spannung bei höherem Strom. Dieses Verhalten ist die Konsequenz der Regeln für Wandler (siehe Gleichungen (5.1.1) und (5.1.2') in Abschnitt 5.1)

Frage 5.6.4: Streufluss im Transformator. Der Transformator aus Aufgabe 5.6.3 ist ideal in dem Sinne, dass der magnetische Fluss die Wicklungen komplett koppelt. Im Falle eines Kurzschlusses würde dieser komplett auf die Primärseite übertragen: Eine Begrenzung der Kurzschlussströme durch den Transformator gibt es nicht. Erweitern Sie das Modell so, dass der Transformator ein realistisches Verhalten im Kurzschluss zeigt. Untersuchen Sie die Schaltung in der Simulation.

Lösungsbeispiel: Folgende Abbildung zeigt ein Modell, das zwischen Leerlauf und Kurzschluss umschaltet. Der Weg des magnetischen Flusses wurde um einen Pfad für den Streufluss erweitert. Dieser führt an der Koppelinduktivität vorbei und stellt einen parallelen Pfad an der Primärwicklung bereit. An der Sekundärwicklung wurde auf einen parallelen Streufluss verzichtet.

Die Induktivität des parallelen Flussweges ist gering (die Permeanz im Modell wurde im Beispiel mit $P = 0.5 \text{ mH}/N_1^2$ gewählt, also $0.5 \cdot 10^{-7} \text{ H}$). Die Streureaktanz bei 0,5 mH beträgt ca. 0,16 Ohm. Mit einem Bemessungsstrom von 200 A beträgt der Spannungsabfall an der Streureaktanz im Betrieb somit ca. 32 Volt. Im Kurzschlussfall begrenzt die Streuinduktivität den Primärstrom: Bei einer Spannung von 400 V ergibt sich ein Kurzschlussstrom von 2500 A in der Wicklung, und somit 4330 A im Strang. Diese Werte sind die Effektivwerte, die Scheitelwerte im Zeitdiagramm liegen um $\sqrt{2}$ darüber.

Somit beträgt der Kurzschlussstrom das 20-fache des Bemessungsstromes. Der Transformator hat somit eine Kurzschlussspannung von ca. 5%. Die Kurzschlussspannung wird gemessen, indem man den Transformator sekundärseitig kurzschließt und die Primärspannung soweit erhöht, bis der Bemessungsstrom fließt. Somit entspricht die Kurzschlussspannung auch dem Spannungsabfall über der Streureaktanz im Betrieb mit Bemessungsstrom.



Im Zeitdiagramm unten rechts sind die magnetischen Flüsse dargestellt: Im Leerlauf wird der Kern durch die Leerlaufströme magnetisiert. Der Transformator verhält sich im Leerlauf (mit offener Sekundärwicklung) wie eine Drossel, was aus der Schaltung offensichtlich ist. Wegen der Magnetisierung periodischen Magnetisierung des Kerns im Leerlauf besitzen Transformatoren Leerlaufverluste.

Im Kurzschluss spielt die Koppelinduktivität keine Rolle: Der Magnetfluss verschwindet, da sich die Flüsse der Kurzschlussströme gegenseitig kompensieren. Durch die hohen Ströme wird der Einfluss der Streureaktanz wirksam: Das Signal der Messsonde zeigt im Kurzschlussfall signifikante Magnetflüsse im Streupfad.

6. Inselnetz

Ein Netz soll so ausgestattet werden, dass es unabhängig vom externen Energieversorgungsnetz autonom betrieben werden kann. Hierzu sind die in folgender Abbildung gezeigten Komponenten vorgesehen.

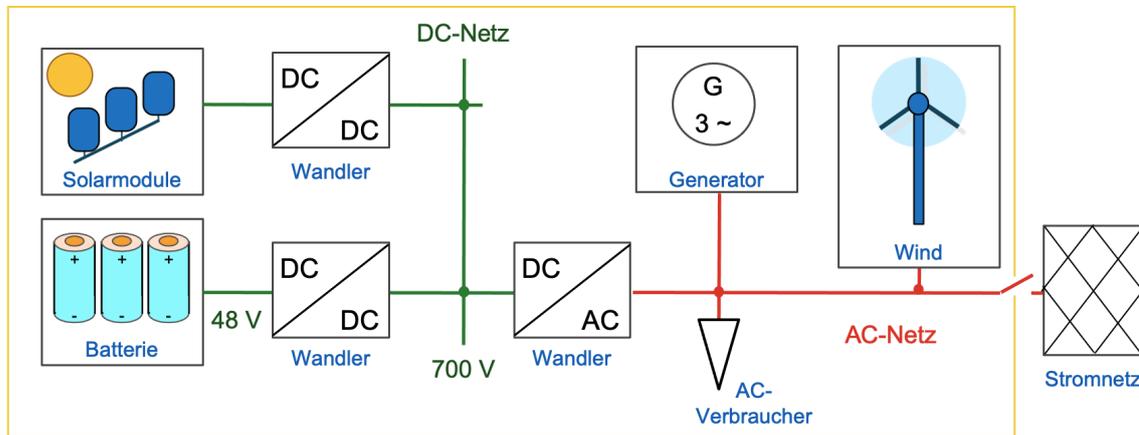
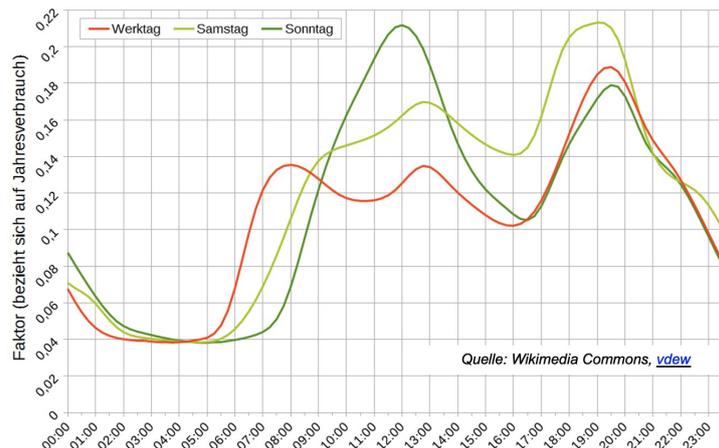


Abbildung 6.0 Inselnetz

Das Netz soll sich mit Hilfe von Solarmodulen und einer Windanlage versorgen, die mit Hilfe einer Batterie gepuffert sind. Ein Dieseldieselgenerator ist vorgesehen um Versorgungsengpässe zu überbrücken. Dieser Generator ist üblicherweise nicht in Betrieb und muss gegebenenfalls angefahren werden. Ein Energieüberschuss soll zum Aufladen der Batterie verwendet werden, abhängig vom Ladezustand der Batterie. Alternativ können Verbraucher als Energiesenken gezielt dazu geschaltet werden.

6.1. Lastprofile

Zur Planung des Bedarfs und der Auslegung des Netzes sollen standardisierte Lastprofile verwendet werden. Ein Beispiel zeigt folgende Abbildung.



Die Lastprofile zeigen Schwankungen im Strombedarf über Tagesprofile im Jahr für unterschiedliche Verbrauchergruppen wie z.B. Haushalte, Gewerbe, Landwirtschaft. Die Profile wurden vom BDEW (Bundesverband der Energie- und Wasserwirtschaft) standardisiert und in Form einer Tabellenkalkulation veröffentlicht.

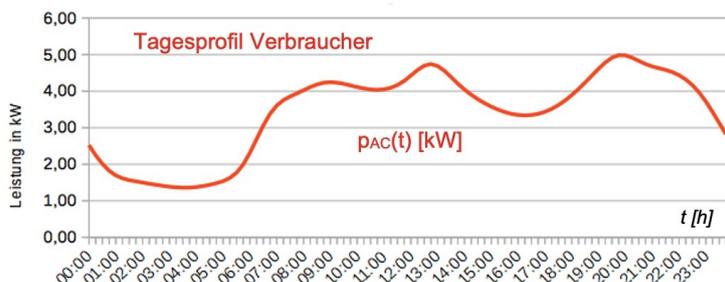
Frage 6.1.1: Planung des Bedarfs. Laden Sie eins der Standardprofile (z.B. Haushalte H0) und skalieren Sie die Kurve für den Tagesbedarf so, dass der durchschnittliche jährliche Verbrauch korrekt wiedergegeben wird. Hinweis: Ein vereinfachter Ausschnitt findet sich als Tabellenkalkulation bei den Modellen Teil 1 im Web, sowie [hier](#).

Lösung: Die Standardprofile geben Viertelstundenwerte der Leistung wieder. Eine Leistung vom 1 W über eine Viertelstunde entspricht somit 0,25 kWh. Mit Hilfe dieser Umrechnung lässt sich z.B. das Profil über einen Jahresbedarf von 3000 kWh pro Haushalt skalieren.

Frage 6.1.2: Analysieren Sie den Leistungsbedarf über den Jahresbedarf, bzw. am Wochenenden im Vergleich zur Arbeitswoche. Worin bestehen die Unterschiede.

Frage 6.1.3: Analysieren Sie andere Verbrauchergruppen. Worin bestehen die Unterschiede?

Frage 6.1.4: Vorgabe für das Inselnetz. Geben Sie ein geeignetes Lastprofil für Ihr Inselnetz vor. Skalieren Sie Ihr Lastprofil passend. Hinweis: Für eine sehr vereinfachte Sicht genügt ein Tagesprofil. Genauer wären repräsentative Tagesprofile im Sommer und im Winter.



Lösungsbeispiel: 10 Haushalte mit identischem Tagesprofil über das Jahr und durchschnittlichem Jahresbedarf von 3000 kWh pro Haushalt (grobe Vereinfachung).

6.2. Erzeugerprofile

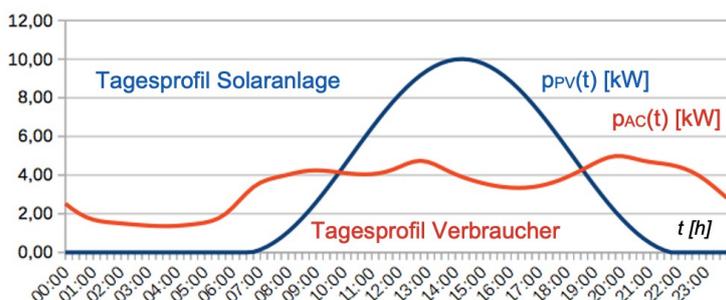
Erneuerbare Energiequellen wie Sonne und Wind stehen nicht durchgehend zur Verfügung. Speziell Solarenergie richtet sich auch bei schönem Wetter nach dem Sonnenstand. Wie bei den Verbrauchern lassen sich Tagesprofile über zur Planung und Auslegung einsetzen.

Frage 6.2.1: Erzeugerprofile Windenergie und Solarenergie. Recherchieren Sie nach Quellen für Erzeugerprofile, z.B. nach Sonnenkarten und Windkarten des Deutschen Wetterdienstes.

Frage 6.2.2: Für Solaranlagen in Deutschland sei angenommen, dass die Ausbeute einer Anlage mit Spitzenleistung 1 kW im Jahr ca 1000 kWh beträgt. Man rechnet also mit ca 1000 Betriebsstunden pro Jahr. Der Flächenbedarf einer Anlage mit 1 kW Spitzenleistung beträgt ca 5 m². Welche Anlagengröße wird benötigt für eine Energiemenge von 30 MWh pro Jahr?

Frage 6.2.3: Worin besteht die Besonderheit einer Solaranlage bei der Versorgung der Verbraucher im Netz? Wie lassen sich Angebot und Nachfrage aneinander anpassen?

Frage 6.2.4: Erzeugerprofil für eine Solaranlage. Erstellen Sie ein Profil für eine Solaranlage und skalieren Sie die Kurve für den Tagesverlauf so, dass die Spitzenleistung der Anlage erreicht wird. Verwenden Sie hierzu eine gängige Dimensionierung, z.B. 1 kW Spitzenleistung für eine Anlage mit 5 m² Fläche. Das Profil soll mit der Fläche der Anlage skalierbar sein. Hinweis: Ein vereinfachter Ausschnitt findet sich als Tabellenkalkulation bei den Modellen Teil 1 im Web.



Lösungsbeispiel: Für eine Anlage mit 50 m² Fläche ergibt sich folgendes Erzeugerprofil. Die Abbildung zeigt außerdem das Lastprofil auf Abschnitt 6.2. Man erkennt tagsüber ein Überangebot, in der übr-

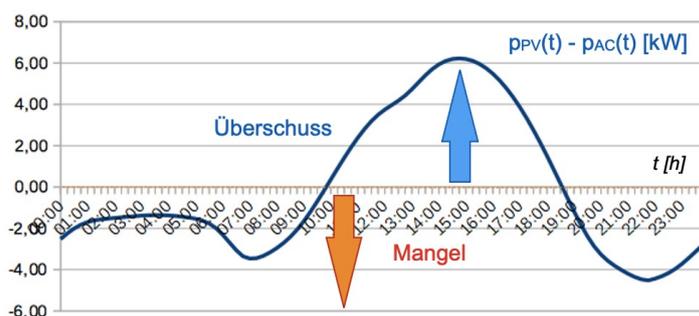
gen Zeit eine mangelnde Deckung. Das Profil zeigt hierbei einen Sommertag. Im Winter ist das Angebot stark eingeschränkt.

6.3. Auslegung der Anlage

Nachdem der Bedarf der Verbraucher festgestellt ist, soll die Solaranlage und der Batteriespeicher ausgelegt werden. Hierbei sei angenommen, dass an einem Sommertag diese Anteile der Anlage die Versorgung sicher stellen können.

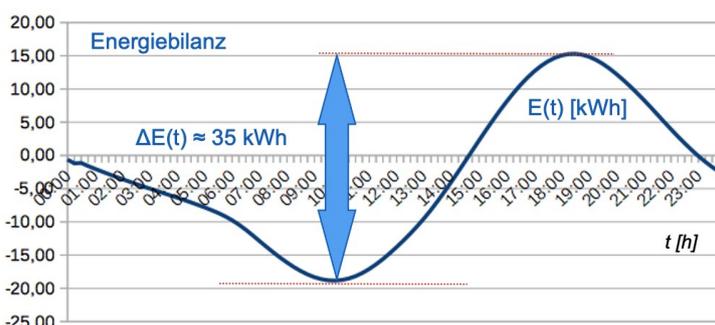
Frage 6.3.1: Differenz des Leistungsbedarfs. Berechnen Sie die Differenz aus Erzeugung und Verbrauch im Tagesverlauf mit Hilfe Ihrer Tabellenkalkulation und stellen Sie das Ergebnis als Diagramm dar. Hinweis: Ein Muster findet sich bei den Modellen Teil 1 zu Kapitel 5 im Web.

Lösung: Erwartungsgemäß zeigt sich tagsüber an einem Sommertag ein Überangebot.



Frage 6.3.2: Energiebilanz. Damit der Fehlbetrag aus einem Energiespeicher gedeckt werden kann, ist die Energiebilanz über den Tagesverlauf interessant. Berechnen Sie diese aus der Leistungsbilanz. Welche Bedingung muss gelten, damit der Fehlbetrag aus einem Speicher gedeckt werden kann?

Lösung: Die Energie stellt das Integral der Leistung über der Zeit dar. Mit zeitdiskreten Werten berechnet man die Energie durch Aufsummieren der mit der Zeit gewichteten Leistungsdaten, d.h. $E(k) = E(k-1) + p(k) \Delta t$. Diese Formel entspricht einer rekursiv berechneten Summe, wobei als Zeitintervall eine Viertelstunde verwendet wird (0,25 h). Abhängig vom Startwert $E(0)$ ergibt sich ein Verlauf, wie in folgender Abbildung gezeigt.



Die Anforderung ist erfüllt, wenn der Energiewert am Ende der Periode den Startwert übertrifft, d.h. die Energiebilanz positiv ist $E(24:00 \text{ Uhr, Tagesende}) > E(00:00 \text{ Uhr, Tagesbeginn})$.

Frage 6.3.3: Auslegung der Solaranlage. Legen Sie die Solaranlage so aus, dass die Energiebilanz des Systems über den Tagesverlauf insgesamt positiv ausfällt (siehe Frage 6.3.2).

Lösung: Die Fläche der Solaranlage wird so groß gewählt, dass die in der Lösung zu Frage 6.3.2 genannte Bedingung erfüllt ist. Für das gezeigte Beispiel benötigt die Solaranlage hierzu eine Fläche von wenigstens 50 m².

Frage 6.3.4: Auslegung des Batteriespeichers. Welche Speicherkapazität wird benötigt, wenn die Solaranlage an einem Sommertag die Versorgung sicher stellen soll?

Lösung: Voraussetzung für die Energiebilanz: $E(24:00 \text{ Uhr}) > E(00:00 \text{ Uhr})$, siehe Frage 6.3.2. In diesem Fall lässt sich die Größe des benötigten Speichers aus der Energiedifferenz im Tagesverlauf ablesen. Der Verlauf der Energie wird hierbei so interpretiert, dass der Speicher bis zum Minimum der Kurve entladen wird, dann bis zum Maximum der Kurve aufgeladen. Aus dem Maximum kehrt er dann am Tagesende wieder in den initialen Ladezustand zurück. Die benötigte Speicherkapazität ist somit die Differenz zwischen dem höchsten und tiefsten Ladezustand. Im gezeigten Beispiel werden 35 kWh benötigt.

6.4. Musternetz

Zur Funktion des Gesamtsystems müssen die Komponenten nicht nur bzgl. der Leistungsbilanz bzw. der Energiebilanz zusammenspielen. Zur praktischen Implementierung gehören zusätzliche Voraussetzungen:

- Aufbau und Auslegung der Komponenten (Solaranlage, Wandler)
- Konzept für die Regelung und Abbildung einzelner Funktionen auf die Komponenten
- Überprüfung des Konzepts in der Simulation.

Bei der Auslegung und Implementierung der Komponenten spielen außerdem Verluste (Wirkungsgrade der Komponenten), der Aufwand, sowie wirtschaftliche Gesichtspunkte eine Rolle.

Frage 6.4.1: Batteriespeicher. Der Batteriespeicher soll mit preisgünstigen Niedervolt-Batterien realisiert werden. Als Batteriespannung soll 48 V verwendet werden. Das DC-Netz sei mit 400 V betrieben. Welche Rolle spielt der Wirkungsgrad des DC-Wandlers für die Batterie?

Lösung: Da die Batterie zyklisch betrieben wird, spielt der Wirkungsgrad sowohl beim Laden als auch beim Entladen eine Rolle: $\eta_{\text{ges}} = \eta_{\text{laden}} \cdot \eta_{\text{entladen}}$. Für $\eta_{\text{laden}} = \eta_{\text{entladen}} = 0,95$ verbleibt somit im Ladezyklus nur noch $\eta_{\text{ges}} = 0,9$. Da sich die Verbraucher im AC-Netz befinden, spielt außerdem der Wirkungsgrad des Wandlers zum AC-Netz eine Rolle, der in den Gesamtwirkungsgrad eingerechnet werden muss.

Frage 6.4.2: Solarmodule. Die Anlage soll auf eine jährliche Energiemenge von 30 MWh ausgelegt werden. Für die Solaranlage seien 900 Betriebsstunden mit Spitzenleistung pro Jahr angenommen. Es sollen Solarmodule mit einer Nennleistung von 240 W Spitzenleistung angenommen werden (bei einer Betriebsspannung von 40 V). Welche Leistung benötigt die Solaranlage? Wie viele Module werden benötigt? Wie erfolgt die Beschaltung?

Lösung: (1) Anlagengröße: Spitzenleistung: $30 \text{ MWh} / 900 \text{ h} = 33 \text{ kW}$. (2) Mit 0,24 kW Spitzenleistung pro Modul werden hierzu insgesamt 140 Module benötigt. (3) Beschaltung: Mit 10 Modulen in Serie wird die gewünschte Betriebsspannung erreicht. Es sind also insgesamt $140/10 = 14$ Stränge mit jeweils 10 Modulen erforderlich. Der Strom pro Strang beträgt 6 A (Serienschaltung)

Frage 6.4.3: Solarwandler. Wie ist der Solarwandler auszulegen? Welchem Konzept folgt die Regelung der Einspeisung?

Lösung: (1) Der Solarwandler muss in der Lage sein, die Spitzenleistung der Anlage einzuspeisen. Bei einer Betriebsspannung von 400 V und insgesamt 33 kW Leistung beträgt der zu führende Strom insgesamt 84 A. Ein Aufbau aus parallelen Wandlern für mehrere Stränge ist möglich (z.B. zwei Wandler mit jeweils 20 kVA Bemessungsscheinleistung). Die Wandler zum Batteriespeicher und ins AC-Netz müssen ebenfalls für diese Bemessungsgrößen ausgelegt werden.

(2) Regelung der Einspeisung: Konzept = maximale Leistungsausbeute. Die durch Sonneneinstrahlung verfügbare Leistung wird komplett eingespeist. Hierzu erfolgt die Ermittlung der möglichen Spitzenleistung (engl: maximum power point tracking). Der Regler des Solarwandlers erhält diese als Führungsgröße. Die folgenden Komponenten müssen also in der Lage sein, diese Leistung aufzunehmen.

Frage 6.4.4: Dieselgenerator. Bei schlechtem Wetter (Mangel an Solarenergie) soll der Dieselgenerator die Versorgung sicher stellen. Wie wäre der Dieselgenerator auszulegen? Wie schätzen Sie Investitionskosten und Betriebskosten hierfür ein? Welche Alternativen gäbe es zum Diesel? Wie bewerten Sie diese Alternativen?

Lösung: (1) Auslegung: insgesamt ca. 40 kVA Bemessungsscheinleistung. (2) Investitionskosten: relativ hoch; Betriebskosten (Brennstoffkosten) abhängig von der Nutzungsdauer. (3) Alternativen: Überdimensionierung der Solaranlage und der Batterie; Ergänzung durch eine Windanlage. (4) Bewertung: Eine Ergänzung durch eine kontinuierlichere Energiequelle als die Solarenergie wäre sinnvoll, ggf. durch eine Windanlage. Die Alternativen müssten kommerziell bewertet werden, z.B. durch eine Investitionsrechnung nach der Annuitätenmethode (siehe Tabellenkalkulation bei den Modellen zu Teil 1).

Frage 6.4.5: DC-Netz. Im Netz agieren sowohl Verbraucher (Nachfrage) als auch die Solarquelle (auf der Angebotsseite) gemäß ihrem Lastprofil bzw. Erzeugerprofil. Die Leistungsdifferenz soll aus dem Batteriespeicher ausgeglichen werden. Wie ist der Laderegler der Batterie auszuführen, damit das Angebot mit der Nachfrage in Deckung gebracht werden kann? Hinweis: Erstellen Sie erst ein Konzept zur Leistungsregelung, unabhängig von einer möglichen Implementierung. Nennen Sie Möglichkeiten zur Implementierung. Überprüfen Sie anschließend Ihr Konzept in der Simulation.

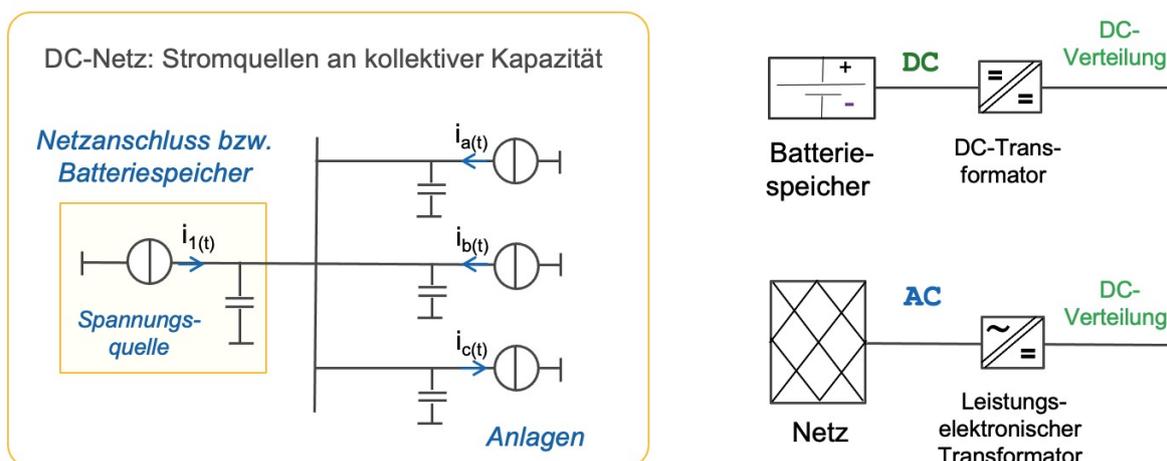


Abbildung 6.2 DC-Netz im Inselnetz

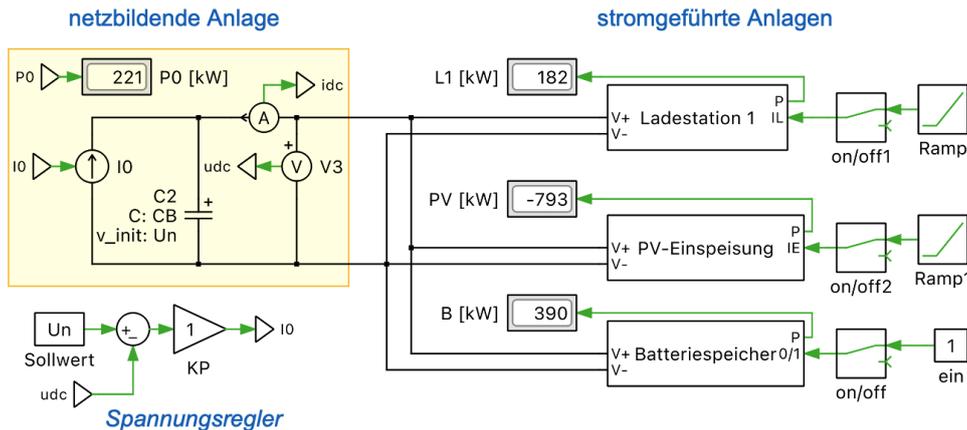
Im DC-Netz lassen sich alle Anlagen als Stromquellen mit Eingangskapazitäten darstellen. Die Stromquellen bilden hierbei die physikalischen Eigenschaften der eingesetzten Konverter als Regelstrecke ab (siehe rechter Teil der Abbildung oben). Einspeiseanlagen (PV), Lasten (z.B. Ladestationen oder Maschinen) und Batteriespeicher sind stromgeführt: Hier entspricht die Führungsgröße (Strom) der Stellgröße (Strom); es ist kein Regler erforderlich. Mindestens einer der Konverter im Netz muss als Spannungsquelle geführt werden, im Beispiel die Anlage links in der Anordnung. Hier ist die Führungsgröße die Spannung im DC-Netz, die Stellgröße der Strom.

Lösung: (1) Konzept: Die Batterie soll auf die Differenz von Angebot und Nachfrage reagieren. Übersteigt das Angebot die Nachfrage, erhöht die Batterie die Nachfrage, indem überschüssige Energie aufgenommen wird. Deckt das Angebot die Nachfrage nicht ab, ergänzt die Batterie das Angebot, indem zusätzliche Energie bereit gestellt wird. Hierzu benötigt die Batterie einen Indikator für die Leistungsbilanz im Netz. Das Konzept benötigt außerdem eine Begrenzung, abhängig vom Ladezustand der Batterie. In der Begrenzung gelten Ausnahmeregelungen.

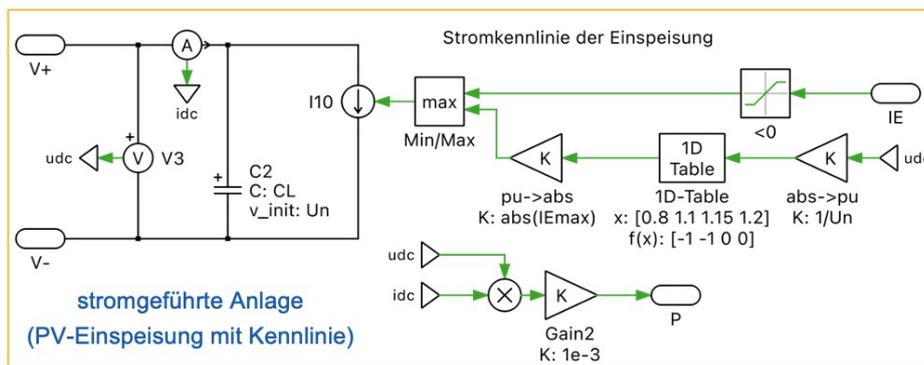
(2) Implementierung: Als Indikator für die Leistungsbilanz könnte eine direkte Leistungsmessung am Erzeuger und am Verbraucher verwendet werden. Die Differenz liesse sich als Führungsgröße für den Laderegler verwenden. Hierzu wäre jedoch Messtechnik und eine Kommunikationsinfrastruktur erforderlich. Als Alternative kann einfach die Spannung am Anschlusspunkt der Batterie gemessen werden.

Bei einem Leistungsüberschuss sollte die Einspeisung die DC-Spannung anheben. Umgekehrt sollte eine große Leistungsanforderung zu einem Spannungseinbruch führen. Führungsgröße für den Lade-regler wäre somit die Spannung am Anschlusspunkt im DC-Netz.

(3) Simulation: Erzeuger und Verbraucher lassen sich als leistungsgeregelte Quellen bzw. Senken interpretieren, die an das DC-Netz mit Hilfe von Leistungsimpedanzen gekoppelt sind. Als Energiespeicher wird im DC-Netz eine Zwischenkreiskapazität vorgesehen. Der Zwischenkreiskondensator wird durch eine Abweichung der zugeführten Leistung von der abgeführten Leistung entladen, bzw. aufgeladen. Die Zwischenkreisspannung schwankt somit mit der Leistungsbilanz. Folgende Abbildung illustriert das Funktionsprinzip:



Zur Simulation genügt die in der Abbildung oben gezeigte Anordnung. Die Zwischenkreisspannung wird an einem Anschlusspunkt gemessen und als Istwert des netzbildenden Reglers verwendet. Das Regelungsprinzip entspricht einer einfachen Füllstandsregelung: Der Strom führt in den Kapazitäten im Netz zu einem Anstieg der Spannung ($u(t) = \int i(\tau) dt + u_0$). Da die Kapazität bereits die Stellgröße integriert, genügt zur Regelung ein P-Regler. Die Verstärkung K_P des P-Reglers bestimmt hierbei die Spannung, bis zu der ausgeglet wird, und somit den Anteil der Leistung, den die Spannungsquelle im Netz aufnimmt bzw. bereitstellt.



Das Modell der stromgeführten Anlagen im Netz zeigt die Abbildung oben. Da der Strom bereits die Stellgröße darstellt, ist grundsätzlich kein Regler erforderlich. Jedoch lässt sich mit Hilfe einer Kennlinie das Verhalten der Anlagen in Abhängigkeit der Spannung im Netz führen. Ein Verbraucher z.B. soll seine Leistung drosseln, wenn die Spannung im Netz zu gering wird. Eine Einspeisung soll ihre Leistung drosseln, wenn die Spannung zu hoch wird.

Frage 6.4.6: Steuerung von Verbrauchern. Wenn das Angebot begrenzt ist und die Batterie keine Energie mehr liefern kann, ist eine Regelung der Leistungsbilanz über das Angebot nicht mehr möglich. In diesem Fall muss die Nachfrage begrenzt werden, d.h. es müssen Verbraucher ab-

geregelt bzw. abgeschaltet werden. Umgekehrt könnten bei einem Überangebot und mangelnder Aufnahmefähigkeit der Batterie zusätzliche Verbraucher (z.B. Heizungen mit thermischem Speicher, Kühlanlagen) zugeschaltet werden. Wie könnte man eine solche Steuerung der Verbraucher umsetzen?

Lösung: Die Anforderung muss an die Verbraucher kommuniziert werden. Hierzu ist eine Kommunikationsverbindung erforderlich. Im AC-Netz lässt sich im Inselnetzbetrieb die Netzfrequenz als Leistungsindikator verwenden: Einen Mangel an Leistung kann durch eine höhere bzw. niedrigere Netzfrequenz gegenüber dem Sollwert (z.B. 50 Hz) anzeigen. Die Geräte benötigen dann eine Messeinrichtung für die Netzfrequenz. In einem Inselnetz kann der netzbildende Konverter die Netzfrequenz stellen. Bei Verwendung des Dieselgenerators sollte dieser die Netzfrequenz führen, bzw. die Netzfrequenz wird durch das externe Stromnetz geführt. In letzterem Fall gibt es keinen autonomen Betrieb des Teilnetzes (Inselnetz). Allerdings kann das externe Stromnetz die Leistungsbilanz ausgleichen.

7. Seminararbeit

Die Seminararbeit ist Teil der Prüfungsleistung zur Vorlesung. In der Klausur werden die wesentlichen Zusammenhänge abgefragt (siehe Abschnitt 8 mit Klausuraufgaben aus vergangenen Veranstaltungen). Ziel der Seminararbeit ist die eigenständige Beschäftigung und eigene Experimente an Anlagen und Systemen mit Hilfe der Systemsimulation.

Hierzu ist mit dem Dozenten ein eigenes Thema abzusprechen. Die Liste der gewählten Themen wird auf dem Moodle-Server veröffentlicht. Die Zusammenarbeit mit Kommilitonen für die Seminararbeit ist erwünscht. Es besteht auch die Möglichkeit, ein Thema zu zweit zu bearbeiten.

Als Themen bieten sich Anlagen und Systeme im Umfeld beider Teile des Vorlesungsmanuskriptes an, beispielsweise Anlagen im Umfeld der elektrischen Energieversorgung, erneuerbare Erzeuger, Energiespeicher, elektrische Maschinen oder leistungselektronische Systeme. Die Themen sollten sich an den Interessen der Teilnehmer orientieren, bzw. an ihrem beruflichen Umfeld. Es besteht die Möglichkeit, ein Thema im Rahmen einer folgenden Studienarbeit oder Masterarbeit weiter zu vertiefen.

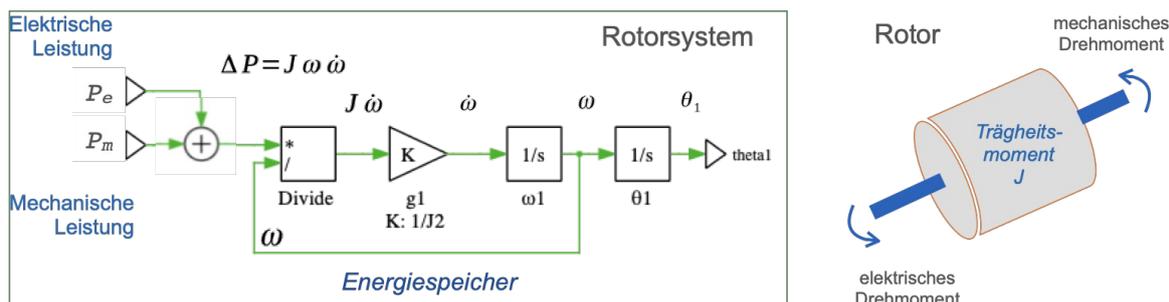
Prüfungsleistung ist die Dokumentation der Seminararbeit, die im Stil eines Laborberichts erfolgen soll, d.h. eines formlosen Berichts, der die Aufgabenstellung enthält, die Vorgehensweise nachvollziehbar dokumentiert und die Erkenntnisse zusammenfasst. Die Dokumentation sollte vollständig sein, also alle Angaben enthalten, die zum Verständnis der Untersuchung und für eine weitere Bearbeitung des Themas erforderlich sind. Der Umfang der Dokumentation ist nicht vorgeschrieben, es werden ca 20 Seiten Text mit Bildern erwartet.

8. Klausuraufgaben

Die Klausuraufgaben umfassen auch Themen aus Teil 2 dieses Manuskripts (Antriebe und Systeme zur elektrischen Energieversorgung). Einzelheiten zu Drehstromsystemen (Zeigertransformation, komplexe Zahlen, Zeigerdiagramme) sind dort nachzulesen. Der Großteil der Aufgaben lässt sich allerdings mit Kenntnissen aus Teil 1 des Skriptes bewältigen.

8.1. Rotorsystem einer elektrischen Maschine

Folgende Abbildung zeigt den Signalfluss einer elektrischen Maschine passend zu dem mechanischen Modell im rechten Teil der Abbildung.



Durch die Leistung P_m des Antriebs (bzw. der mechanischen Last) wirkt auf die Achse des Rotors ein mechanisches Moment. Durch die Einbindung des Rotors in den Stator und an das elektrische Netz bewirkt die elektrische Leistung P_e ein elektrisches Moment auf die Achse.

Frage 8.1.1: Beschreiben Sie den Signalfluss und übersetzen Sie den Ablauf in eine Differentialgleichung. Erläutern Sie den Einfluss auf die Drehzahl der Maschine, z.B. für ein Gleichgewicht der elektrischen und mechanischen Leistung, sowie im Ungleichgewicht.

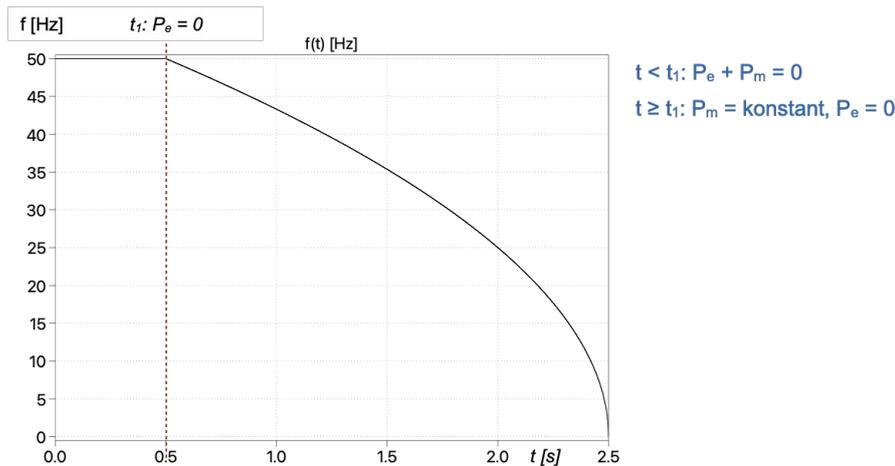
Lösung: (1) Gleichgewicht: Sind elektrische Leistung P_e und mechanische Leistung P_m im Gleichgewicht ($P_e + P_m = 0$), so wirken keine Kräfte auf den Rotor. Die Maschine rotiert mit konstanter Drehzahl. (2) Leistungsdifferenz größer Null: positives Drehmoment, die Maschine beschleunigt. (3) Leistungsdifferenz kleiner Null: negatives Drehmoment, die Maschine wird langsamer. Dieses Verhalten kennt man von jedem Fahrzeug (Fahrrad, Auto).

Die Ursache für das Verhalten findet sich in der Differentialgleichung:

$$\Delta M = \frac{\Delta P}{\omega} = \frac{P_m + P_e}{\omega} = J \dot{\omega} \quad (8.1.1)$$

Ein verbleibendes Drehmoment $\Delta M = \Delta P/\omega$ führt zu einer Änderung des Drehimpulses $dL/dt = J d\omega/dt$ und somit zu einer Drehzahländerung. Je nach Vorzeichen von ΔM nimmt die Drehzahl zu oder ab.

Frage 1.2: Motorbetrieb und Generatorbetrieb. Wann ist o.g. Maschine im Motorbetrieb, wann im Generatorbetrieb? Hinweis: Welche Bedingungen müssen jeweils für P_e und P_m gelten? Erläutern Sie das Verhalten im Diagramm unten.



Lösung: Annahme: $P_e = 0$: Wenn $P_m < 0$ ist, wird mechanische Leistung entnommen, die Maschine wird langsamer, da die benötigte Leistung aus der kinetischen Energie der Maschine bezogen wird. Dieses Verhalten ist abhängig von den gewählten Vorzeichen im Signalfluss: $P_m < 0$ bei $P_e = 0$ bedeutet eine Drehzahländerung kleiner Null, bis die Maschine zum Stillstand kommt. Dieses Verhalten zeigt das Diagramm.

Somit stellen $P_m < 0$ und $P_e > 0$ dem Motorbetrieb dar: elektrische Leistung wird in mechanische Leistung gewandelt. Folglich wäre die Bedingung für den Generatorbetrieb $P_m > 0$ (Zufuhr mechanischer Leistung) und $P_e < 0$ (Entnahme elektrischer Leistung).

Frage 8.1.3: Trägheitsmoment. Die Trägheit H ist definiert als Verhältnis der kinetischen Energie bei Nenndrehzahl der Maschine zur Nennleistung der Maschine:

$$H = \frac{E_{kin,n}}{P_n}$$

Für o.g. Maschine sei eine Trägheit von 2 s bei Nenndrehzahl 50 Hz und Nennleistung 30 kW angenommen. Wie groß ist das Trägheitsmoment? Welche kinetische Energie besitzt die Maschine bei Nenndrehzahl? Begründen Sie Ihre Lösung.

Lösung: Folgt aus der kinetischen Energie:

$$H = \frac{E_{kin,n}}{P_n} = \frac{\frac{1}{2} J \omega_n^2}{P_n} \quad (1.3)$$

Hieraus erhält man $J = 2 H P_n / (\omega_n^2)$. Als physikalische Einheit erhält man $[s VA s^2] = [Nm s^2] = [kg m^2]$. Als Wert ergibt sich $J = 1,22 kg m^2$.

Kinetische Energie: $E_{kin} = H P_n = 60 kW s \approx 16 Wh$. Bei voller Leistung würde die Maschine ca. 2 Sekunden laufen, bis ihre kinetische Energie aufgebraucht ist. Dieses Verhalten zeigt das Diagramm aus Aufgabe 1.2.

Frage 8.1.4: Maschinenkonstante. Die Maschinenkonstante als Kennzahl einer elektrischen Maschine ist definiert als das Drehmoment, das man bei einem gegebenen elektrischen Strom erhält. Im Labor kann man die Maschine hierzu mit dem Nennstrom beaufschlagen und das Drehmoment messen. Für die elektrische Leistung P_e und die mechanische Leistung P_m gelten bei einer Drehstrommaschine:

$$P_e = \sqrt{3} U I; \quad P_m = M \omega$$

Welches Nennmoment ergibt sich, wenn die Maschine mit der in Frage 1.3 genannten Nenn-drehzahl und Nennleistung betrieben wird? Welcher Nennstrom ergibt sich, wenn die Maschine an einer Nennspannung von 400 V betrieben wird? Welche Maschinenkonstante ergibt sich? Welcher Zusammenhang ergibt sich für die Maschinenkonstante aus den o.g. Gleichungen? Wie lässt sich der Zusammenhang zwischen Spannung und Drehzahl interpretieren?

Lösung: Das Nennmoment erhält man aus der mechanischen Gleichung für P_m ; den Nennstrom aus der elektrischen Gleichung für P_e .

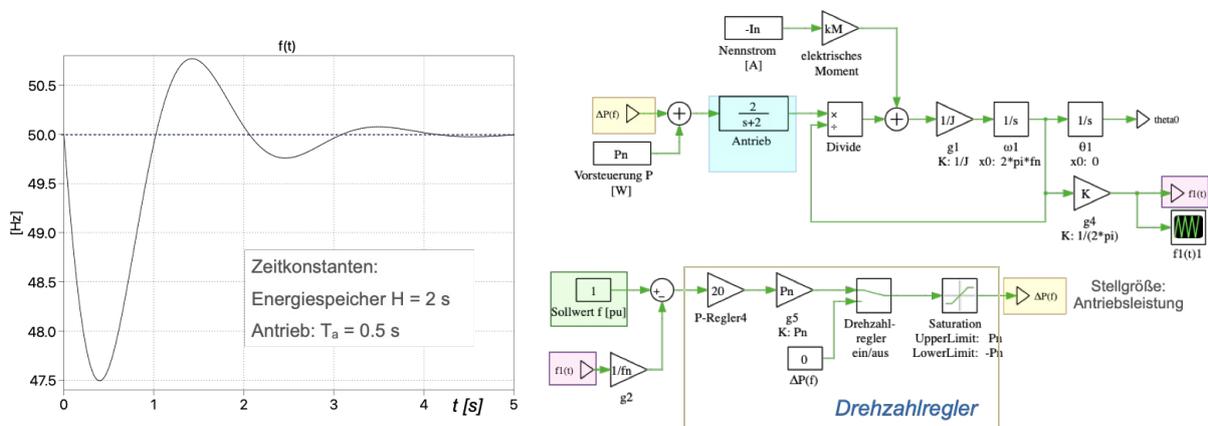
Im Gleichgewicht gilt $P_e = P_m$, somit

$$k_M = \frac{M_n}{I_n} = \frac{\sqrt{3} U_n}{\omega_n}$$

Die Maschinenkonstante bestimmt auch das Verhältnis von Spannung und Drehzahl: Je höher die Drehzahl, umso höher fällt die induzierte Spannung im Stator der Maschine aus. Dieses Verhältnis ist abhängig von der Bauart der Maschine. Da die induzierte Spannung den Statorstrom treibt, fällt bei großer induzierter Spannung auch der Strom größer aus. Diese Gleichung gilt auch im Motorbetrieb. Über den physikalischen Aufbau wurden mit der elektrischen Gleichung keine Annahmen getroffen. Diese Aussagen folgen nur aus der Leistungsbilanz und der Definition der elektrischen Leistung in einem Drehstromsystem (mit verketteter Spannung U und Strangstrom I).

Zahlenwerte: $k_M = 2,23 \text{ Nm/A}$; $I_n = 42,9 \text{ A}$, $M_n = 96,4 \text{ Nm} = 96,4 \text{ Ws}$.

Frage 8.1.5: Drehzahlregler. Folgende Abbildung zeigt links den Signalfluss mit einem Drehzahlregler, im rechten Teil einen Simulationslauf mit dem Regler. Die Maschine ist hierbei im Generatorbetrieb: Es wird elektrische Leistung entnommen. Der Drehzahlregler wirkt auf den mechanischen Antrieb und soll die mechanische Leistung nachführen.



(1) Erläutern Sie die Funktionsweise des Drehzahlreglers. Warum ist bei realen Maschinen immer ein Drehzahlregler erforderlich? (2) Der Antrieb wurde durch eine Übertragungsfunktion $F(s) = 2/(s + 2)$ nachgebildet. Welches reale Verhalten wird hierdurch abgebildet? (3) Worauf reagiert der Drehzahlregler? Welche Rolle spielt hierbei die Trägheit der Maschine? Welche Rolle spielt die Zeitkonstante des Antriebs? (4) Wie kommt das elektrische Moment im Signalfluss zustande? (5) Würde das Modell auch einen Motorbetrieb zulassen? Begründen Sie Ihre Aussage. Lässt sich demnach ein Kraftwerk bzw. ein Windrad auch als Motor betreiben?

Lösung: (1) P-Regler: Ist die Drehzahl zu niedrig, wird Gas gegeben, ist die Drehzahl zu hoch, wird abgebremst. Maschinen laufen nur bei einem exakten Gleichgewicht von Lastmoment und Antriebsmoment mit konstanter Drehzahl. Bei geringer Last bzw. im Leerlauf gehen Maschinen durch. Aus diesem Grund bekam bereits die Dampfmaschine einen Drehzahlregler (als mechanischen Fliehkraftregler mit Wirkung auf das Dampfventil als Stellgröße).

(2) Der mechanische Antrieb reagiert zeitverzögert auf die Änderung der Stellgröße (Gaspedal, Brennstoffventil, Gaszufuhr für Gasmotor, Einspritzpumpe für Diesel, Dampfventil, ...). Die Zeitkonstante lässt sich aus dem Nenner ($s + a$) ermitteln: $t_a = 1/a$. Die Übertragungsfunktion $F(s)$ stellt ein Tiefpassfilter dar, das sich bei Sprunganregung auf den Wert 1 einschwingt (Verstärkung = 1).

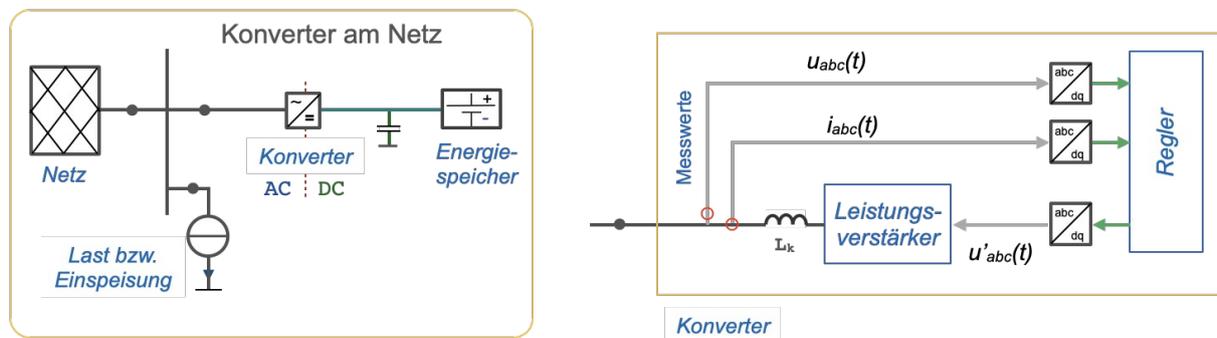
(3) Führungsgröße des Drehzahlreglers ist die Drehzahl, der Regler reagiert somit auf Abweichungen der Drehzahl vom Sollwert. Diese Abweichungen bei Schwankungen des Momentengleichgewichts kommen durch Vermittlung der Trägheit der Maschine zustande. Die Zeitkonstante des Antriebs (\Rightarrow Reaktionszeit der Wirkung des Reglers) sollte geringer sein als die Trägheit der Maschine, da der Regler sonst nicht rechtzeitig eingreifen kann.

(4) Wird aus dem Nennstrom mit Hilfe der Maschinenkonstante berechnet. Der Nennstrom kann an den Klemmen des Generators gemessen werden, sofern ein elektrisches Modell vorhanden ist.

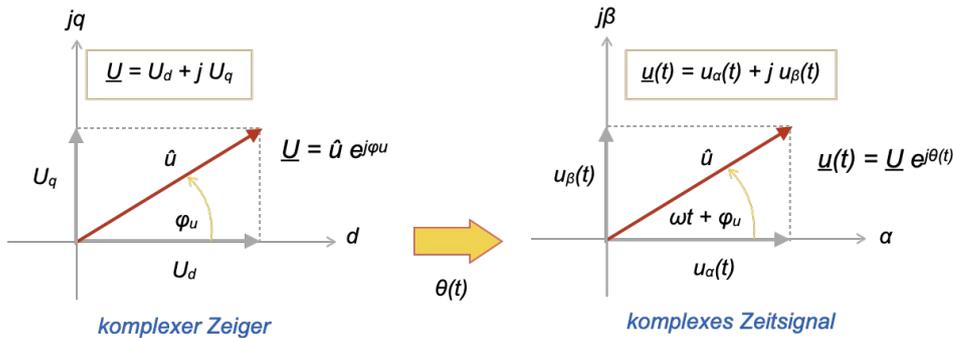
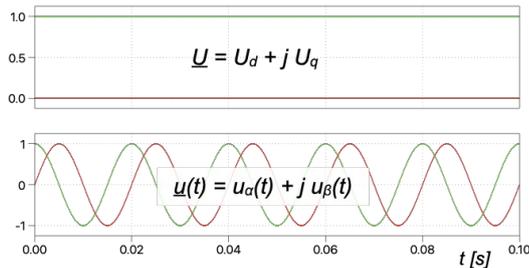
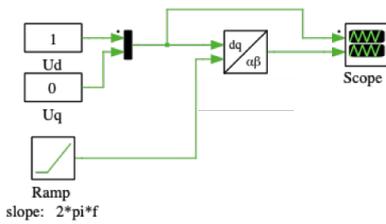
(5) Motorbetrieb: Ist im Modell möglich. In diesem Fall wäre die Stromrichtung umgekehrt, so dass elektrische Leistung zugeführt wird, und mechanische Leistung abgegeben wird. Bei einem Kraftwerk mit Dampfturbine, Gasturbine oder Gasmotor wird das nicht gelingen, da der Antrieb nicht reversibel arbeitet. Bei einem Windrad besteht grundsätzlich die Möglichkeit, bei heißem Wetter mit Solarstrom aus dem Netz für einen Luftzug zu sorgen.

8.2. Zeigertransformation

Zum Betrieb eines Konverters am Netz werden an dessen Anschlussklemmen Ströme und Spannungen gemessen. Da der Regler des Konverters nicht unmittelbar mit periodischen Zeitsignalen arbeiten kann, werden die Messwerte in den Bildbereich transformiert. Der Regler arbeitet dann auf den komplexen Zeigern als Vertreter der Zeitsignale. Der vom Regler berechnete Wert der Stellgröße wird zurück in den Zeitbereich transformiert und durch den Leistungsverstärker des Konverters in eine Spannung am Ausgang des Leistungsverstärkers gewandelt. Folgende Abbildung zeigt die Anordnung als einphasiges Ersatzschaltbild des Drehstromsystems.



Frage 8.2.1: Stationär nach rotierend. Ein stationärer komplexer Zeiger soll in ein periodisches Zeitsignal transformiert werden, das einem rotierenden komplexen Zeiger entspricht. Folgende Abbildung zeigt den Signalfloss und die komplexe Zeigerdarstellung. Beschreiben Sie die Methode und erstellen Sie die Transformationsmatrix.



Lösung: (1) Durch Multiplikation mit dem rotierenden Einheitszeiger $e^{j\omega t} = e^{j\theta(t)}$ wird aus dem stationären komplexen Zeiger \underline{U} der bewegte komplexe Zeiger $\underline{u}(t) = \underline{U} e^{j\theta(t)}$.

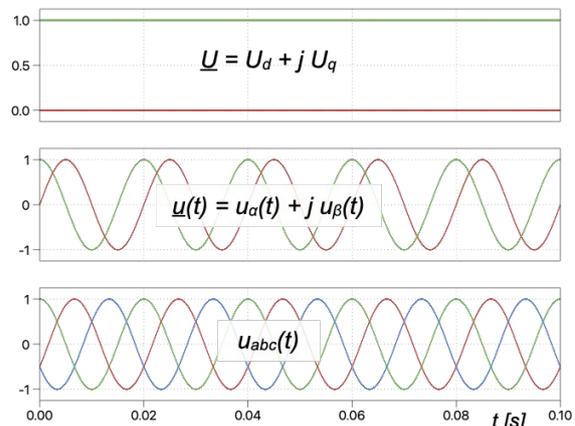
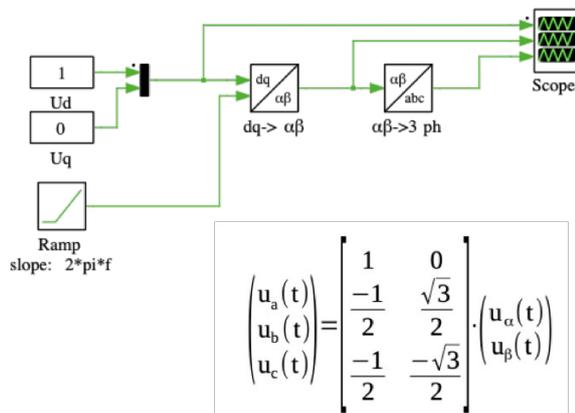
(2) Die Transformationsmatrix gewinnt man aus $\underline{U} = U_d + j U_q$ und $e^{j\theta(t)} = \cos \theta(t) + j \sin \theta(t)$. Durch Ausmultiplizieren und sortieren nach Realteil und Imaginärteil erhält man die Transformationsmatrix aus dem Skript.

Frage 8.2.2: Rücktransformation. Wie lässt sich eine Vorschrift für die Rücktransformation gewinnen? Benennen Sie die Transformationsmatrix hierfür. Ließe sich auch mit einer inversen Matrix der Hintransformation arbeiten?

Lösung: (1) Durch Multiplikation des rotierenden Zeigers $\underline{u}(t)$ mit dem rotierenden Einheitszeiger in umgekehrter Drehrichtung $e^{-j\omega t} = e^{-j\theta(t)}$ ergibt sich wiederum der stationäre komplexen Zeiger \underline{U} .

(2) Die Transformationsmatrix gewinnt man aus $\underline{u}(t) = u_\alpha + j u_\beta$ und $e^{-j\theta(t)} = -\cos \theta(t) - j \sin \theta(t)$, bzw. durch Matrixinversion der Transformation in der anderen Richtung. Lösung siehe Manuskript.

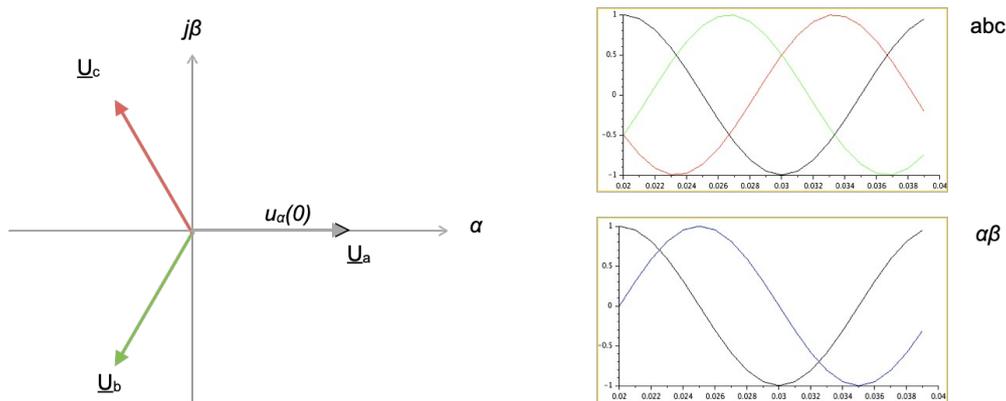
Frage 8.2.3: Rotierend nach Drehstrom. Der durch Transformation aus dem Bildbereich gewonnene rotierende Zeiger soll in ein 3-phasiges symmetrisches Drehstromsystem übersetzt werden, wie in folgender Abbildung dargestellt.



Was ist hierfür erforderlich? Wie lässt sich das mathematisch bewerkstelligen? Wie leitet sich die in der Abbildung gegebene Transformationsvorschrift ab? Skizzieren Sie das Zeigerdiagramm des Drehstromsystems für das in der Abbildung dargestellte Beispiel. Da im Beispiel $U_q = 0$ ist: wird $u_\beta(t)$ für diese Transformation überhaupt benötigt?

Lösung: (1) Die festen Phasenbeziehungen zwischen \underline{U}_a , \underline{U}_b und \underline{U}_c sind zu ergänzen. (2) Man wählt für das Zeitsignal $u_a(t)$ der Phase a als Realteil des komplexen Zeitsignals $\underline{u}(t)$ aus. Für Phase b multipliziert man das komplexe Zeitsignal $\underline{u}(t)$ erst mit $e^{-j2\pi/3}$ und nimmt dann des Realteil für das Zeitsignal $u_b(t)$. Für die Phase 3 multipliziert man $\underline{u}(t)$ mit $e^{-j4\pi/3}$ und nimmt hiervon den Realteil für $u_c(t)$.

(3) Transformationsvorschrift: $u_a(t) = u_\alpha(t)$, $u_b(t) = u_\alpha(t) \cos(-2\pi/3) - u_\beta(t) \sin(-2\pi/3)$, $u_c(t) = u_\alpha(t) \cos(-4\pi/3) - u_\beta(t) \sin(-4\pi/3)$. Mit $\cos(-2\pi/3) = \cos(-4\pi/3) = -1/2$ und $\sin(-2\pi/3) = -\sin(-4\pi/3) = -\sqrt{3}/2$ ergibt sich hieraus die Transformationsmatrix. (4) Zeigerdiagramm:



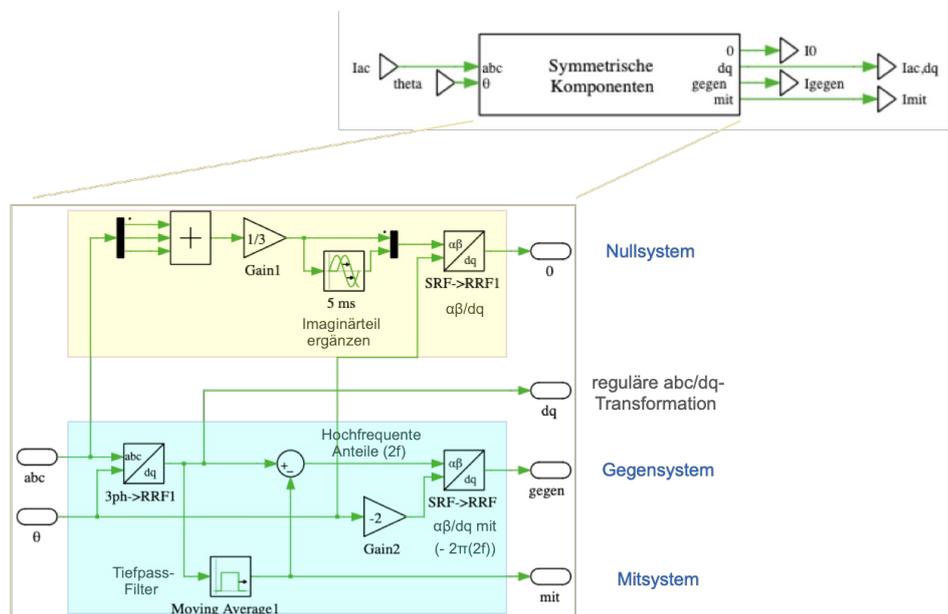
Da $u_\beta(t)$ ungleich Null ist, wird es selbstverständlich für die Transformation benötigt. Auch $U_q = 0$ hat ja einen Informationsgehalt: Für das symmetrische Drehstromsystem werden immer Realteil und Imaginärteil bzw. Betrag und Phase benötigt.

Frage 8.2.4: Bezugssystem. Für die Transformation aus dem Bildbereich in den Zeitbereich ($dq \rightarrow \alpha\beta$) und zurück ($\alpha\beta \rightarrow dq$) wird ein Bezugssystem $\theta(t)$ benötigt. Der eingangs dargestellte Konverter wird am Netz betrieben. Wie erhält man das Bezugssystem $\theta(t)$? Welche Rolle spielt dieses Bezugssystem für den Regler des Converters? Wie gewinnt man ein Bezugssystem im Inselnetzbetrieb (wenn die Verbindung zum Netz getrennt wird)? Worauf ist bei der Wiederanschaltung ans Netz aus dem Inselbetrieb zu achten? Wieso spielt das Bezugssystem $\theta(t)$ für die Transformation ($abc \rightarrow \alpha\beta$) und ($\alpha\beta \rightarrow abc$) keine Rolle?

Lösung: (1) Das Netz gibt das Bezugssystem vor: Man erhält $\theta(t)$ aus der Integration der gemessenen Netzfrequenz gemäß $\theta(t) = \int \omega(\tau) d\tau$. Das Bezugssystem wird durch die Messung an den Anschlussklemmen des Converters am Netz gewonnen mit Hilfe eines Phasendetektors (PLL = Phased Locked Loop). (2) Das Bezugssystem ist Basis der Regelung: Läuft der Konverter vor dem Netz, wird eingespeist, läuft er hinter dem Netz, wird Leistung bezogen. Die Amplitude der Converterspannung bestimmt den Austausch von Blindleistung mit dem Netz. (3) Im Inselnetzbetrieb erzeugt der Konverter die Netzfrequenz und das Bezugssystem selber. (4) Beim Einschalten an das Netz muss sich der Konverter auf das Bezugssystem des Netzes synchronisieren. (5) Diese Transformationen finden im Zeitbereich statt: Das Bezugssystem ist in den Zeitsignalen bereits enthalten.

Frage 8.2.5: Nullsystem. Unter einem Nullsystem versteht man eine allen Phasen überlagerte Spannung u_0 (bzw. einen allen Phasen überlagerten Strom): Man erhält $\{u'_a(t) = u_a(t) + u_0, u'_b(t) = u_b(t) + u_0, u'_c(t) = u_c(t) + u_0\}$. Wie lässt sich ein ggf. überlagertes Nullsystem messtechnisch mit Hilfe der Zeigertransformation ermitteln?

Lösung: (1) Da sich die symmetrischen Anteile der drei Signale $\{u'_a(t), u'_b(t), u'_c(t)\}$ wegen der Phasenbeziehungen in einer Addition der Signale wegheben, verbleibt hierbei das Nullsystem: $u_0(t) = 1/3 (u'_a(t) + u'_b(t) + u'_c(t))$. Man erhält das periodische Zeitsignal des Nullsystems. (2) Zur Transformation in den Bildbereich muss ein Zeitsignal mit Phasenverschiebung von $-\pi/2$ als Imaginärteil $u_{0,\beta}(t)$ eines komplexen Zeitsignals $\underline{u}_0(t) = u_0(t) + j u_{0,\beta}(t)$ ergänzt werden. Die Phasenverschiebung lässt sich durch eine passenden zeitlichen Verzögerung realisieren. Folgende Abbildung zeigt den Signalfluss.

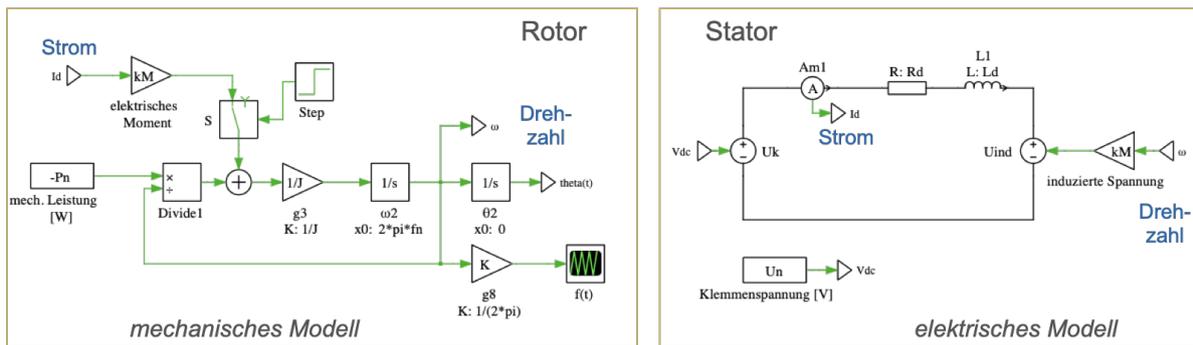


Frage 8.2.6: Gegensystem. Unter einem Gegensystem versteht man ein symmetrisches Drehstromsystem, das sich mit umgekehrter Drehrichtung dreht. Eine Umkehr der Drehrichtung erreicht man an einer Maschine bzw. einem Konverter z.B. durch Vertauschen zweier Phasen. Wie erkennt man ein Drehstromsystem mit umgekehrter Drehrichtung in der Transformation ($abc \rightarrow \alpha\beta$), ($\alpha\beta \rightarrow dq$) bzw. ($abc \rightarrow dq$)? Wie kann man ein überlagertes Gegensystem folglich mit Hilfe der Transformation messtechnisch ermitteln?

Lösung: Für ($\alpha\beta \rightarrow dq$): Die Multiplikation mit dem rotierenden Einheitszeiger $e^{-j\omega t}$ liefert bei einem umgekehrt rotierenden System $e^{-j\omega t}$ nicht den gewünschten Effekt des Stillstandes, sondern führt zur doppelten Drehfrequenz $e^{j2\omega t}$. Dem stationären System $\{dq\}$ ist ein Anteil mit doppelter Netzfrequenz enthalten. Will man ein evtl. überlagertes Gegensystem erkennen, kann man diese höherfrequenten Anteile ausfiltern und mit einer Transformation ($\alpha\beta \rightarrow dq$) mit Bezugssystem doppelter Frequenz gemäß ($e^{j2\omega t}$) in einen stationären Zustand bringen (bzw. mit inverser Phase $\theta'(t) = -2\theta(t)$, wie in der Abbildung unter der Lösung von Aufgabe 2.5 dargestellt).

8.3. Gleichstrommaschine

Bei der Gleichstrommaschine wird das Rotorsystem ergänzt um ein Statorsystem. Durch die Drehung des Rotors wird im Stator eine Spannung induziert. Bei der Gleichstrommaschine wird diese Spannung im Modell als Gleichspannung angenommen. Der Stator wird im Modell durch die Induktivität und den elektrischen Widerstand der Statorwicklung nachgebildet. Folgende Abbildung zeigt das Maschinenmodell.



Frage 8.3.1: Induzierte Spannung und Rotordrehzahl. Welche Beziehung zwischen induzierter Spannung und Motordrehzahl lässt sich aus dem Gleichgewicht der elektrischen und mechanischen Leistung ableiten? Welcher Zusammenhang besteht zur Maschinenkonstante k_M ?

Lösung: (1) Die Maschine wandelt elektrische Leistung in mechanische Leistung. Im Gleichgewicht gilt $P_e = P_m$, somit

$$P_e = U I = M \omega = P_m$$

(2) Umformen der Gleichung ergibt

$$k_M = \frac{M_n}{I_n} = \frac{U_n}{\omega_n}$$

Die Maschinenkonstante bestimmt auch das Verhältnis von Spannung und Drehzahl: Je höher die Drehzahl, umso höher fällt die induzierte Spannung im Stator der Maschine aus. Dieses Verhältnis ist abhängig von der Bauart der Maschine. Da die induzierte Spannung den Statorstrom treibt, fällt bei großer induzierter Spannung auch der Strom größer aus. Diese Gleichung gilt auch im Motorbetrieb. Über den physikalischen Aufbau wurden mit der elektrischen Gleichung keine Annahmen getroffen. Diese Aussagen folgen nur aus der Leistungsbilanz und der Definition der elektrischen Leistung in einem Gleichstromsystem (mit Spannung U und Strangstrom I).

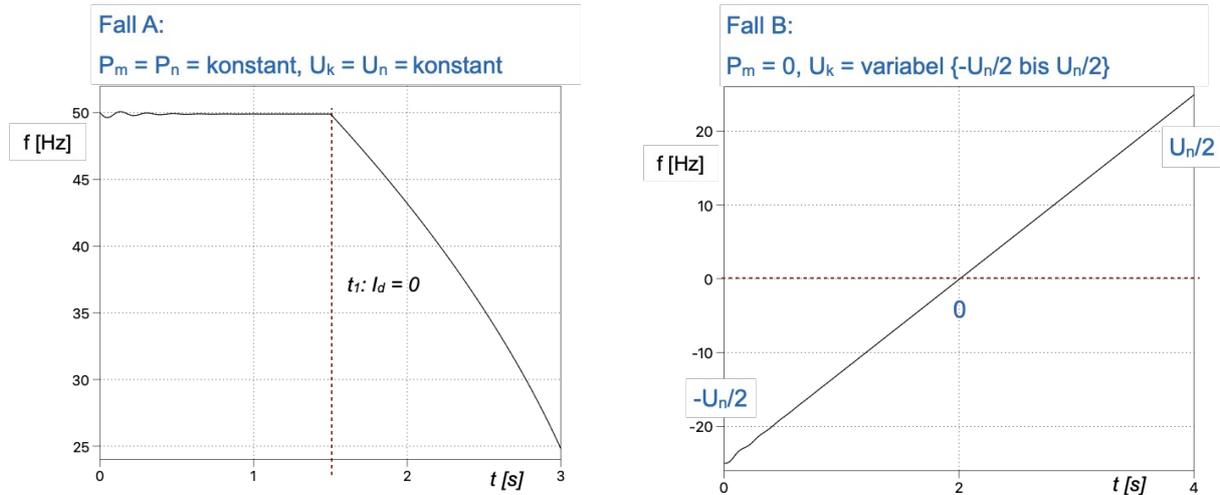
Frage 8.3.2: Motorstrom und Drehmoment. Welcher Zusammenhang besteht zwischen Motorstrom und Drehmoment?

Lösung: Der Motorstrom = Statorstrom erzeugt das Drehmoment. Der Zusammenhang wird ebenfalls durch die Maschinenkonstante beschrieben und folgt aus dem Gleichgewicht von elektrischer und mechanischer Leistung, siehe Aufgabe 2.1.

Frage 8.3.3: Rotor und Stator. Wodurch unterscheiden sich die Modelle von Stator und Rotor in der Abbildung oben (Hinweis: Was sind jeweils die Eingangsgrößen und Ausgangsgrößen)? Wodurch sind Rotor und Stator im Modell miteinander gekoppelt? Wie wirken elektrische und mechanische Größen miteinander zusammen? Durch welche Kenngrößen ist die Maschine vollständig beschrieben?

Lösung: (1a) Das Rotormodell ist ein mechanisches Modell und enthält das Trägheitsmoment J als Kenngröße der Maschine. Eingangsgrößen des Rotorsystems sind die mechanische Leistung und der Strom. Ausgangsgrößen sind die Drehzahl und der Rotorwinkel. (1b) Das Statormodell ist ein elektrisches Modell und enthält die Statorinduktivität L_d und den elektrischen Statorwiderstand R_d als Kenngrößen der Maschine. Eingangsgrößen sind die Klemmenspannung und die Drehzahl des Rotors. Ausgangsgröße der Motorstrom. (2) Durch Drehzahl und Motorstrom. (3) Die Drehung des Rotors induziert proportional zur Drehzahl im Stator eine Spannung, die der Klemmenspannung entgegen wirkt; Der Statorstrom erzeugt mit Hilfe der mit ihm verbundenen Magnetfelder im Rotor ein Drehmoment. (4) Trägheitsmoment, Statorinduktivität, Statorwiderstand und Maschinenkonstante: $\{J, L_d, R_d, k_M\}$

Frage 8.3.4: Folgende Abbildung zeigt zwei Simulationsläufe: Fall A: konstante Klemmenspannung, Fall B: Variable Klemmenspannung. Beschreiben Sie das Verhalten der Maschine.



Lösung: Fall A: Die Maschine befindet sich mechanisch unter Nennlast. Bei Betrieb mit Nennspannung ist die elektrische Leistung gleich der mechanischen Leistung. Die Maschine ist somit im Gleichgewicht und dreht mit Nenndrehzahl (hier 50 Hz). Bei Unterbrechung des Stroms zum Zeitpunkt t_1 geht der elektrische Antrieb der Maschine verloren (Motorbetrieb): Die Maschine braucht ihre kinetische Energie auf und kommt zum Stillstand.

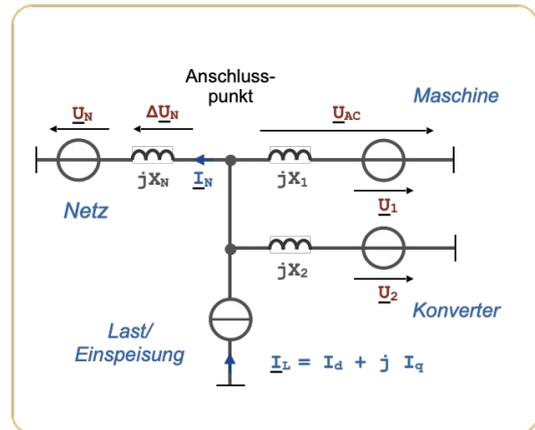
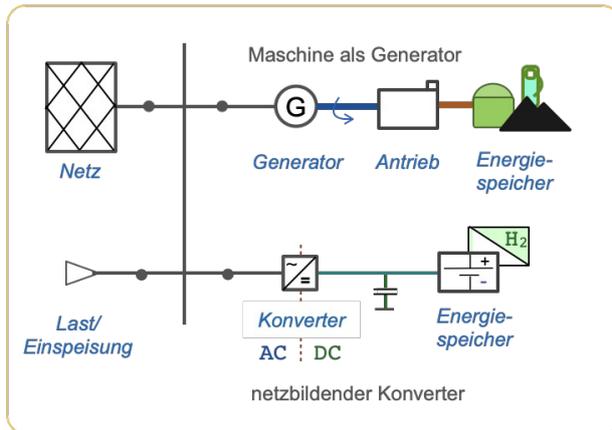
Fall B: Mangels mechanischer Belastung ($P_m = 0$) befindet sich die Maschine im Leerlauf. Die Drehzahl folgt der Klemmenspannung. Bei Betrieb mit negativer Betriebsspannung dreht die Maschine in die andere Richtung (halbe negative Nenndrehzahl bei halber negativer Betriebsspannung). Mit sinkender negativer Spannung wird die Maschine langsamer, ändert ihre Drehrichtung bei Durchschreiten von $U_k = 0$, dreht dann in umgekehrter Richtung mit steigender positiver Betriebsspannung schneller (bis halber Nenndrehzahl bei halber Betriebsspannung).

Frage 8.3.5: Realer Gleichstrommotor. Beim realen Gleichstrommotor befinden sich im Stator Permanentmagnete und im Rotor die Wicklungen. Wo wird hier also die Spannung induziert? Ist diese Spannung eine Gleichspannung? Wodurch erfolgt die Gleichrichtung des Stromes?

Lösung: Die Spannung wird hier im Rotor induziert. Da der Rotor sich im Statorfeld dreht, ist die induzierte Spannung eine Wechselspannung. Allerdings wird der Strom der Rotorwicklung durch Kontakte und Schleifringe an der Rotorwelle (einen sogenannten Polwender oder Kommutator) mit jeder halben Umdrehung umgepolt und somit gleichgerichtet.

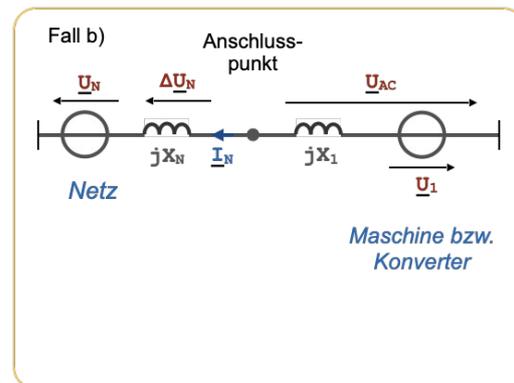
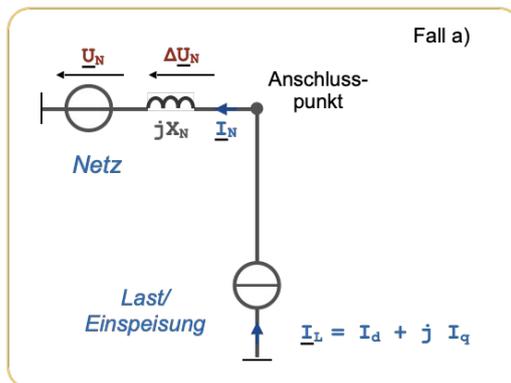
8.4. Netzbildender Betrieb von Anlagen

Im netzbildenden Betrieb sind Generatoren und Maschinen als Spannungsquellen geregelt: Sie halten die Spannung bereit, so dass bei Bedarf Strom entnommen oder Strom eingespeist werden kann. Bei konstanter Spannung ist der Stromfluss dann auch mit einem Leistungsfluss (bzw. Lastfluss) verbunden. Deshalb spricht man umgangssprachlich vom „Stromverbrauch“, wenn man die Entnahme von elektrischer Leistung oder Energie meint. Folgende Abbildung zeigt eine Anordnung, in der das Netz als Spannungsquelle durch eine Maschine und einen Konverter unterstützt wird.



Die Entnahme von Leistung (Last) bzw. die Zufuhr von Leistung (Einspeisung) erfolgt mit Hilfe einer Stromquelle. Im rechten Teil der Abbildung ist die elektrische Ersatzschaltung dargestellt.

Frage 8.4.1: Funktionsprinzip und Zeigerdiagramme. Folgende Abbildung vereinfacht die Ersatzschaltung in zwei Fälle: (a) Last an einer induktiv gekoppelten Spannungsquelle, (b) parallele Spannungsquellen mit induktiver Kopplung.



Fall (a): Bitte mit einem Zeigerdiagramm und Begründung.

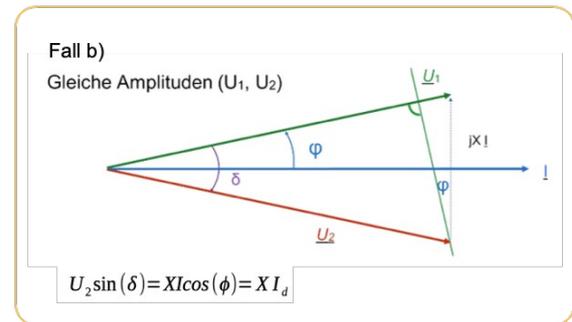
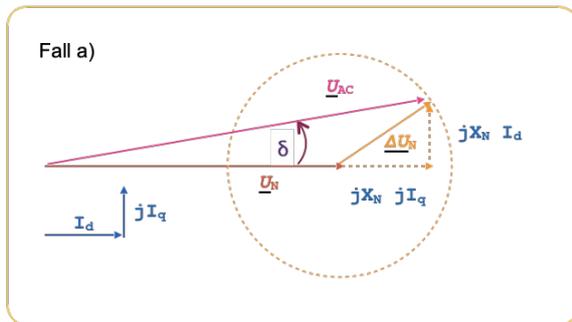
1. Welcher Einfluss auf die Spannung am Anschlusspunkt ergibt sich bei Bezug bzw. Einspeisung eines Wirkstroms $I = I_d$?
2. Welcher Einfluss auf die Spannung am Anschlusspunkt ergibt sich bei Bezug bzw. Einspeisung eines Blindstroms $I = j I_q$?
3. Nach welchem Prinzip wird folglich die Spannung am Anschlusspunkt geregelt?

Fall (b): Bitte mit einem Zeigerdiagramm und Begründung.

1. Welcher Lastfluss ergibt sich, wenn beide Spannungsquellen gleiche Amplituden haben, jedoch phasenversetzt zueinander sind?
2. Welcher Lastfluss ergibt sich, wenn beide Spannungsquellen in Phase sind haben, jedoch unterschiedliche Amplituden haben sind?
3. Wie lässt sich an der Maschine bzw. am Konverter eine Wirkleistung einspeisen bzw. entnehmen? Wie funktioniert folglich eine Stromregelung bzw. Leistungsregelung der Maschine bzw. des Konverters (Was ist Führungsgröße, was ist Stellgröße)?

Lösung: Fall a: (1) Ein Wirkstrom führt zu einer Phasenverschiebung der Spannung am Anschlusspunkt. (2) Ein Blindstrom führt zu einer Änderung der Spannungsamplitude am Anschlusspunkt. Ursa-

che ist jeweils die induktive Kopplung. (3) Generatoren im Netz halten Amplitude und Phase der Netzspannung \underline{U}_N konstant (hier als ideale Spannungsquelle abgebildet).



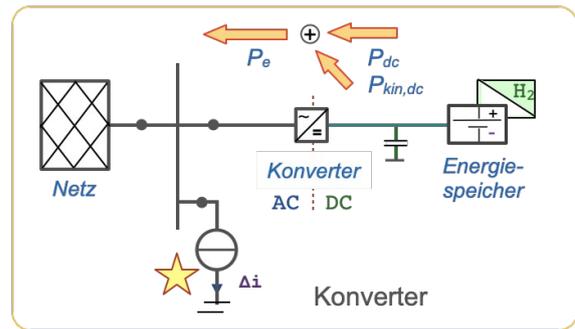
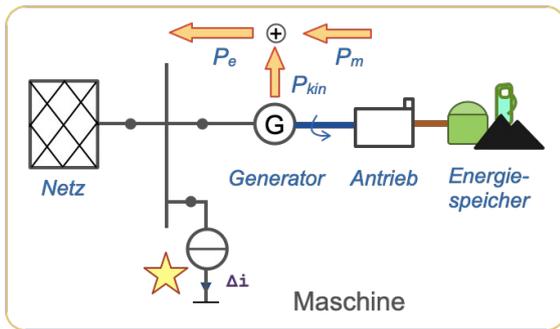
Fall b: (1) Wirkstrom bzw. Wirkleistung, siehe Zeigerdiagramm oben. (2) Blindstrom bzw. Blindleistung. (3) Indem man den Strom als Führungsgröße verwendet, die Spannung der MASchine bzw. des Konverters als Stellgröße.

Frage 8.4.2: Parallelbetrieb von Spannungsquellen. In der ersten Abbildung der Aufgabe 3 finden sich im Ersatzschaltbild 3 rechts parallele Spannungsquellen. Betrachten Sie die Schaltung nach dem Überlagerungsprinzip getrennt für den Fall a) Laststrom $\underline{I}_L = 0$, Fall b) Laststrom $\underline{I}_L \neq 0$, jedoch alle Spannungen gleich 0).

- (1) Welches Gleichgewicht stellt sich zwischen den Spannungsquellen ein?
- (2) Welchen Beitrag zum Laststrom liefern die Spannungsquellen?
- (3) Wie lassen sich die Beiträge der Spannungsquellen durch einen Regler beeinflussen?

Lösung: (1) Fall a) ohne Laststrom: Ein Gleichgewicht ohne Stromfluss stellt sich nur ein, wenn alle Spannungen exakt gleich und in Phase sind. Gibt es Abweichungen der Spannungsamplituden, können sich erhebliche Blindströme ergeben. (2) Fall b) mit Laststrom: Der Laststrom überlagert sich dem Zustand von Fall a). Für den Laststrom sind die Induktivitäten der 3 Zweige am Anschlusspunkt entscheidend für den Beitrag der einzelnen Zweige zum Strom: Die Beiträge fallen umgekehrt proportional zu den Impedanzen der Zweige aus. Sind alle Reaktanzen gleich, liefert jeder Zweig einen Beitrag in Höhe von 1/3 des Stroms. (3) Der Regler muss eine virtuelle Reaktanz bilden, um die Reaktanz im Zweig der Maschine bzw. des Konverters zu verändern. Die Spannung als Stellgröße wäre folglich nach einer Funktion $\Delta \underline{U} = jX \underline{I}$ zu stellen (nach einer Voltage-Droop-Kennlinie).

Frage 8.4.3: Rolle der Energiespeicher. Bei einem Lastsprung, ausgelöst durch einen Strom Δi , sind Beiträge aller netzbildenden Anlagen am Anschlusspunkt gefordert (siehe folgende Abbildung). Die geforderte Leistung muss sofort bereit gestellt werden, da der Energiesatz keinen Aufschub duldet. Diese sofortige Bereitstellung der Leistung wird als Momentanreserve bezeichnet. Bei der Maschine als Generator führt der Regler dann den Antrieb nach, so dass die benötigte Energie schließlich aus dem langfristigen Energiespeicher (d.h. aus dem Brennstoff) bereitgestellt wird. Diese durch den Regler gelieferte Leistung wird als Primärregelleistung bezeichnet. Erläutern Sie den Ablauf nach dem Lastsprung für den Fall a) Maschine als Generator und Fall b) netzbildender Konverter. Wie bemerkt die Maschine bzw., der Konverter den Lastsprung? Woher wird die Leistung für die Momentanreserve und die Primärregelleistung bezogen? Wie funktioniert die Regelung? Was muss beim Zusammenspiel von Maschine und Konverter beachtet werden?



Lösung: (1) Maschine: Da der Regler auf Drehzahländerungen reagiert, muss sich die Drehzahl durch den Lastsprung erst einmal ändern. Der Lastsprung verursacht durch Vermittlung der Anschlussinduktivität eine Phasensprung der Polradspannung (in Bezug auf die Spannung am Anschlusspunkt). Der Sprung im Spannungswinkel ist unmittelbar mit einem Lastfluss verbunden, der aus der Schwungmasse gedeckt wird, d.h. durch die kinetische Energie. Hierdurch ändert sich die Drehzahl, der Drehzahlregler = Primärregler reagiert und stellt mehr Leistung am Antrieb ein.

(2) Konverter: Auch hier verursacht der Lastsprung eine Phasensprung der Konverterspannung in Bezug auf die Spannung am Anschlusspunkt in Vermittlung der Koppelinduktivität des Konverters. Der Phasensprung der Konverterspannung entzieht dem DC-Zwischenkreis sofort Wirkleistung. Der Mechanismus ist identisch mit der Maschine. Als Energiespeicher für die Momentanreserve dient hier die Zwischenkreiskapazität. Eine Stromentnahme führt zu einer sinkenden Zwischenkreisspannung im DC-Kreis. Hierauf reagiert der Spannungsregler der Batterie und stellt mehr Leistung aus der Batterie bereit. Die Leistung aus der Batterie spielt die Rolle der Primärregelleistung.

(3) Zusammenspiel von Maschine und Konverter: Mangels Schwungmasse und Zeitkonstante des Antriebs reagiert der Konverter bzgl. der Primärregelleistung wesentlich schneller. In Kombination mit einem langsamen System (Generator mit Antrieb) würde diese Schnelligkeit dazu führen, dass der Konverter den größten Teil der Primärregelleistung übernimmt. Die Maschine wäre nur an der Momentanreserve beteiligt (da dieser Beitrag über das Verhältnis der Impedanzen zum Anschlusspunkt bestimmt wird). Die Regler sind somit aufeinander anzupassen. Für die Momentanreserve ist eine ausreichend große Zwischenkreiskapazität vorzusehen.

Englisch - Deutsch

Active power	Wirkleistung
Apparent power	Scheinleistung
Capacitor	Kapazität
Circuit breaker	Leistungsschalter
Line voltage	Leiter-zu-Leiter Spannung (Effektivwert)
Inductor	Induktivität
Nominal power	Nennleistung
Nominal voltage	Nennspannung
Peak value	Spitzenwert
Phase voltage	Leiter-zu-Nullleiter Spannung (Effektivwert)
Reactive power	Blindleistung
Resistor	Widerstand
Transformer	Transformator
Transmission	Übertragung
Voltage source	Spannungsquelle
Winding	Wicklung
...	
...	

Abkürzungen

AC	Alternating Current, Wechselstrom
DC	Direct Current, Gleichstrom
$T = 1/f$	Schwingungsdauer, Periodendauer [s]
$f = 1/T$	Frequenz, Anzahl der Schwingungen pro Zeiteinheit [1/s]
$\omega = 2\pi f = 2\pi/T$	Kreisfrequenz, Winkelgeschwindigkeit der Kreisbewegung [1/s]
E	Energie [Joule, J, Nm, Ws, $\text{kg m}^2/\text{s}^2$] potentielle Energie $E_p = 1/2 k y^2$, kinetische Energie, Translation $E_k = 1/2 m v^2$, kinetische Energie, Rotation $E_r = 1/2 J \omega^2$, Energie elektrisches Feld $E_C = 1/2 C U^2$, Energie magnetisches Feld $E_L = 1/2 L I^2$
RMS	Root mean square (Effektivwert)
Z	komplexer Widerstand (Impedanz, impedance)
R	Wirkwiderstand (resistance)
X	Blindwiderstand (Reaktanz, reactance)
Y	komplexer Leitwert (Admittanz, admittance)
G	Wirkleitwert (conductance)
B	Blindleitwert (susceptance)
S	Scheinleistung (apparent power, in VA = Volt Ampere)
P	Wirkleistung (power, in Watt)
Q	Blindleistung (reactive power, in Var = Volt ampere reactive)
A	Ampere
deg	degrees (Phasenwinkel in Grad)
kV	Kilo Volt (1000V)
kVA	Kilo Volt Ampere (Scheinleistung S, zur Unterscheidung von kW = Wirkleistung))
kVar	Kilo Volt Ampere reactive (Blindleistung, Q)
MS	Mittelspannung
NS	Niederspannung
ONT	Ortsnetztransformator
p.u.	per unit (auf Nennwert und physikalische Einheit normierte Größe)
PV	Photovoltaik
W	Watt (Wirkleistung, P)

Literatur

- (1) Götz Lipphardt, Einstieg in die Leistungselektronik mit PLECS: Grundlagen – Modellierung – Simulation, Carl Hanser Verlag, 2022, ISBN 978-3-446-47128-3
- (2) Michael Sterner und Ingo Stadler, Energiespeicher - Bedarf, Technologien, Integration; Springer, 2. Auflage, 2017, ISBN 978-3-662-48893-5
- (3) Klaus Heuck, Klaus-Dieter Dettmann, Detlef Schulz: Elektrische Energieversorgung: Erzeugung, Übertragung und Verteilung elektrischer Energie für Studium und Praxis, Vieweg+Teubner Verlag, 8. Auflage, 2010, ISBN 978-3834807366
- (4) Adolf J. Schwab, Elektroenergiesysteme: Smarte Stromversorgung im Zeitalter der Energiewende, Springer Vieweg; 6. Auflage, 2020, ISBN: 978-3662603734
- (5) Volker Quaschnig, Regenerative Energiesysteme; Technologie - Berechnung – Klimaschutz; Carl Hanser Verlag München, 10. Aktualisierte und erweiterte Auflage, 2019, ISBN 978-3-446-46113-0
- (6) Christian Seynowldt, Dezentrale Energieversorgung mit regenerativen Energien, Technik, Märkte, kommunale Perspektiven, 2. Auflage, 2021, Springer, 978-3-658-33733-9, <https://doi.org/10.1007/978-3-658-33733-9>
- (7) ...

Anhang A – Komplexe Zeiger

Phasorenschreibweise

Unter Phasoren bzw. komplexen Zeigern werden komplexe Zahlen verstanden, die bei Wechselstromkreisen mit sinusförmigen Signalen fester Frequenz die Phasenlage der Spannungen, Ströme bzw. Impedanzen oder Admittanzen darstellen. Diese Interpretation vereinfacht die Berechnung von Schaltungen, die mit konstanter Frequenz betrieben werden, im eingeschwungenen Zustand. An dieser Stelle seien die Grundlagen dieser Methode noch einmal zusammengefasst.

Elektrische Schaltungen werden durch Differenzialgleichungen beschrieben. Beim Betrieb mit sinusförmigen Signalen fester Frequenz (harmonische Schwingung, erzwungene Schwingung) ist die Lösung der Differenzialgleichung ebenfalls ein sinusförmiges Signal. Für die Lösung der Differenzialgleichung kann man somit folgende Annahme treffen:

$$u(t) = \hat{u} \cos(\omega t + \phi_u) \quad (\text{A.1})$$

Hierbei bedeuten \hat{u} die Amplitude des Signals $u(t)$ und ϕ_u den Phasenwinkel des Signals mit Kreisfrequenz ω . Für die Phasorenschreibweise wird das Signal mit Hilfe eines Imaginärteils zu einer komplexen Funktion ergänzt.

$$\underline{u}(t) = \hat{u} \cos(\omega t + \phi_u) + j \hat{u} \sin(\omega t + \phi_u) \quad (\text{A.2})$$

Diese Konstruktion dient der Vereinfachung der Berechnung. Das ursprüngliche Signal $u(t)$ im Zeitbereich erhält man aus dem Realteil der komplexen Funktion, d.h. $u(t) = \text{Re}\{\underline{u}(t)\}$. Die komplexe Schreibweise lässt sich nun mit Hilfe der Eulerschen Beziehung $e^{j\theta} = \cos(\theta) + j \sin(\theta)$ wie folgt umwandeln.

$$\underline{u}(t) = \hat{u} e^{j\omega t} e^{j\phi_u} = \hat{u} e^{j\phi_u} e^{j\omega t} \quad (\text{A.3})$$

Letzterer Ausdruck $e^{j\omega t}$ beschreibt als Zeitfaktor eine Kreisbewegung mit der Frequenz ω im Einheitskreis (wegen $|e^{j\omega t}| = 1$). Ersterer Ausdruck beschreibt die Amplitude und Phasenlage des Signals, somit den komplexen Zeiger (bzw. Phasor) \underline{U} .

$$\underline{u}(t) = \hat{u} e^{j\phi_u} e^{j\omega t} = \underline{U} e^{j\omega t} \quad (\text{A.4})$$

Der komplexe Zeiger \underline{U} enthält keinerlei Zeitabhängigkeit mehr, sondern beschreibt Amplitude und Phasenlage des Signals als komplexe Amplitude.

$$\underline{U} = \hat{u} e^{j\phi_u} \quad (\text{A.5})$$

Setzt man die Schreibweise

$$\underline{u}(t) = \underline{U} e^{j\omega t} \quad (\text{A.6})$$

in eine Differenzialgleichung ein, so lässt sich die Zeitabhängigkeit eliminieren, da diese einheitlich der Beziehung $e^{j\omega t}$ entspricht. Die Differenzialgleichung reduziert sich dann auf eine algebraische Gleichung, die sich mit algebraischen Mitteln lösen lässt.

Koordinatensystem $\alpha\beta$ der komplexen Erweiterung des Zeitsignals

Ein reelles Zeitsignal wird in Phasorenschreibweise wird das Signal mit Hilfe eines Imaginärteils zu einer komplexen Signal ergänzt (siehe A.1 und A.2):

$$u(t) = \hat{u} \cos(\omega t + \phi_u)$$
$$\underline{u}(t) = \hat{u} \cos(\omega t + \phi_u) + j \hat{u} \sin(\omega t + \phi_u)$$

Realteil und Imaginärteil kann man somit in der Zeigerdarstellung in der komplexen Ebene wie in folgender Abbildung gezeigt darstellen.

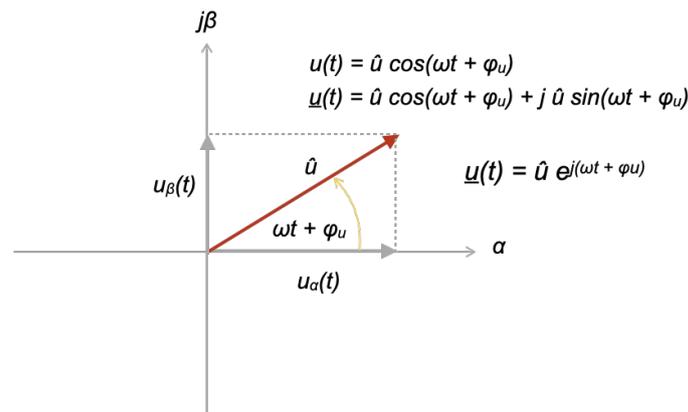


Abbildung A.1 rotierende Zeiger als komplexe Erweiterung des Zeitsignals

Man erhält für den Realteil und den Imaginärteil:

$$u_{\alpha}(t) = \hat{u} \cos(\omega t + \varphi_u)$$

$$u_{\beta}(t) = \hat{u} \sin(\omega t + \varphi_u)$$

Das Koordinatensystem $\alpha\beta$ entspricht somit der komplexen Erweiterung des Zeitsignals $u(t)$.

Koordinatensystem dq des komplexen Zeigers

Ist man nur an der Phasenlage des komplexen Zeigers interessiert, ohne die Drehbewegung mit Frequenz ω , nimmt man statt des Zeitsignals $u(t)$ den komplexen Zeiger \underline{U} als Basis, wie in folgender Abbildung gezeigt (siehe Gleichung A.5).

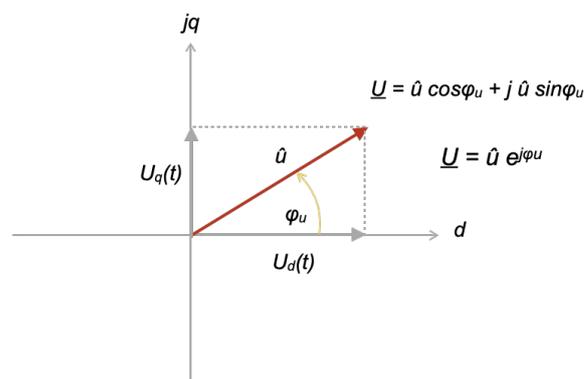


Abbildung A.2 Zeiger = Phasenbeziehungen ohne Rotation

Man erhält für den Realteil und den Imaginärteil:

$$U_d = \hat{u} \cos(\varphi_u)$$

$$U_q(t) = \hat{u} \sin(\varphi_u)$$

Wie man sieht, ist dieses Koordinatensystem statisch: es enthält keine Drehbewegung.

Rekonstruktion des Zeitsignals aus dem Zeiger: Transformation dq nach $\alpha\beta$

Möchte man ein statisches Koordinatensystem dq mit dem Zeiger (siehe A.5)

$$\underline{U} = \hat{u} e^{j\phi_u}$$

in Drehbewegung versetzen, so gelingt dies durch folgende Transformation:

$$\underline{u}(t) = \hat{u} e^{j\phi_u} e^{j\omega t} = \underline{U} e^{j\omega t}$$

Der stationäre Zeiger \underline{U} wird mit dem rotierenden Einheitszeiger $e^{j\omega t}$ multipliziert. Im allgemeinen Fall soll für der Phasenwinkels $\theta(t) = \omega t$ bzw. allgemein $\theta(t) = \omega t + \phi_0$ verwendet werden. In diesem Fall ergibt sich die Schreibweise:

$$\underline{u}(t) = \hat{u} e^{j\phi_u} e^{j\omega t} = \underline{U} e^{j\theta}$$

Sortiert nach Realteil und Imaginärteil lautet die Transformation somit:

$$u_\alpha(t) = U_d \cdot \cos \theta - U_q(t) \cdot \sin \theta$$

$$u_\beta(t) = U_d \cdot \sin \theta + U_q \cdot \cos \theta$$

In Matrix-Schreibweise erhält man:

$$\begin{pmatrix} u_\alpha(t) \\ u_\beta(t) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u_d(t) \\ u_q(t) \end{pmatrix}$$

Folgende Abbildung illustriert die Transformation an einem Beispiel.

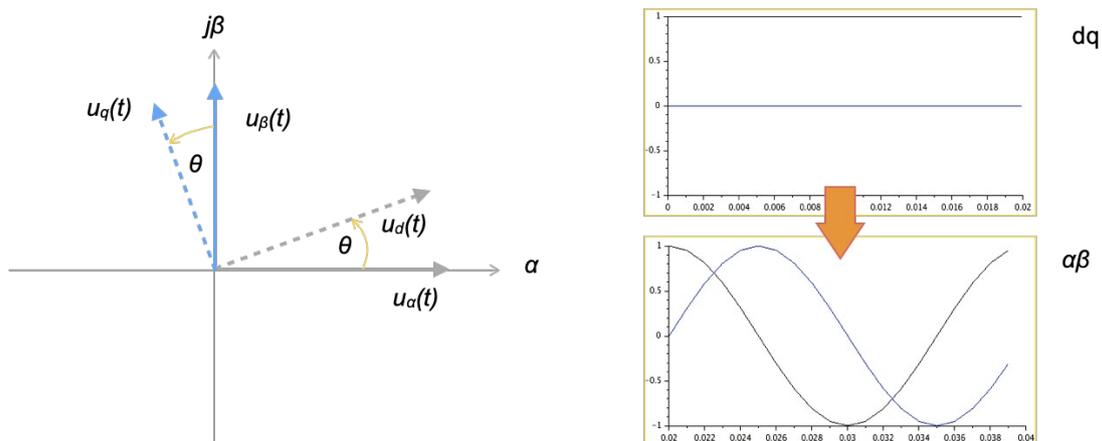


Abbildung A.3 Transformation (d,q) => (α,β)

Ermittlung des komplexen Zeigers aus dem Zeitsignal: Transformation $\alpha\beta$ nach dq

Liegt ein Zeitsignal $u(t)$ vor und möchte man aus diesem den komplexen Zeiger \underline{U} ermitteln, so wird die Umkehrtransformation benötigt. Mit Hilfe der dq-Koordinaten wird die Lage des Zeigers relativ zur Drehbewegung mit $\theta(t) = \omega t + \phi_0$ beschrieben. In Matrixform lautet die Transformation:

$$\begin{pmatrix} u_d(t) \\ u_q(t) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u_\alpha(t) \\ u_\beta(t) \end{pmatrix}$$

Das Zeigerdiagramm aus der letzten Abbildung bleibt hier weiterhin gültig. Allerdings werden jetzt die rotierenden Achsen $\alpha\beta$ auf die ihrerseits mit $\theta(t) = \omega t + \phi_0$ ebenfalls in Rotation versetzten Achsen dq projiziert. Bei Gleichlauf wird hierdurch die Drehbewegung eliminiert. Bei phasensynchronem Gleichlauf ($\phi_0 = \phi_u$) verbleibt nur der Realteil U_d des Zeigers, andernfalls ergibt sich die Phasenlage aus dem Realteil U_d und dem Imaginärteil U_q .

Anstelle der Verwendung der inversen Matrix lässt sich auch diese Transformation anschaulich herleiten. Möchte man aus einem sich drehenden Koordinatensystem $\alpha\beta$ mit dem Zeiger

$$\underline{u}(t) = \hat{u} e^{j\phi_u} e^{j\omega t} = \underline{U} e^{j\omega t}$$

die Drehbewegung eliminieren, so gelingt dies durch folgende Transformation:

$$\underline{U} = \hat{u} e^{j\phi_u} = \hat{u} e^{j\phi_u} e^{j\omega t} \cdot e^{-j\omega t}$$

Im allgemeinen Fall soll für den Phasenwinkels $\theta(t) = \omega t$ bzw. allgemein $\theta(t) = \omega t + \phi_0$ gelten. In diesem Fall ergibt sich Schreibweise:

$$\underline{U} = \hat{u} e^{j\phi_u} = \underline{u}(t) \cdot e^{-j\theta}$$

Sortiert nach Realteil und Imaginärteil ergibt sich die oben genannte Transformation.

Anhang B – Messung von Effektivwerten und Leistung

Effektivwerte

zeitkontinuierlich:

$$S_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T s^2(t) dt}$$

zeitdiskret:

$$S_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} s^2(i)} \quad \text{für ein Signal } s(i) \text{ mit Stützstellen } i = 0, 1, \dots, N-1$$

Harmonische Signale

Signal: $s(t) = \hat{s}_1 \sin(\omega t + \phi_1)$

Signal mit Oberwellen: $s(t) = \sum_{k=1}^K \hat{s}_k \sin(k \omega t + \phi_k)$

Effektivwert: $S_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T s^2(t) dt}$

$$s^2(t) = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^K \hat{s}_k^2 - \frac{1}{2} \sum_{k=1}^K \hat{s}_k^2 \cos(2k\omega t + 2\phi_k) + 2 \sum_{k,m=1, k \neq m}^K \hat{s}_k \hat{s}_m \sin(k\omega t + \phi_k) \sin(m\omega t + \phi_m)$$

Nach Tiefpass-Filterung:

$$s^2(t)_{\text{tiefpass}} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^K \hat{s}_k^2$$

Effektivwert:

$$S_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{1}{2} \sum_{k=1}^K \hat{s}_k^2} = \sqrt{s^2(t)_{\text{tiefpass}}}$$

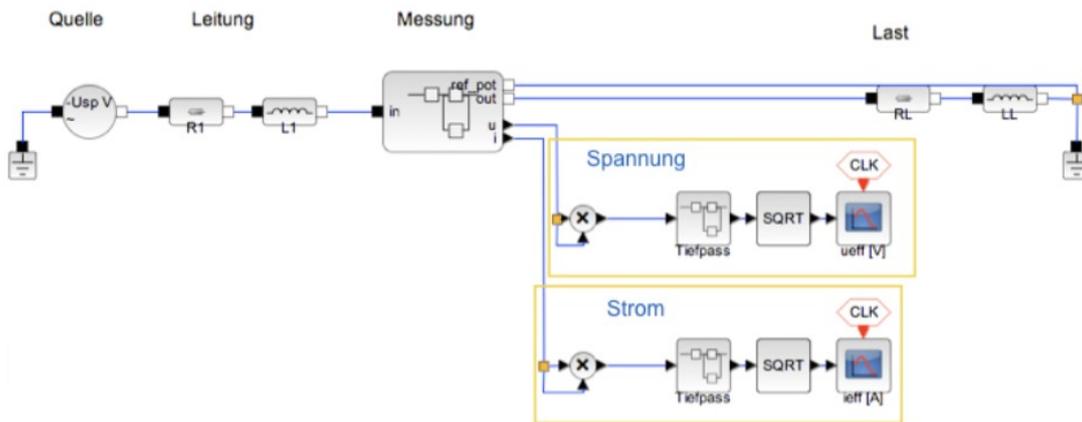
Messung des Effektivwertes

direkte Methode: siehe Definition der Effektivwerte oben.

Speziell im zeitdiskreten Fall: numerisch aus abgetasteten Werten.

Harmonische Signale (mit Oberwellen):

Signalfluss siehe folgende Abbildung.



Leistungsmessung

Harmonische Signale (mit Oberwellen):

Spannung:
$$u(t) = \sum_{k=1}^K \hat{u}_k \sin(k \omega t + \phi_{u,k})$$

Strom:
$$i(t) = \sum_{k=1}^K \hat{i}_k \sin(k \omega t + \phi_{i,k})$$

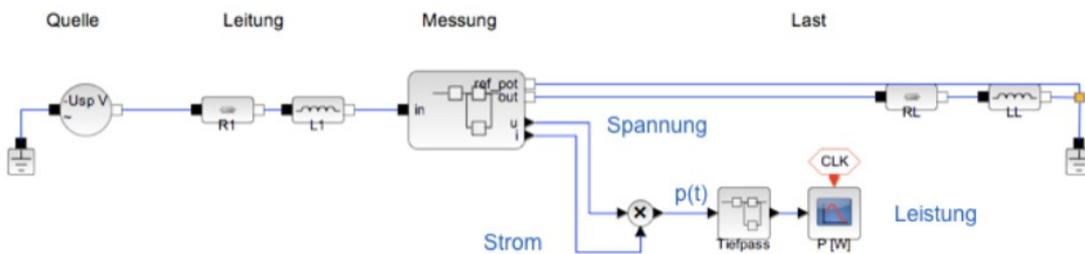
Leistung:
$$p(t) = u(t) \cdot i(t) = P + p_{HF}(t) \quad \text{Gleichanteil + pendelnde Leistung}$$

$$P = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^K \hat{u}_k \hat{i}_k \cos(\phi_{u,k} - \phi_{i,k})$$

$$p_{HF}(t) = -\frac{1}{2} \sum_{k=1}^K \hat{u}_k \hat{i}_k \cos(2k \omega t + \phi_{u,k} + \phi_{i,k}) +$$

$$\frac{1}{2} \sum_{k,m=1, k \neq m}^K \hat{u}_k \hat{i}_m (\cos((k-m)\omega t + \phi_{u,k} - \phi_{i,m}) + \cos((k+m)\omega t + \phi_{u,k} + \phi_{i,m}))$$

Signalfloss siehe folgende Abbildung.



Wirkleistung P: Leistung gemäß Berechnung bzw. Messung oben

Scheinleistung S: $S = U \cdot I$ Produkt der Effektivwerte von Spannung und Strom

Blindleistung Q: $Q = \sqrt{S^2 - P^2}$

Leistungsfaktor $\cos(\phi)$: $\cos(\phi) = \frac{P}{S}$

Klirrfaktor (THD: Total Harmonic Distortion)

Den leistungsäquivalenten Anteil eines Signals definiert der Effektivwert.

$$S_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T s^2(t) dt}$$

Hierbei ist nicht vorausgesetzt, dass das Signal harmonisch ist.

Sollte das ursprüngliche Signal harmonisch sein, so stellen Abweichungen hiervon Verzerrungen dar. Ein Maß für den verzerrten Anteil beschreibt der Klirrfaktor (engl. THD für total harmonic distortion):

$$\text{THD} = \frac{\sqrt{S_{\text{rms}}^2 - S_{1\text{rms}}^2}}{S_{1\text{rms}}}$$

Das ursprüngliche harmonische Signal stellt die Grundschiwingung $s_1(t)$ dar. Der Klirrfaktor beschreibt das Maß an Verzerrungen im Verhältnis zum Effektivwert des unverzerrten Signals. Für ein unverzerrtes Signal ist demnach der Klirrfaktor gleich Null.

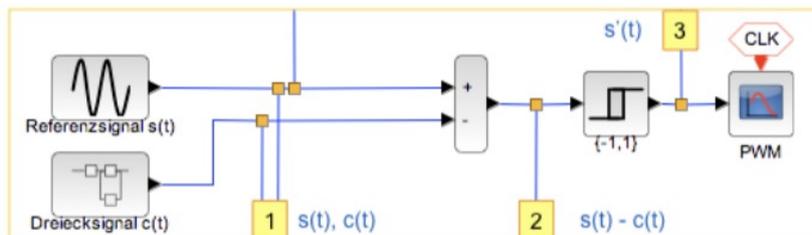
Anhang C – Ansteuerung für Pulsweitenmodulation

Umrichter mit 2 Stufen

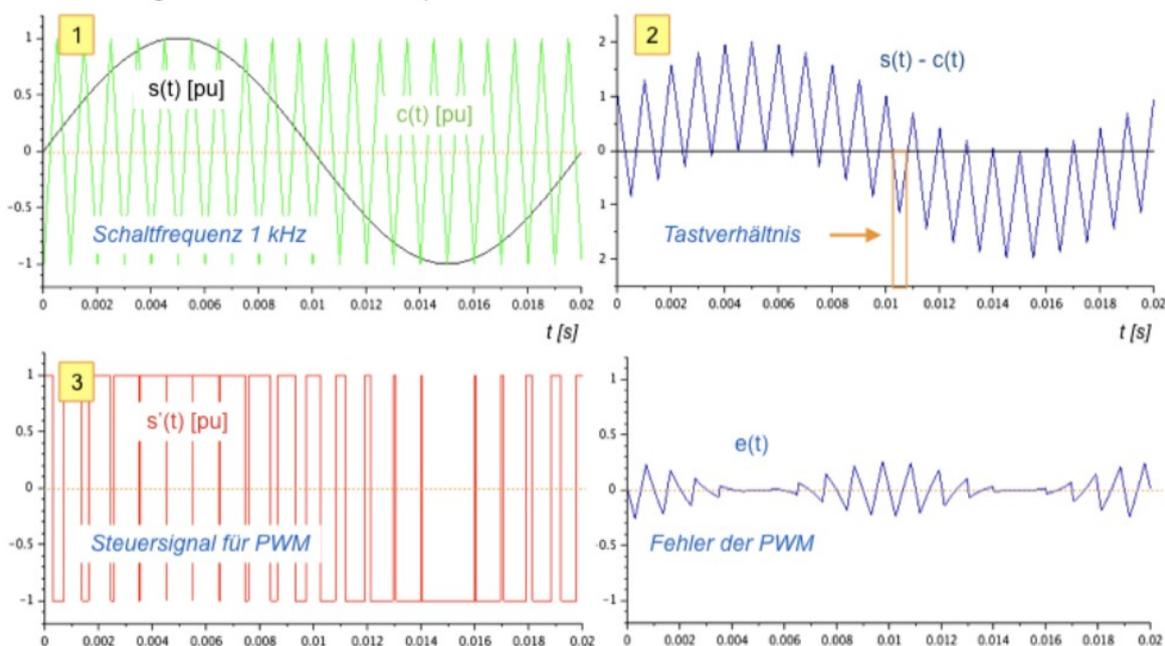
Referenzsignal: $s(t) = \sin(2\pi f t)$ mit Netzfrequenz f , z.B. $f = 50$ Hz

Dreiecksignal: $c(t) = \text{Dreieck}(2\pi f_s t)$ mit Schaltfrequenz f_s , z.B. $f_s = 2$ kHz

Mit Hilfe eines Komparators und Triggers wird ein Tastverhältnis gebildet:



Für die Signale erhält man beispielsweise:



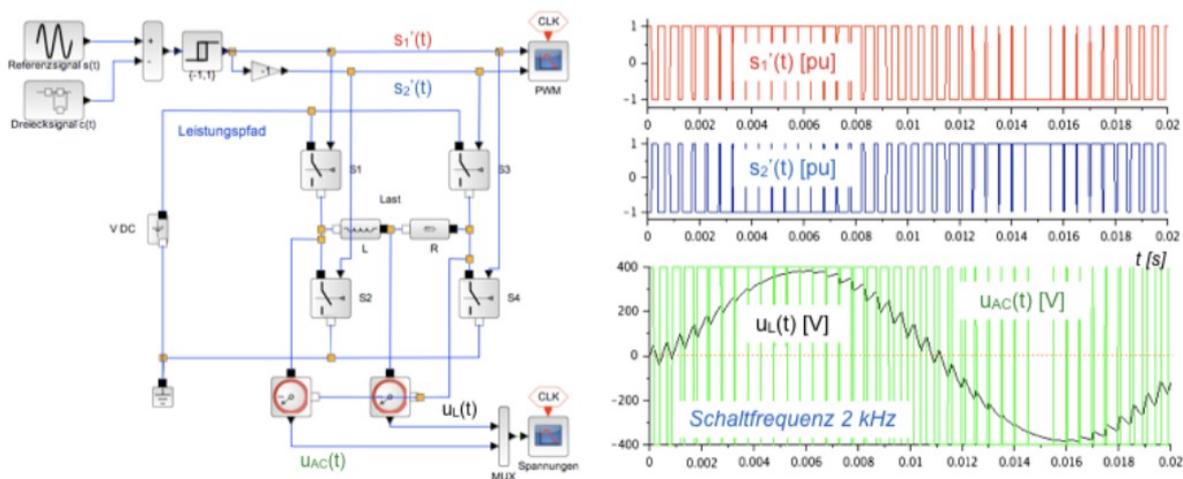
Der Fehler des getasteten Signal berechnet sich nach der integralen Abweichung

$$e(t) = \frac{1}{T_s} \int_0^t (s(\tau) - s'(\tau)) d\tau \quad \text{mit } T_s = 1/f_s$$

Aus dem getasteten Signal $s'(t)$ leiten sich unmittelbar die Steuersignale für die Brücke des Umrichters ab: Damit der Lastzweig mit dem getasteten Signal zwischen den beiden Polen der DC-Spannung umgeschaltet wird, müssen die beiden Schalterpaare S_1/S_3 und S_2/S_4 wechselseitig betätigt werden. Als Steuersignale werden das geastete Signal und für das zweite Schalterpaar das inverse getastete Signal verwendet.

Hierdurch ergibt sich eine zwischen der Polarität der DC-Quelle wechselnde AC-Spannung mit den beiden Stufen $+u_{DC}$ und $-u_{DC}$. Folgende Abbildung zeigt den kompletten Aufbau mit Leistungspfad,

Steuersignalen für die Schalterpaare und Spannung über dem Lastzweig. Hierbei folgt die Spannung über dem Lastwiderstand R dem Strom im Lastzweig.



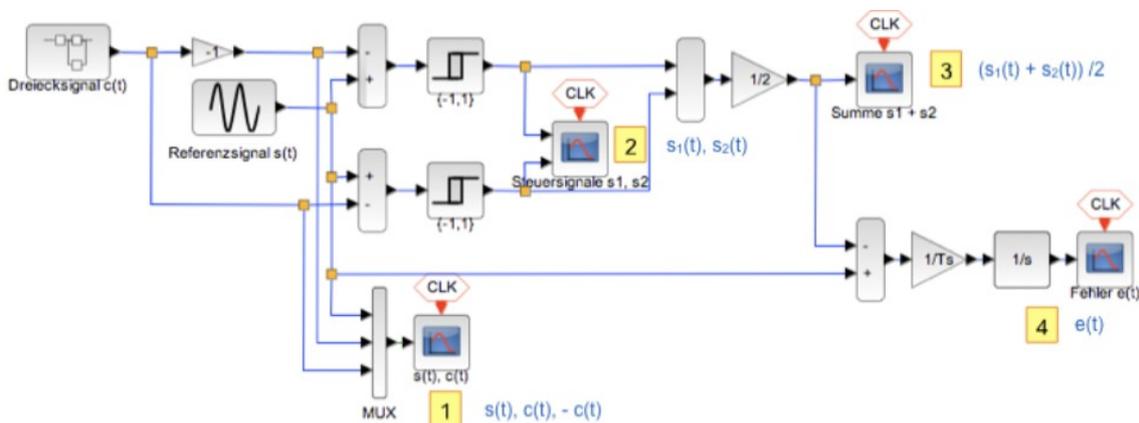
Umrichter mit 3 Stufen

Referenzsignal: $s(t) = \sin(2\pi f t)$ mit Netzfrequenz f , z.B. $f = 50$ Hz

Dreiecksignal: $c(t) = \text{Dreieck}(2\pi f_s t)$ mit Schaltfrequenz f_s , z.B. $f_s = 2$ kHz

sowie ein inverses, und somit um π phasenversetztes Dreiecksignal.

Mit Hilfe eines Komparators und Triggers wird zwei Tastverhältnisse gebildet:



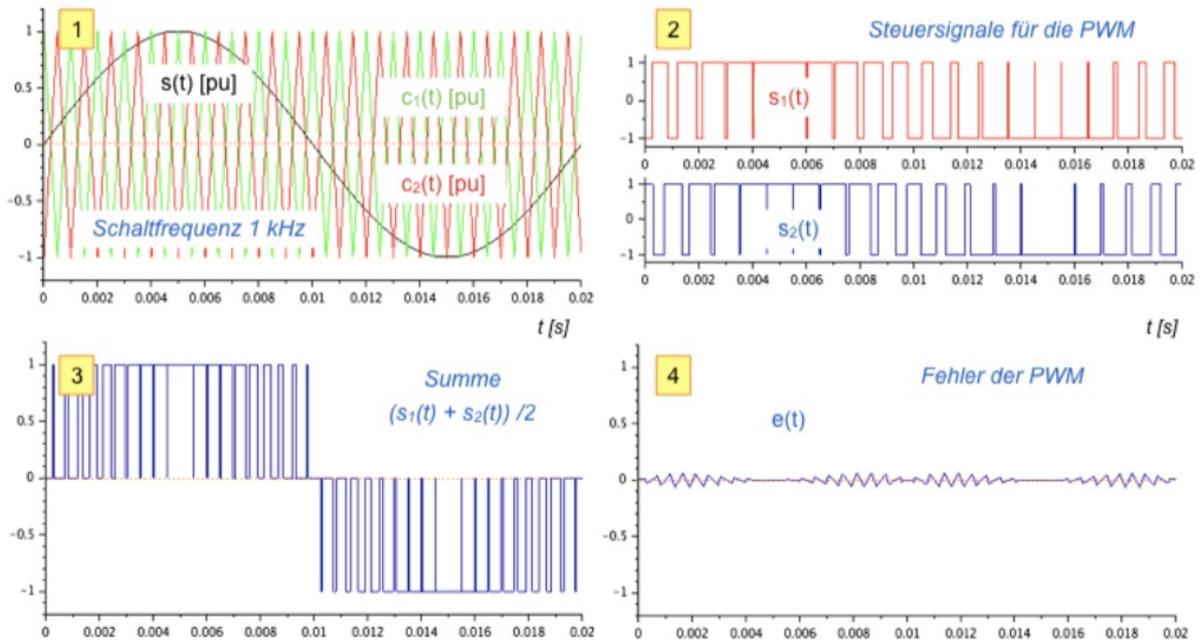
Aus der Überlagerung der beiden Tastverhältnisse $s_1(t)$ und $s_2(t)$ ergibt sich der approximierte Signalverlauf für ein getastetes Signal $s'(t)$ mit den 3 Stufen $\{1, 0 -1\}$:

$$s'(t) = \frac{1}{2}(s_1(t) + s_2(t))$$

Der Fehler berechnet sich wieder gemäß:

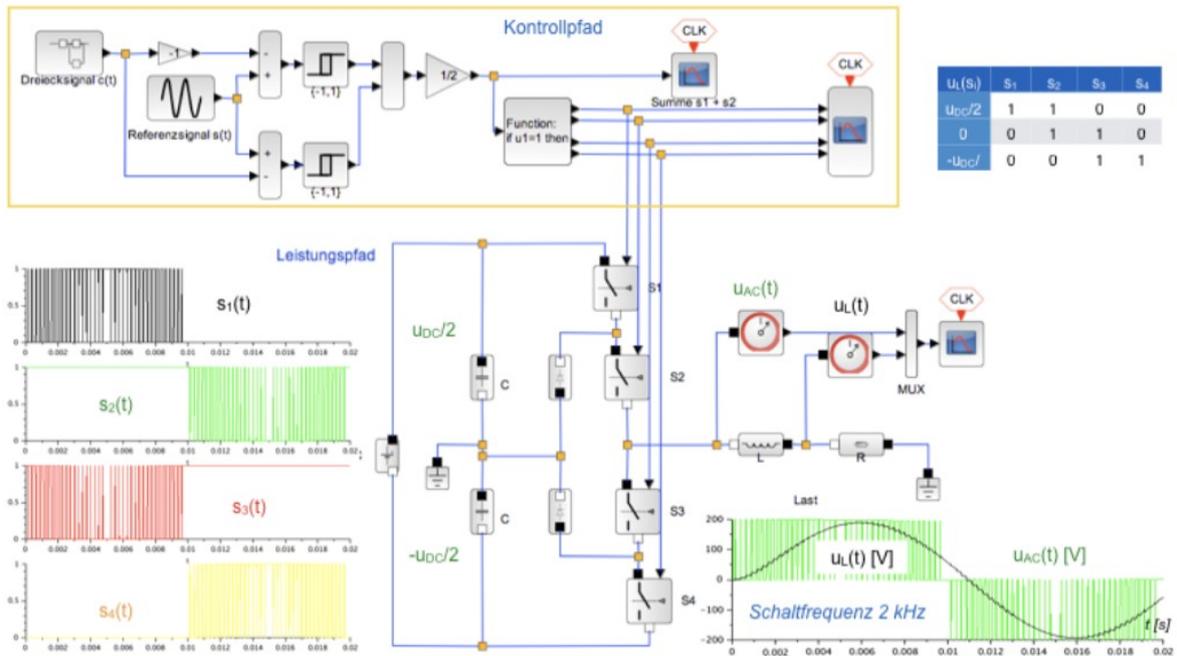
$$e(t) = \frac{1}{T_s} \int_0^t (s(\tau) - s'(\tau)) d\tau \quad \text{mit } T_s = 1/f_s$$

Für die Signale erhält man die in folgender Abbildung gezeigten Verläufe.



Bei Verwendung dreier Pegel fällt der Fehler der Approximation deutlich geringer aus.

Die benötigten 3 Spannungspegel lassen sich aus einer DC-Quelle mit Hilfe zweier in Serie geschalteter Kapazitäten realisieren. Hierbei wird die Mitte als Bezugspunkt mit Massepotenzial interpretiert. Es stehen somit die Pegel $\{+u_{DC}/2, 0, -u_{DC}/2\}$ zur Verfügung.



Die Brücke ist wie in der Abbildung gezeigt aufgebaut und besitzt 4 Schalter. Zu den 3 gewünschten Pegeln sind die benötigten Schaltsignale in der Tabelle oben rechts abgebildet. Die 4 benötigten Ansteuersignale für die Schalter werden durch Abfrage des Summensignals mit Hilfe der gezeigten Wertetabelle erzeugt.